

# Avaliação do Desempenho de Modelos Estocásticos Parma Multiplicativos na Geração de Séries Fluviométricas Mensais para Dimensionamento de Reservatórios de Regularização de Vazões

Mariza Cruz Coser<sup>1</sup>, Antonio Sérgio Ferreira Mendonça<sup>2</sup>, José Antônio Tosta dos Reis<sup>2</sup>

marisa.COSER@gmail.com, anserfm@terra.com.br, tosta@ct.ufes.br

Recebido: 14/05/12 – revisado: 19/08/12 – aceito: 12/12/12

## RESUMO

Modelos estocásticos têm sido largamente utilizados para geração de séries e previsão de vazões mensais com finalidade de dimensionamento e definição de regras de operação de reservatórios. Os tradicionais modelos periódicos da família PAR (autorregressivos periódicos) e da família PARMA (autorregressivos de média móvel) são geralmente capazes de preservar características sazonais e anuais para séries históricas que apresentam baixas dependências anuais. Contudo, muitas séries de vazões mensais apresentam altas dependências que não são preservadas por estes modelos. Neste sentido, foram desenvolvidos modelos autorregressivos periódicos médias móveis multiplicativos PARMA multiplicativos  $(p,q) \times (P,Q)$ , também denominados PMIX $(p,q,P,Q)$ , que apresentam parâmetros periódicos relacionando consecutivos meses de um mesmo ano (curta dependência) e mesmos meses para consecutivos anos (longa dependência). No presente trabalho buscou-se, através de simulações, verificar se processo de otimização não linear, que utiliza o algoritmo de Powell para minimização das somas dos quadrados dos erros de estimativas, é capaz de estimar adequadamente parâmetros de modelos PMIX. Concluiu-se que o referido processo permitiu a seleção dos modelos e a estimativa de seus parâmetros com eficiência adequada.

**Palavras-chave:** Modelos autoregressivos. Modelos estocásticos. Reservatórios.

## INTRODUÇÃO

Para o gerenciamento adequado de potenciais hídricos disponíveis é fundamental o conhecimento do comportamento dos rios e dos regimes de variação de vazões em bacias hidrográficas, considerando suas distribuições espaciais e temporais (MENDES (1990), Macieira e Damázio (2005) e COSER (2011)). Nesse sentido, é necessário um trabalho permanente de coleta e interpretação de dados, cuja confiabilidade se torna maior à medida que as séries históricas ficam mais extensas, envolvendo eventos de cheias e de secas.

No Brasil, as séries históricas de vazões são bastante curtas, raramente ultrapassando 50 anos. Esse aspecto usualmente limita o planejamento ou a operação adequada de recursos hídricos de bacias hidrográficas.

Naquelas situações em que os projetos de sistemas de aproveitamento e controle de recursos hídricos utilizam apenas a série histórica de vazões disponíveis como dado de entrada, poderão ocorrer erros nas estimativas de riscos envolvidos, pois serão consideradas simplesmente repetições da sequência histórica. Como a série histórica é apenas uma das possíveis realizações de um processo estocástico, existe risco de inadequação do projeto para outras possíveis realizações às quais o sistema projetado estará submetido, quando implantado.

Simulações estocásticas de séries hidrológicas temporais, como as séries de vazões, são tipicamente baseadas em modelos matemáticos. Para esse propósito, um grande número de modelos estocásticos tem sido sugerido na literatura (MENDONÇA (1987); ADAMS e GOODWIN (1995); SALAS et al. (2002); SHAO e LUND (2004), TESFAYE (2005), TESFAYE et al. (2006); SVEISON et al. (2007) e COSER e MENDONÇA (2009)).

Uma das mais desejadas propriedades para modelos estocásticos é a habilidade de preservar as estatísticas mensais (curta dependência) e anuais (longa dependência). Contudo, essa preservação é uma tarefa muito difícil para muitas séries de vazões (OOMS e FRANCES (2001) e YE et al (2008)).

<sup>1</sup> Instituto Federal do Espírito Santo - Universidade Federal do Espírito Santo

<sup>2</sup> Departamento de Engenharia Ambiental/Universidade Federal do Espírito Santo

Modelos de desagregação foram desenvolvidos na tentativa de preservar ambas as características de autocorrelação sazonal e anual para séries hidrológicas temporais. Esses modelos requerem a geração prévia de vazões anuais por um modelo apropriado para, então, serem desagregadas em sequências sazonais, por meio da álgebra matricial. Em hidrologia, o processo inverso ocorre na prática, pois valores correspondentes a intervalos de tempo maiores são obtidos pela soma de valores correspondentes a intervalos de tempo maiores. Por exemplo, valores anuais são obtidos pela soma de valores mensais. Consequentemente, dados agregados não contêm as mesmas informações contidas nos dados sazonais.

Modelos periódicos da família PAR (autorregressivos periódicos) e da família PARMA (autorregressivos de média móvel) geralmente preservam as características sazonais e anuais para séries históricas que apresentam baixas dependências anuais, não reproduzindo autocorrelações anuais para séries com altas dependências (ADAMS e GOODWIN (1995), MOURA (2005), ANDERSON et al. (2007) e COSER e MENDONÇA (2009)).

MENDONÇA (1987) desenvolveu modelos autorregressivos periódicos médias móveis multiplicativos PARMA multiplicativos (p,q)x(P,Q), também denominados PMIX(p,q,P,Q), que apresentam parâmetros periódicos relacionando consecutivos meses de um mesmo ano (curta dependência) e mesmos meses para consecutivos anos (longa dependência). COSER (2011) estudou casos particulares do modelo PMIX mais parcimoniosos, ou seja, apresentando subtração de parâmetros para semestres hidrológicos de seca ou de chuva, visando redução de número de parâmetros.

Cabe ressaltar que o modelo PMIX permite melhor reprodução de dependências de longo termo, presentes em muitas séries de descargas líquidas mensais, do que as obtidas através de modelos PARMA tradicionais.

No presente trabalho buscou-se, através de simulações, avaliar o desempenho de técnica de otimização não-linear, com uso do algoritmo de Powell, na escolha dos reais modelos e na estimativa de seus parâmetros, considerando modelos PMIX(p,q,P,Q) complexos e parcimoniosos.

## MATERIAIS E MÉTODOS

### Modelos estocásticos utilizados na geração de séries fluviométricas

A função matemática que representa o modelo PMIX completo está representada por meio da Equação (01).

$$\begin{aligned}
 y_{v,\tau} = & \phi_{1,\tau} y_{v,\tau-1} + \phi_{2,\tau} y_{v,\tau-2} + \dots + \phi_{p,\tau} y_{v,\tau-p} \\
 & + \Phi_{1,\tau} y_{v-1,\tau} + \Phi_{2,\tau} y_{v-2,\tau} + \dots + \Phi_{p,\tau} y_{v-p,\tau} \\
 & - \phi_{1,\tau} \Phi_{1,\tau} y_{v-1,\tau-1} - \phi_{1,\tau} \Phi_{2,\tau} y_{v-2,\tau-1} - \dots \\
 & - \phi_{1,\tau} \Phi_{p,\tau} y_{v-p,\tau-1} - \dots - \phi_{p,\tau} \Phi_{1,\tau} y_{v-1,\tau-p} \\
 & - \phi_{p,\tau} \Phi_{2,\tau} y_{v-2,\tau-p} - \dots - \phi_{p,\tau} \Phi_{p,\tau} y_{v-p,\tau-p} \\
 & + \varepsilon_{v,\tau} \\
 & - \theta_{1,\tau} \varepsilon_{v,\tau-1} - \theta_{2,\tau} \varepsilon_{v,\tau-2} - \dots - \theta_{q,\tau} \varepsilon_{v,\tau-q} \\
 & - \Theta_{1,\tau} \varepsilon_{v-1,\tau} - \Theta_{2,\tau} \varepsilon_{v-2,\tau} - \dots - \Theta_{Q,\tau} \varepsilon_{v-Q,\tau} \\
 & + \theta_{1,\tau} \Theta_{1,\tau} \varepsilon_{v-1,\tau-1} + \theta_{1,\tau} \Theta_{2,\tau} \varepsilon_{v-2,\tau-1} + \dots \\
 & + \theta_{1,\tau} \Theta_{Q,\tau} \varepsilon_{v-Q,\tau-1} + \dots + \theta_{q,\tau} \Theta_{1,\tau} \varepsilon_{v-1,\tau-q} \\
 & + \theta_{q,\tau} \Theta_{2,\tau} \varepsilon_{v-2,\tau-q} - \dots - \theta_{q,\tau} \Theta_{Q,\tau} \varepsilon_{v-Q,\tau-q}
 \end{aligned} \quad (01)$$

Na Equação (01) os parâmetros  $\phi_{1,\tau}, \phi_{2,\tau}$  e  $\phi_{p,\tau}$  são os coeficientes autorregressivos periódicos de *lag* 1, *lag* 2 e *lag* p, respectivamente, e  $\Phi_{1,\tau}, \Phi_{2,\tau}$  e  $\Phi_{p,\tau}$  são os coeficientes autorregressivos periódicos de *lag* w, *lag* 2w e *lag* Pw. Os parâmetros  $\theta_{1,\tau}, \theta_{2,\tau}$  e  $\theta_{q,\tau}$  são os coeficientes médias móveis para os *lag* 1, *lag* 2 e *lag* q, respectivamente, enquanto  $\Theta_{1,\tau}, \Theta_{2,\tau}$  e  $\Theta_{Q,\tau}$  são os coeficientes médias móveis de *lag* w, *lag* 2w e *lag* Qw.  $y_{v,\tau}$  e  $\varepsilon_{v,\tau}$ , por sua vez, apresentam média zero e variâncias  $\sigma_{\tau}^2(y)$  e  $\sigma_{\tau}^2(\varepsilon)$ , respectivamente.

Modelos periódicos multiplicativos considerando parâmetros  $\Phi$  somente para o semestre de cheia, PMIX(p,q,P,Q)C, foram denominados modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a semestre predominantemente de seca. Desta forma, para  $\tau = 10, 11, 12, 1, 2, 3$  (valores correspondentes aos meses de outubro, novembro, dezembro, janeiro, fevereiro e março, respectivamente), os modelos PMIX(p,q,P,Q)C foram expressos conforme a Equação (02).

Os modelos periódicos multiplicativos considerando parâmetros  $\Phi$  somente para o semestre de seca, PMIX(p,q,P,Q)S, foram denominados mo-

delos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a semestre predominantemente de cheia. Neste caso, para  $\tau = 4, 5, 6, 7, 8, 9$  (meses abril, maio, junho, julho, agosto e setembro, respectivamente), os modelos PMIX(p,q,P,Q)S assumiram a função representada pela Equação (03).

$$\begin{aligned}
 y_{v,\tau} = & \phi_{1,\tau} y_{v,\tau-1} + \phi_{2,\tau} y_{v,\tau-2} + \dots + \phi_{p,\tau} y_{v,\tau-p} \\
 & + \Phi_{1,\tau} y_{v-1,\tau} + \Phi_{2,\tau} y_{v-2,\tau} + \dots + \Phi_{p,\tau} y_{v-p,\tau} \\
 & - \phi_{1,\tau} \Phi_{1,\tau} y_{v-1,\tau-1} - \phi_{1,\tau} \Phi_{2,\tau} y_{v-2,\tau-1} - \dots \\
 & - \phi_{1,\tau} \Phi_{p,\tau} y_{v-p,\tau-1} - \dots - \phi_{p,\tau} \Phi_{1,\tau} y_{v-1,\tau-p} \\
 & - \phi_{p,\tau} \Phi_{2,\tau} y_{v-2,\tau-p} - \dots - \phi_{p,\tau} \Phi_{p,\tau} y_{v-p,\tau-p} \\
 & + \varepsilon_{v,\tau} \\
 & - \theta_{1,\tau} \varepsilon_{v,\tau-1} - \theta_{2,\tau} \varepsilon_{v,\tau-2} - \dots - \theta_{q,\tau} \varepsilon_{v,\tau-q} \\
 & - \Theta_{1,\tau} \varepsilon_{v-1,\tau} - \Theta_{2,\tau} \varepsilon_{v-2,\tau} - \dots - \Theta_{Q,\tau} \varepsilon_{v-Q,\tau} \\
 & + \theta_{1,\tau} \Theta_{1,\tau} \varepsilon_{v-1,\tau-1} + \theta_{1,\tau} \Theta_{2,\tau} \varepsilon_{v-2,\tau-1} + \dots \\
 & + \theta_{1,\tau} \Theta_{Q,\tau} \varepsilon_{v-Q,\tau-1} + \dots + \theta_{q,\tau} \Theta_{1,\tau} \varepsilon_{v-1,\tau-q} \\
 & + \theta_{q,\tau} \Theta_{2,\tau} \varepsilon_{v-2,\tau-q} - \dots - \theta_{q,\tau} \Theta_{Q,\tau} \varepsilon_{v-Q,\tau-q}
 \end{aligned} \quad (02)$$

$$\begin{aligned}
 y_{v,\tau} = & \phi_{1,\tau} y_{v,\tau-1} + \phi_{2,\tau} y_{v,\tau-2} + \dots + \phi_{p,\tau} y_{v,\tau-p} \\
 & + \Phi_{1,\tau} y_{v-1,\tau} + \Phi_{2,\tau} y_{v-2,\tau} + \dots + \Phi_{p,\tau} y_{v-p,\tau} \\
 & - \phi_{1,\tau} \Phi_{1,\tau} y_{v-1,\tau-1} - \phi_{1,\tau} \Phi_{2,\tau} y_{v-2,\tau-1} - \dots \\
 & - \phi_{1,\tau} \Phi_{p,\tau} y_{v-p,\tau-1} - \dots - \phi_{p,\tau} \Phi_{1,\tau} y_{v-1,\tau-p} \\
 & - \phi_{p,\tau} \Phi_{2,\tau} y_{v-2,\tau-p} - \dots - \phi_{p,\tau} \Phi_{p,\tau} y_{v-p,\tau-p} \\
 & + \varepsilon_{v,\tau} \\
 & - \theta_{1,\tau} \varepsilon_{v,\tau-1} - \theta_{2,\tau} \varepsilon_{v,\tau-2} - \dots - \theta_{q,\tau} \varepsilon_{v,\tau-q} \\
 & - \Theta_{1,\tau} \varepsilon_{v-1,\tau} - \Theta_{2,\tau} \varepsilon_{v-2,\tau} - \dots - \Theta_{Q,\tau} \varepsilon_{v-Q,\tau} \\
 & + \theta_{1,\tau} \Theta_{1,\tau} \varepsilon_{v-1,\tau-1} + \theta_{1,\tau} \Theta_{2,\tau} \varepsilon_{v-2,\tau-1} + \dots \\
 & + \theta_{1,\tau} \Theta_{Q,\tau} \varepsilon_{v-Q,\tau-1} + \dots + \theta_{q,\tau} \Theta_{1,\tau} \varepsilon_{v-1,\tau-q} \\
 & + \theta_{q,\tau} \Theta_{2,\tau} \varepsilon_{v-2,\tau-q} - \dots - \theta_{q,\tau} \Theta_{Q,\tau} \varepsilon_{v-Q,\tau-q}
 \end{aligned} \quad (03)$$

Nas expressões anteriores, os parâmetros  $\phi_{1,\tau}$ ,  $\phi_{2,\tau}$  e  $\phi_{p,\tau}$  são os coeficientes autorregressivos periódicos de lag 1, lag 2, ..., lag p, respectivamente, e  $\Phi_{1,\tau}$ ,  $\Phi_{2,\tau}$  e  $\Phi_{p,\tau}$  constituem os coeficientes autorregressivos periódicos de lag w, lag 2w, ..., lag Pw. Os parâmetros  $\theta_{1,\tau}$ ,  $\theta_{2,\tau}$  e  $\theta_{q,\tau}$ , por sua vez, representam os coeficientes médias móveis para os lag 1, lag 2, ..., lag q, respectivamente, enquanto que  $\Theta_{1,\tau}$ ,  $\Theta_{2,\tau}$  e  $\Theta_{Q,\tau}$  indicam os coeficientes médias móveis de lag w, lag 2w, ..., lag Qw. Os parâmetros

$y_{v,\tau}$  e  $\varepsilon_{v,\tau}$  apresentam média zero e variâncias  $\sigma_y^2(y)$  e  $\sigma_y^2(\varepsilon)$ , respectivamente.

MENDONÇA (1987), MENDES (1990) e SALAS et al. (2002) observam que, para séries hidrológicas, as ordens p e q são normalmente pequenas, isto é, da ordem de um ou dois. Assim, baixas ordens de modelos são normalmente aceitáveis para a maioria das aplicações práticas.

Desta forma, foram escolhidos para o presente estudo os casos particulares PMIX completos PMIX(1,0,1,0) e PMIX(1,1,1,0) e PMIX parsimoniosos PMIX(1,0,1,0)C, PMIX(1,1,1,0)C, PMIX(1,0,1,0)S e PMIX(1,1,1,0)S. Foram também considerados casos particulares, PMIX parcimoniosos sem consideração de alguns parâmetros, e, para semestres de seca ou de cheia, de acordo com análise de periodicidade realizada com dezenas de séries fluviométricas correspondentes a bacias hidrográficas localizadas, principalmente, na região Sudeste do Brasil (Lovate(2003), MOURA(2005) e COSER, 2011)).

### Simulações computacionais

No primeiro grupo de simulações foram atribuídos valores maiores, 0,9, para todos os 12 parâmetros autorregressivos,  $\phi_1$  e  $\Phi_1$ , e valores menores, 0,1, para os parâmetros médias móveis,  $\theta_1$  e  $\Theta_1$ . Estes valores foram escolhidos em função da análise de estruturas de dependência observadas em grande quantidade de séries de vazões mensais registradas em postos fluviométricos situadas em diversos países, nas quais parâmetros regressivos se apresentam significativamente superiores aos parâmetros médias móveis.

Para o segundo grupo de simulações foram atribuídos valores maiores, iguais a 0,9, para os parâmetros  $\phi_1$  em todos os 12 meses, sendo que para o parâmetro  $\Phi_1$  foram adotados valores iguais a 0,9 para os meses de outubro, novembro, dezembro, janeiro, fevereiro e março, ou seja, para o período considerado de cheia do ano hidrológico, e valores iguais a 0,1 para os meses restantes. Para os parâmetros  $\theta_1$  e  $\Theta_1$  foram atribuídos valores iguais a 0,1 para todos os meses.

No terceiro grupo de simulações foram atribuídos valores maiores, iguais a 0,9, para o parâmetro  $\phi_1$  em todos os 12 meses e para o parâmetro  $\Phi_1$  somente para os meses de abril, maio, junho, julho, agosto e setembro (período considerado seca do ano hidrológico), sendo que para o restante dos meses, atribuiu-se valores pouco significativos, 0,1.

Para os parâmetros  $\theta_1$  e  $\Theta_1$  foram atribuídos valores pouco significativos para todos os meses, 0,1.

Nos três grupos de simulações foram geradas séries sintéticas de vazões mensais, correspondentes a 10.000 anos para os modelos multiplicativos completos PMIX(1,0,1,0) e PMIX(1,1,1,0). O grande número de anos adotado na geração das séries é justificado pelo fato de que quanto maior o tamanho destas séries mais precisas as estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados. As séries foram utilizadas como dados de entrada para estimativa dos parâmetros e geração de novas séries sintéticas, apresentando 10.000 anos, para os seus respectivos modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a períodos predominantemente de cheia ou seca e também para o próprio modelo multiplicativo completo, para verificação do ajuste. Desta forma, procurou-se comparar o comportamento dos modelos multiplicativos completos com os dos modelos com subtração de parâmetros, quanto aos parâmetros estimados e à preservação das características estatísticas. Nas comparações relacionadas com a preservação de características estatísticas, foram considerados os erros percentuais absolutos relativos às médias mensais, aos desvios padrão mensais, às autocorrelações mensais Lag1, Lag2 e Lag12 e às autocorrelações anuais Lag1.

### Rotina computacional

Programa computacional foi desenvolvido por COSER (2011), a partir do programa elaborado originalmente por MENDONÇA (1987). A programação foi realizada na linguagem Fortran em ambiente Windows XP. O programa desenvolvido, que apresenta rotinas comuns aos modelos PMIX completo e com subtração de parâmetros, permite estimativas de parâmetros e testes de adequação dos modelos. Os parâmetros dos modelos PMIX são estimados pelo algoritmo de Powell, que usa método de otimização não-linear e trabalha com iterações, a partir de um vetor inicial, cujos valores são alterados iterativamente, para minimização da soma dos quadrados dos resíduos.

Considerando-se os cenários estabelecidos pelos diferentes grupos de simulações foram geradas séries sintéticas de vazões mensais com 10.000 anos para cada um dos modelos multiplicativos completos, PMIX(1,0,1,0) e PMIX(1,1,1,0) e seus respectivos modelos parsimoniosos. As séries geradas foram utilizadas como dados de entrada para estimativa de parâmetros, com o uso do algoritmo de otimização não-linear de Powell.

## RESULTADOS E ANÁLISES

### Parâmetros estimados por conjunto de simulações

Os parâmetros estimados nos 3 conjuntos de simulações são apresentados nas Tabelas 1, 2 e 3. Os respectivos erros percentuais absolutos médios de estimativas de parâmetros são apresentados nas tabelas 4, 5 e 6.

Nas referidas tabelas os valores hachurados em cinza mais escuro representam parâmetros ou erros de estimativas obtidos para os ajustes realizados com modelos PMIX completos. Valores hachurados em cinza mais claro representam parâmetros ou erros de estimativa para os ajustes realizados com os reais modelos PMIX multiplicativo com subtração de parâmetros para semestres de seca ou de chuva, empregados nas gerações de séries sintéticas.

Em análise comparativa dos parâmetros estimados e os obtidos, por meio dos 3 conjuntos de simulações, foram observadas, em geral, diferenças pouco significativas entre estes valores, tanto para os modelos multiplicativos completos quanto para os modelos com subtração de parâmetros. Para os 2º e 3º conjuntos de simulações, os parâmetros  $\theta_1$  do modelo PMIX(1,1,1,0)S, nos meses de cheia e do modelo PMIX(1,1,1,0)C, nos meses de secas, respectivamente, apresentam maiores diferenças.

Quanto ao comportamento específico do parâmetro  $\Phi_1$ , verificou-se para os três conjuntos de simulações que, apesar dos modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a períodos predominantemente de cheia ou seca apresentarem valores iguais a zero para os meses de cheia e de seca, os demais meses apresentaram valores semelhantes aos dos seus respectivos multiplicativos completos.

Avaliando-se o comportamento dos desvios padrão, pode-se verificar que, para o 1º conjunto de simulações, os modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a período predominantemente de cheia ou seca apresentaram valores semelhantes aos dos modelos multiplicativos completos, exceto para os meses para os quais foram retirados parâmetros; para estes meses foi possível observar um aumento nos valores dos desvios padrão.

Para o 2º conjunto de simulações, pode-se observar que os modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos ao período predominantemente de seca apresentaram valores dos desvios padrão semelhantes aos dos modelos multiplicativos completos, independentemente do mês analisa-

**Tabela 1- Parâmetros estimados utilizando como série de entrada as geradas no 1º conjunto de simulações – PMIX completo**

Meses	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
PMIX (1,0,1,0)C												
$\phi_1$	0,8841	0,8971	0,8996	0,9358	0,9269	0,9272	0,9350	0,9272	0,9266	0,8850	0,9007	0,8986
$\Phi_1$	0,8892	0,9004	0,8992	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,8911	0,8982	0,8996
desv. pad. res.	0,1600	0,1600	0,1600	0,3500	0,3800	0,3700	0,3500	0,3700	0,3800	0,1600	0,1700	0,1600
PMIX (1,0,1,0)S												
$\phi_1$	0,9359	0,9258	0,9274	0,8844	0,9014	0,9005	0,8844	0,8992	0,9005	0,9349	0,9271	0,9269
$\Phi_1$	0,0000	0,0000	0,0000	0,8898	0,8985	0,8993	0,8902	0,8980	0,9000	0,0000	0,0000	0,0000
desv. pad. res.	0,3500	0,3800	0,3700	0,1600	0,1700	0,1600	0,1600	0,1700	0,1600	0,3500	0,3700	0,3800
PMIX (1,0,1,0)												
$\phi_1$	0,8826	0,8979	0,9004	0,8830	0,9023	0,9014	0,8830	0,8999	0,9014	0,8838	0,9015	0,8994
$\Phi_1$	0,8926	0,9033	0,9022	0,8932	0,9015	0,9022	0,8936	0,9010	0,9029	0,8944	0,9011	0,9026
desv. pad. res.	0,1600	0,1600	0,1600	0,1600	0,1700	0,1600	0,1600	0,1700	0,1600	0,1600	0,1700	0,1600
PMIX (1,1,1,0)C												
$\phi_1$	0,8826	0,8967	0,9115	0,9244	0,9298	0,9452	0,9507	0,9321	0,9431	0,8665	0,9004	0,9015
$\Phi_1$	0,8898	0,8990	0,8815	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,8908	0,8978	0,8994
$\theta_1$	0,0944	0,0971	0,1240	0,1349	0,1356	0,2175	0,1901	0,1500	0,2076	0,0199	0,0954	0,1148
desv. pad. res.	0,1800	0,1800	0,1800	0,3900	0,4100	0,4100	0,3900	0,4100	0,4100	0,1800	0,1800	0,1800
PMIX (1,1,1,0)S												
$\phi_1$	0,9525	0,9311	0,9448	0,8654	0,9008	0,9031	0,8821	0,8986	0,9120	0,9230	0,9306	0,9466
$\Phi_1$	0,0000	0,0000	0,0000	0,8895	0,8983	0,8990	0,8909	0,8966	0,8817	0,0000	0,0000	0,0000
$\theta_1$	0,1959	0,1570	0,2093	0,0182	0,0939	0,1125	0,0918	0,0954	0,1235	0,1322	0,1379	0,2292
desv. pad. res.	0,3900	0,4200	0,4100	0,1800	0,1800	0,1800	0,1800	0,1800	0,1800	0,3900	0,4100	0,4100
PMIX (1,1,1,0)												
$\phi_1$	0,8826	0,8963	0,9027	0,8827	0,9004	0,9031	0,8821	0,8982	0,9031	0,8828	0,9001	0,9015
$\Phi_1$	0,8898	0,9001	0,8991	0,8901	0,8983	0,8990	0,8909	0,8978	0,8996	0,8917	0,8978	0,8994
$\theta_1$	0,0942	0,0956	0,1128	0,0934	0,0929	0,1124	0,0916	0,0938	0,1121	0,0917	0,0944	0,1147
desv. pad. res.	0,1800	0,1800	0,1800	0,1800	0,1800	0,1800	0,1800	0,1800	0,1800	0,1800	0,1800	0,1800

do. Os modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos ao período predominantemente de cheia apresentaram valores semelhantes aos correspondentes modelos multiplicativos completos somente para os meses para os quais não foram retirados parâmetros, podendo-se observar, nos demais meses, aumento nos valores dos desvios padrão.

No 3º conjunto de simulações observou-se uma tendência oposta daquela estabelecida no 2º conjunto de simulações. Os modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos ao período predominantemente de cheia apresentaram valores dos desvios padrão semelhantes aos correspondentes modelos multiplicativos completos para todos os

meses. Os modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a período predominantemente de seca apresentaram valores semelhantes aqueles estabelecidos pelos modelos multiplicativos completos somente para os meses os quais não foram retirados parâmetros, podendo-se observar, nos demais meses, aumento nos valores dos desvios padrão.

#### Erros percentuais absolutos

Adotando-se os parâmetros estimados, conforme citados anteriormente, foram geradas séries sintéticas de vazões médias mensais com o auxílio dos modelos multiplicativos completos e dos mode-

**Tabela 2 - Parâmetros estimados utilizando como séries de entrada as geradas no 2º conjunto de simulações – PMIX com subtração de parâmetros relativos ao período seco**

Meses	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
<b>PMIX (1,0,1,0)C</b>												
$\phi_1$	0,8462	0,8653	0,8786	0,9812	0,9773	0,9739	0,9692	0,9641	0,9599	0,7509	0,8057	0,8355
$\Phi_1$	0,8888	0,9006	0,8994	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,8908	0,8983	0,8998
desv. pad. res.	0,1800	0,1800	0,1800	0,1900	0,2100	0,2300	0,2500	0,2700	0,2800	0,2300	0,2100	0,2000
<b>PMIX (1,0,1,0)S</b>												
$\phi_1$	0,9181	0,9109	0,9168	0,9803	0,9761	0,9723	0,9676	0,9620	0,9575	0,8657	0,8793	0,8962
$\Phi_1$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0787	0,0953	0,1119	0,0832	0,0954	0,1111	0,0000	0,0000	0,0000
desv. pad. res.	0,4000	0,4100	0,4000	0,1900	0,2100	0,2300	0,2500	0,2600	0,2800	0,5000	0,4800	0,4400
<b>PMIX (1,0,1,0)</b>												
$\phi_1$	0,8462	0,8653	0,8787	0,9803	0,9761	0,9723	0,9677	0,9620	0,9575	0,7509	0,8057	0,8355
$\Phi_1$	0,8888	0,9006	0,8994	0,0787	0,0952	0,1119	0,0831	0,0953	0,1112	0,8908	0,8984	0,8998
desv. pad. res.	0,1800	0,1800	0,1800	0,1900	0,2100	0,2300	0,2500	0,2600	0,2800	0,2300	0,2100	0,2000
<b>PMIX (1,1,1,0)C</b>												
$\phi_1$	0,8506	0,8669	0,8790	0,9810	0,9775	0,9752	0,9691	0,9646	0,9619	0,7303	0,8136	0,8444
$\Phi_1$	0,8893	0,9003	0,8988	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,8914	0,8980	0,8993
$\theta_1$	0,0959	0,0907	0,1101	0,1041	0,1073	0,1264	0,1005	0,1095	0,1252	0,0753	0,0868	0,1088
desv. pad. res.	0,2000	0,2000	0,1900	0,2100	0,2300	0,2500	0,2700	0,2900	0,3100	0,2500	0,2300	0,2100
<b>PMIX (1,1,1,0)S</b>												
$\phi_1$	0,9713	0,9361	0,9501	0,9815	0,9763	0,9736	0,9677	0,9630	0,9629	0,8640	0,9395	0,9676
$\Phi_1$	0,0000	0,0000	0,0000	0,0737	0,0929	0,1138	0,0826	0,0905	0,0857	0,0000	0,0000	0,0000
$\theta_1$	0,3446	0,2643	0,2641	0,0265	0,1064	0,1226	0,1024	0,1147	0,1577	0,2397	0,3163	0,3921
desv. pad. res.	0,4200	0,4500	0,4300	0,2100	0,2300	0,2500	0,2700	0,2900	0,3000	0,5400	0,5100	0,4700
<b>PMIX (1,1,1,0)</b>												
$\phi_1$	0,8506	0,8669	0,8783	0,9805	0,9762	0,9736	0,9676	0,9624	0,9594	0,7321	0,8136	0,8444
$\Phi_1$	0,8893	0,9003	0,8991	0,0784	0,0930	0,1138	0,0829	0,0933	0,1125	0,8915	0,8980	0,8993
$\theta_1$	0,0959	0,0907	0,1094	0,1048	0,1066	0,1225	0,1016	0,1079	0,1203	0,0791	0,0868	0,1087
desv. pad. res.	0,2000	0,2000	0,1900	0,2100	0,2300	0,2500	0,2700	0,2900	0,3000	0,2500	0,2300	0,2100

los multiplicativos com subtração de parâmetros relativos aos períodos predominantemente de cheia ou seca. Nas tabelas 7, 8 e 9 são apresentados os erros percentuais absolutos médios das médias mensais, dos desvios padrão mensais, das autocorrelações mensais Lag1, Lag2 e Lag12 e dos erros percentuais absolutos das autocorrelações anuais Lag1 para os diferentes conjuntos de simulações considerados neste trabalho.

As tabelas de 10 a 14 apresentam, respectivamente, os erros percentuais absolutos das estimativas das médias mensais, desvios padrão mensais, autocorrelações mensais Lag1, Lag2 e Lag12 correspondentes ao primeiro conjunto de simulações, ou seja, para o modelo PMIX completo.

A partir da avaliação dos resultados associados ao primeiro conjunto de simulações (resultados reunidos nas tabelas 7, 10, 11, 12, 13 e 14) pôde-se

observar que o ajuste dos modelos multiplicativos completos produziu erros quadráticos médios percentuais que variaram de 0,18 a 5,6, registrando-se, adicionalmente, os maiores valores observados para o desvio padrão. Quanto ao comportamento dos modelos multiplicativos com subtração de parâmetros, relativos aos períodos predominantemente de cheia ou seca, foi possível verificar certa proximidade entre valores dos erros quadráticos médios percentuais em relação a média, desvio padrão, autocorrelação Lag1, autocorrelação Lag2 e autocorrelação Lag12, com diferenças que variaram entre 0,05 e 0,38. Para a autocorrelação anual Lag1, a diferença entre os erros se tornou mais expressiva (os erros variaram entre 3,80 e 5,07), favorecendo os modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a períodos predominantemente de seca.

**Tabela 3 - Parâmetros estimados utilizando como séries de entrada as geradas no 3º conjunto de simulações-PMIX com subtração de parâmetros relativos ao período chuvoso**

Meses	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
<b>PMIX (1,0,1,0)C</b>												
$\phi_1$	0,9675	0,9617	0,9572	0,8657	0,8776	0,8964	0,9171	0,9128	0,9156	0,9801	0,9760	0,9722
$\Phi_1$	0,0821	0,0960	0,1081	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0850	0,0941	0,1081
desv. pad. res.	0,2500	0,2600	0,2800	0,5000	0,4800	0,4400	0,4000	0,4100	0,4000	0,1900	0,2100	0,2300
<b>PMIX (1,0,1,0)S</b>												
$\phi_1$	0,9691	0,9639	0,9596	0,7507	0,8058	0,8344	0,8454	0,8660	0,8809	0,9811	0,9772	0,9737
$\Phi_1$	0,0000	0,0000	0,0000	0,8897	0,8987	0,8993	0,8899	0,8984	0,9001	0,0000	0,0000	0,0000
desv. pad. res.	0,2500	0,2700	0,2800	0,2300	0,2100	0,2000	0,1800	0,1800	0,1800	0,1900	0,2100	0,2300
<b>PMIX (1,0,1,0)</b>												
$\phi_1$	0,9675	0,9617	0,9572	0,7507	0,8058	0,8344	0,8454	0,8660	0,8809	0,9801	0,9760	0,9722
$\Phi_1$	0,0822	0,0961	0,1082	0,8896	0,8987	0,8996	0,8898	0,8984	0,9001	0,0850	0,0940	0,1082
desv. pad. res.	0,2500	0,2600	0,2800	0,2300	0,2100	0,2000	0,1800	0,1800	0,1800	0,1900	0,2100	0,2300
<b>PMIX (1,1,1,0)C</b>												
$\phi_1$	0,9678	0,9629	0,9627	0,8644	0,9362	0,9672	0,9697	0,9375	0,9469	0,9817	0,9763	0,9736
$\Phi_1$	0,0815	0,0907	0,0827	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0793	0,0919	0,1103
$\theta_1$	0,1059	0,1164	0,1582	0,2387	0,3118	0,3842	0,3403	0,2560	0,2591	0,0277	0,1078	0,1249
desv. pad. res.	0,2700	0,2900	0,3100	0,5300	0,5100	0,4700	0,4200	0,4400	0,4300	0,2100	0,2300	0,2500
<b>PMIX (1,1,1,0)S</b>												
$\phi_1$	0,9692	0,9645	0,9618	0,7304	0,8134	0,8429	0,8493	0,8671	0,8808	0,9809	0,9775	0,9751
$\Phi_1$	0,0000	0,0000	0,0000	0,8899	0,8985	0,8990	0,8905	0,8980	0,8994	0,0000	0,0000	0,0000
$\theta_1$	0,1040	0,1121	0,1267	0,0754	0,0861	0,1061	0,0934	0,0883	0,1094	0,1025	0,1092	0,1288
desv. pad. res.	0,2700	0,2900	0,3100	0,2500	0,2300	0,2100	0,2000	0,2000	0,1900	0,2100	0,2300	0,2500
<b>PMIX (1,1,1,0)</b>												
$\phi_1$	0,9677	0,9623	0,9592	0,7321	0,8134	0,8429	0,8493	0,8671	0,8801	0,9803	0,9762	0,9736
$\Phi_1$	0,0817	0,0936	0,1097	0,8900	0,8985	0,8990	0,8905	0,8980	0,8997	0,0843	0,0920	0,1103
$\theta_1$	0,1050	0,1099	0,1219	0,0791	0,0860	0,1061	0,0934	0,0882	0,1086	0,1033	0,1081	0,1248
desv. pad. res.	0,2700	0,2900	0,3000	0,2500	0,2300	0,2100	0,2000	0,2000	0,1900	0,2100	0,2300	0,2500

No segundo conjunto de simulações (resultados reunidos na Tabela 08), o ajuste dos modelos multiplicativos completos PMIX(1,0,1,0) e PMIX(1,1,1,0) produziu erros quadráticos médios percentuais que variaram de 0,12 a 1,60, além dos maiores valores de desvio padrão. Quanto ao comportamento apresentado pelos modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a períodos predominantemente de cheia ou seca, foi possível verificar uma certa proximidade dos valores dos erros quadráticos médios percentuais em relação a média, desvio padrão, autocorrelação mensal Lag1, autocorrelação mensal Lag2, apresentando diferenças que variaram entre 0,10 e 1,48. Para a autocorrelação mensal Lag12 e a autocorrelação anual Lag1 a diferença entre os erros apresentados pelos modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a períodos predominantemente de cheia

ou seca tornou-se mais expressiva (os valores variaram entre 23,44 e 45,82), favorecendo os modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos aos períodos predominantemente de seca.

De acordo com a Tabela 09 pode ser observado que, para o terceiro conjunto de simulações, os ajustes dos modelos multiplicativos completos PMIX(1,0,1,0) e PMIX(1,1,1,0) apresentaram erros quadráticos médios percentuais que variaram de 0,13 a 1,88, sendo os maiores valores associados ao desvio padrão. Quanto ao comportamento apresentado pelos modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a períodos predominantemente de cheia ou seca, pode-se verificar uma certa proximidade dos valores dos erros quadráticos médios percentuais em relação a média, desvio padrão, autocorrelação mensal Lag1, autocorrelação mensal Lag2, apresentando diferenças que variaram entre

**Tabela 4 - Erros percentuais absolutos médios das estimativas dos parâmetros, no 1º conjunto de simulações-PMIX completo**

Erros percentuais absolutos médios dos parâmetros												
Meses	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
PMIX (1,0,1,0)C												
$\phi_1$	1,8	0,3	0,0	-4,0	-3,0	-3,0	-3,9	-3,0	-3,0	1,7	-0,1	0,2
$\Phi_1$	1,2	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	0,2	0,0
PMIX (1,0,1,0)S												
$\phi_1$	-4,0	-2,9	-3,0	1,7	-0,2	-0,1	1,7	0,1	-0,1	-3,9	-3,0	-3,0
$\Phi_1$	0,0	0,0	0,0	1,1	0,2	0,1	1,1	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0
PMIX (1,0,1,0)												
$\phi_1$	1,9	0,2	0,0	1,9	-0,3	-0,2	1,9	0,0	-0,2	1,8	-0,2	0,1
$\Phi_1$	0,8	-0,4	-0,2	0,8	-0,2	-0,2	0,7	-0,1	-0,3	0,6	-0,1	-0,3
PMIX (1,1,1,0)C												
$\phi_1$	1,9	0,4	-1,3	-2,7	-3,3	-5,0	-5,6	-3,6	-4,8	3,7	0,0	-0,2
$\Phi_1$	1,1	0,1	2,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	0,2	0,1
$\theta_1$	5,6	2,9	-24,0	-34,9	-35,6	-117,5	-90,1	-50,0	-107,6	80,1	4,6	-14,8
PMIX (1,1,1,0)S												
$\phi_1$	-5,8	-3,5	-5,0	3,8	-0,1	-0,3	2,0	0,2	-1,3	-2,6	-3,4	-5,2
$\Phi_1$	0,0	0,0	0,0	1,2	0,2	0,1	1,0	0,4	2,0	0,0	0,0	0,0
$\theta_1$	-95,9	-57,0	-109,3	81,8	6,1	-12,5	8,2	4,6	-23,5	-32,2	-37,9	-129,2
PMIX (1,1,1,0)												
$\phi_1$	1,9	0,4	-0,3	1,9	0,0	-0,3	2,0	0,2	-0,3	1,9	0,0	-0,2
$\Phi_1$	1,1	0,0	0,1	1,1	0,2	0,1	1,0	0,2	0,0	0,9	0,2	0,1
$\theta_1$	5,8	4,4	-12,8	6,6	7,1	-12,4	8,4	6,2	-12,1	8,3	5,6	-14,7

0, 07 e 1,79. Para a autocorrelação mensal Lag12 e a autocorrelação anual Lag1 essa diferença entre os erros apresentados pelos modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a períodos predominantemente de cheia ou seca tornou-se mais expressiva, variando de 20,49 a 46,02; neste caso, foram favorecidos os modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a períodos predominantemente de cheia.

## SÍNTESE DOS RESULTADOS

### Conjuntos de simulações

#### Acerto do real modelo

Para todos os três conjuntos de simulações, para modelos PMIX completo e PMIX com subtração de parâmetros, a rotina computacional de otimização não linear de parâmetros com o algoritmo de Powell

resultou em acerto quanto ao real modelo utilizado na geração das séries sintéticas.

#### Parâmetros estimados

Em análise comparativa dos parâmetros estimados por otimização com os utilizados nos 3 conjuntos de simulações, as diferenças foram pouco significativas, tanto para os modelos multiplicativos completos quanto para os modelos com subtração de parâmetros.

#### Parâmetro $\Phi_1$

Quanto ao comportamento específico do parâmetro  $\Phi_1$ , verificou-se para os três conjuntos de simulações que, apesar dos modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a períodos predominantemente de cheia ou de seca apresentarem valores iguais a zero para os respectivos meses, os demais meses (de seca ou cheia) apresentaram valores semelhantes aos dos seus respectivos multiplicativos completos.



**Tabela 5 - Erros percentuais absolutos médios das estimativas dos parâmetros, no 2º conjunto de simulações - PMIX com subtração de parâmetros relativos ao período seco**

Erros percentuais absolutos médios dos parâmetros												
Meses	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
PMIX (1,0,1,0)C												
$\phi_1$	6,0	3,9	2,4	-9,0	-8,6	-8,2	-7,7	-7,1	-6,7	16,6	10,5	7,2
$\Phi_1$	1,2	-0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	0,2	0,0
PMIX (1,0,1,0)S												
$\phi_1$	-2,0	-1,2	-1,9	-8,9	-8,5	-8,0	-7,5	-6,9	-6,4	3,8	2,3	0,4
$\Phi_1$	0,0	0,0	0,0	21,3	4,7	-11,9	16,8	4,6	-11,1	0,0	0,0	0,0
PMIX (1,0,1,0)												
$\phi_1$	6,0	3,9	2,4	-8,9	-8,5	-8,0	-7,5	-6,9	-6,4	16,6	10,5	7,2
$\Phi_1$	1,2	-0,1	0,1	21,3	4,8	-11,9	16,9	4,7	-11,2	1,0	0,2	0,0
PMIX (1,1,1,0)C												
$\phi_1$	5,5	3,7	2,3	-9,0	-8,6	-8,4	-7,7	-7,2	-6,9	18,9	9,6	6,2
$\Phi_1$	1,2	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	1,0	0,2	0,1
$\theta_1$	4,1	9,3	-10,1	-4,1	-7,3	-26,4	-0,5	-9,5	-25,2	24,7	13,2	-8,8
PMIX (1,1,1,0)S												
$\phi_1$	-7,9	-4,0	-5,6	-9,1	-8,5	-8,2	-7,5	-7,0	-7,0	4,0	-4,4	-7,5
$\Phi_1$	0,0	0,0	0,0	26,3	7,1	-13,8	17,4	9,5	14,3	0,0	0,0	0,0
$\theta_1$	-244,6	-164,3	-164,1	73,5	-6,4	-22,6	-2,4	-14,7	-57,7	-139,7	-216,3	-292,1
PMIX (1,1,1,0)												
$\phi_1$	5,5	3,7	2,4	-8,9	-8,5	-8,2	-7,5	-6,9	-6,6	18,7	9,6	6,2
$\Phi_1$	1,2	0,0	0,1	21,6	7,0	-13,8	17,1	6,7	-12,5	0,9	0,2	0,1
$\theta_1$	4,1	9,3	-9,4	-4,8	-6,6	-22,5	-1,6	-7,9	-20,3	20,9	13,2	-8,7

### Primeiro conjunto

#### Desvios padrão

Avaliando-se o comportamento dos desvios padrão, pode-se verificar que, para o 1º conjunto de simulações, os modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a período predominantemente de cheia ou seca apresentaram valores semelhantes ao dos modelos multiplicativos completos, exceto para os meses para os quais foram retirados parâmetros; nestes meses foi possível observar aumento nos valores dos desvios padrão.

#### Erros médios quadráticos dos modelos completos

A partir da avaliação dos resultados associados ao primeiro conjunto de simulações pôde-se observar que o ajuste dos modelos multiplicativos completos

produziu erros quadráticos médios percentuais que variaram de 0,18 a 5,6, registrando-se, adicionalmente, os maiores valores observados para o desvio padrão.

#### Erros médios quadráticos dos modelos com subtração de parâmetros

Foi possível verificar certa proximidade entre valores dos erros quadráticos médios percentuais em relação a média, desvio padrão, autocorrelação Lag1, autocorrelação Lag2 e autocorrelação Lag12. Para a autocorrelação anual Lag1, de longo termo, a diferença entre os erros se tornou mais expressiva, favorecendo os modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a períodos predominantemente de seca.

**Tabela 6 - Erros percentuais absolutos médios das estimativas dos parâmetros,  
no 3º conjunto de simulações - PMIX com subtração de parâmetros relativos ao período chuvoso**

Erros percentuais absolutos médios apresentados pelos parâmetros												
Meses	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.	Jul.	Ago.	Set.	Out.	Nov.	Dez.
PMIX (1,0,1,0)C												
$\phi_1$	-7,5	-6,9	-6,4	3,8	2,5	0,4	-1,9	-1,4	-1,7	-8,9	-8,4	-8,0
$\Phi_1$	17,9	4,0	-8,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	15,0	5,9	-8,1
PMIX (1,0,1,0)S												
$\phi_1$	-7,7	-7,1	-6,6	16,6	10,5	7,3	6,1	3,8	2,1	-9,0	-8,6	-8,2
$\Phi_1$	0,0	0,0	0,0	1,1	0,1	0,1	1,1	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0
PMIX (1,0,1,0)												
$\phi_1$	-7,5	-6,9	-6,4	16,6	10,5	7,3	6,1	3,8	2,1	-8,9	-8,4	-8,0
$\Phi_1$	17,8	3,9	-8,2	1,2	0,1	0,0	1,1	0,2	0,0	15,0	6,0	-8,2
PMIX (1,1,1,0)C												
$\phi_1$	-7,5	-7,0	-7,0	4,0	-4,0	-7,5	-7,7	-4,2	-5,2	-9,1	-8,5	-8,2
$\Phi_1$	18,5	9,3	17,3	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	20,7	8,1	-10,3
$\theta_1$	-5,9	-16,4	-58,2	-138,7	-211,8	-284,2	-240,3	-156,0	-159,1	72,3	-7,8	-24,9
PMIX (1,1,1,0)S												
$\phi_1$	-7,7	-7,2	-6,9	18,8	9,6	6,3	5,6	3,7	2,1	-9,0	-8,6	-8,3
$\Phi_1$	0,0	0,0	0,0	1,1	0,2	0,1	1,1	0,2	0,1	0,0	0,0	0,0
$\theta_1$	-4,0	-12,1	-26,7	24,6	13,9	-6,1	6,6	11,7	-9,4	-2,5	-9,2	-28,8
PMIX (1,1,1,0)												
$\phi_1$	-7,5	-6,9	-6,6	18,7	9,6	6,3	5,6	3,7	2,2	-8,9	-8,5	-8,2
$\Phi_1$	18,3	6,4	-9,7	1,1	0,2	0,1	1,1	0,2	0,0	15,7	8,0	-10,3
$\theta_1$	-5,0	-9,9	-21,9	20,9	14,0	-6,1	6,6	11,8	-8,6	-3,3	-8,1	-24,8

**Tabela 7 - Erros percentuais absolutos médios apresentados pelos modelos no 1º conjunto de simulações - PMIX completo**

Modelos	Erros percentuais absolutos médios (%)					
	Média	Desvio Padrão	Autocorrelação Mensal Lag1	Autocorrelação Mensal Lag2	Autocorrelação Mensal Lag12	Autocorrelação Anual Lag1
PMIX(1,0,1,0)C	0,54	7,22	1,08	1,39	23,01	11,01
PMIX(1,0,1,0)S	0,41	7,60	1,13	1,52	22,95	16,08
PMIX(1,0,1,0)	0,25	5,67	0,66	0,68	0,35	0,42
PMIX(1,1,1,0)C	0,46	7,37	1,52	2,22	21,14	9,94
PMIX(1,1,1,0)S	0,35	7,84	1,61	2,41	20,88	13,74
PMIX(1,1,1,0)	0,18	3,38	0,78	0,64	0,31	0,21

## Segundo conjunto

### Desvio padrão

Os modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos ao período predominantemente de seca apresentaram valores dos desvios padrão semelhantes aos dos modelos multiplicativos completos, independentemente do mês analisado.

Os modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos ao período predominantemente de cheia apresentaram valores semelhantes aos correspondentes modelos multiplicativos completos somente para os meses para os quais não foram retirados parâmetros, podendo-se observar, nos demais meses, aumento nos valores dos desvios padrão.

**Tabela 8 - Erros percentuais absolutos médios apresentados pelos modelos  
no 2º conjunto de simulações - PMIX com subtração de parâmetros relativos ao período seco**

Modelos	Erros percentuais absolutos médios (%)					
	Média	Desvio Padrão	Autocorrelação Mensal <i>Lag1</i>	Autocorrelação Mensal <i>Lag2</i>	Autocorrelação Mensal <i>Lag12</i>	Autocorrelação Anual <i>Lag1</i>
PMIX(1,0,1,0)C	0,14	1,78	0,43	0,43	0,55	0,11
PMIX(1,0,1,0)S	0,04	0,30	0,14	1,32	46,38	36,40
PMIX(1,0,1,0)	0,13	1,58	0,41	0,40	0,42	0,22
PMIX(1,1,1,0)C	0,13	1,76	0,47	0,52	0,48	0,11
PMIX(1,1,1,0)S	0,03	0,94	0,18	0,92	32,91	23,55
PMIX(1,1,1,0)	0,12	1,60	0,46	0,48	0,50	0,22

**Tabela 9 - Erros percentuais absolutos médios apresentados pelos modelos  
no 3º conjunto de simulações - PMIX com subtração de parâmetros relativos ao período chuvoso**

Modelos	Erros percentuais absolutos médios(%)					
	Média	Desvio Padrão	Autocorrelação Mensal <i>Lag1</i>	Autocorrelação Mensal <i>Lag2</i>	Autocorrelação Mensal <i>Lag12</i>	Autocorrelação Anual <i>Lag1</i>
PMIX(1,0,1,0)C	0,06	0,30	0,10	1,32	46,55	29,41
PMIX(1,0,1,0)S	0,13	2,09	0,41	0,43	0,54	0,11
PMIX(1,0,1,0)	0,13	1,88	0,39	0,40	0,55	0,33
PMIX(1,1,1,0)C	0,05	0,87	0,18	0,92	33,39	20,49
PMIX(1,1,1,0)S	0,12	2,03	0,51	0,48	0,49	0,00
PMIX(1,1,1,0)	0,13	1,86	0,49	0,44	0,58	0,33

**Tabela 10 - Erros percentuais absolutos das médias mensais apresentados pelos modelos  
no 1º conjunto de simulações - PMIX completo**

Modelos	Erros percentuais absolutos das médias mensais											
	Jan.	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
PMIX(1,0,1,0)C	-0,38	-0,70	-0,97	-0,79	-0,69	-0,60	-0,45	-0,36	-0,33	0,11	-0,45	-0,66
PMIX(1,0,1,0)S	-0,28	-0,24	-0,22	0,23	-0,34	-0,64	-0,26	-0,52	-0,75	-0,57	-0,49	-0,40
PMIX(1,0,1,0)	0,20	-0,11	-0,32	0,26	-0,12	-0,33	0,17	-0,06	-0,21	0,33	-0,05	-0,18
PMIX(1,1,1,0)C	-0,33	-0,64	-0,79	-0,61	-0,55	-0,49	-0,37	-0,31	-0,30	0,14	-0,43	-0,60
PMIX(1,1,1,0)S	-0,22	-0,20	-0,19	0,26	-0,34	-0,60	-0,22	-0,47	-0,59	-0,41	-0,37	-0,31
PMIX(1,1,1,0)	0,23	-0,09	-0,26	0,31	-0,10	-0,27	0,22	-0,02	-0,16	0,37	-0,03	-0,12

**Tabela 11 - Erros percentuais absolutos dos desvios padrão apresentados pelos modelos  
no 1º conjunto de simulações - PMIX completo**

Modelos	Erros percentuais absolutos dos desvios padrão											
	Jan.	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
PMIX(1,0,1,0)C	-6,83	-9,44	-11,92	-9,72	-8,48	-7,14	-5,25	-4,59	-4,55	-2,45	-7,04	-9,21
PMIX(1,0,1,0)S	-5,55	-4,85	-4,84	-2,75	-7,33	-9,40	-7,25	-10,17	-12,62	-10,06	-8,86	-7,50
PMIX(1,0,1,0)	-1,54	-4,10	-5,69	-1,51	-4,20	-5,47	-1,65	-4,57	-6,13	-1,72	-4,31	-5,59
PMIX(1,1,1,0)C	-7,45	-9,90	-11,49	-9,13	-8,03	-7,00	-5,41	-4,88	-4,93	-2,66	-7,63	-9,96
PMIX(1,1,1,0)S	-5,79	-5,22	-5,31	-3,03	-8,04	-10,27	-8,06	-10,82	-12,22	-9,46	-8,45	-7,41
PMIX(1,1,1,0)	-0,95	-3,59	-5,27	-0,93	-3,75	-5,04	-1,13	-4,14	-5,66	-1,15	-3,83	-5,12

**Tabela 12 - Erros percentuais absolutos das autocorrelações mensais Lag1 apresentados pelos modelos  
no 1º conjunto de simulações - PMIX completo**

Modelos	Erros percentuais absolutos das autocorrelações mensais <i>Lag1</i>											
	Jan.	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
PMIX(1,0,1,0)C	-1,29	-1,96	-1,08	-1,39	-1,19	-0,97	-0,86	-0,54	-0,65	-0,64	-1,74	-0,65
PMIX(1,0,1,0)S	-0,97	-0,65	-0,65	-0,75	-1,85	-0,76	-1,29	-1,84	-1,19	-1,50	-1,19	-0,97
PMIX(1,0,1,0)	-0,54	-1,09	-0,22	-0,64	-1,19	-0,32	-0,54	-1,08	-0,33	-0,64	-1,08	-0,22
PMIX(1,1,1,0)C	-1,53	-2,66	-2,65	-1,53	-1,55	-1,10	-0,98	-1,00	-0,88	-0,98	-2,33	-1,10
PMIX(1,1,1,0)S	-1,09	-1,00	-0,88	-0,98	-2,33	-1,21	-1,64	-2,66	-2,87	-1,75	-1,66	-1,22
PMIX(1,1,1,0)	-0,55	-1,44	-0,22	-0,65	-1,33	-0,33	-0,55	-1,44	-0,44	-0,66	-1,44	-0,33

**Tabela 13 - Erros percentuais absolutos das autocorrelações mensais Lag2 apresentados pelos modelos  
no 1º conjunto de simulações - PMIX completo**

Modelos	Autocorrelação Mensal <i>Lag2</i>											
	Jan.	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
PMIX(1,0,1,0)C	-1,95	-2,65	-2,67	-1,61	-0,92	-0,81	-0,80	0,23	0,12	-0,92	-2,07	-1,97
PMIX(1,0,1,0)S	-0,92	0,12	0,12	-1,27	-2,18	-2,44	-2,18	-2,76	-2,90	-1,73	-1,03	-0,58
PMIX(1,0,1,0)	-0,34	-0,81	-0,70	-0,58	-0,92	-0,81	-0,57	-0,80	-0,81	-0,46	-0,80	-0,58
PMIX(1,1,1,0)C	-2,34	-3,29	-4,25	-1,87	-1,76	-2,71	-2,34	-0,70	-1,89	0,12	-2,93	-2,47
PMIX(1,1,1,0)S	-2,45	-0,94	-2,01	-0,23	-3,05	-2,83	-2,81	-3,40	-4,60	-1,99	-1,76	-2,83
PMIX(1,1,1,0)	-0,23	-0,82	-0,59	-0,47	-0,94	-0,71	-0,47	-0,82	-0,83	-0,35	-0,94	-0,47

**Tabela 14 - Erros percentuais absolutos das autocorrelações mensais Lag12 apresentados pelos modelos  
no 1º conjunto de simulações - PMIX completo**

Modelos	Autocorrelação Mensal <i>Lag12</i>											
	Jan.	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
PMIX(1,0,1,0)C	14,52	10,98	8,29	14,52	21,10	27,23	31,29	35,52	39,76	31,40	23,47	18,10
PMIX(1,0,1,0)S	31,08	35,52	39,72	31,40	23,47	18,30	14,52	10,87	8,19	14,41	20,88	27,05
PMIX(1,0,1,0)	-0,11	-0,43	-0,43	-0,11	-0,43	-0,43	-0,11	-0,43	-0,54	-0,22	-0,43	-0,54
PMIX(1,1,1,0)C	12,26	9,15	7,32	15,48	22,17	26,40	29,03	33,69	35,99	26,99	19,91	15,30
PMIX(1,1,1,0)S	28,60	33,48	35,52	26,67	19,70	15,19	12,04	8,93	7,11	15,27	21,96	26,08
PMIX(1,1,1,0)	-0,11	-0,32	-0,43	-0,11	-0,32	-0,43	-0,11	-0,32	-0,54	-0,11	-0,32	-0,54

### Erros médios quadráticos

O ajuste dos modelos multiplicativos completos produziu erros quadráticos médios percentuais que variaram de 0,12 a 1,60, além dos maiores valores de desvio padrão. Quanto ao comportamento apresentado pelos modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a períodos predominantemente de cheia ou seca, foi possível verificar uma certa proximidade dos valores dos erros quadráticos médios percentuais em relação a média, desvio padrão, autocorrelação mensal Lag1, autocorrelação mensal Lag2. Para a autocorrelação mensal Lag12 e a autocorrelação anual Lag1 a diferença entre os erros apresentados pelos modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a períodos

predominantemente de cheia ou seca tornou-se mais expressiva, favorecendo os modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos aos períodos predominantemente de seca.

### Terceiro conjunto

#### Desvios padrão

Observou-se uma tendência oposta daquela estabelecida no 2º conjunto de simulações. Os modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos ao período predominantemente de cheia apresentaram valores dos desvios padrão semelhantes aos correspondentes modelos multiplicativos completos para todos os meses. Os modelos multiplicativos

com subtração de parâmetros relativos a período predominantemente de seca apresentaram valores semelhantes aqueles estabelecidos pelos modelos multiplicativos completos somente para os meses os quais não foram retirados parâmetros, podendo-se observar, nos demais meses, aumento nos valores dos desvios padrão.

#### Erros médios quadráticos

Para o terceiro conjunto de simulações, os ajustes dos modelos multiplicativos completos apresentaram erros quadráticos médios percentuais que variaram de 0,13 a 1,88, sendo os maiores valores associados ao desvio padrão. Quanto ao comportamento apresentado pelos modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a períodos predominantemente de cheia ou seca, pode-se verificar uma certa proximidade dos valores dos erros quadráticos médios percentuais em relação a média, desvio padrão, autocorrelação mensal Lag1, autocorrelação mensal Lag2. Para a autocorrelação mensal Lag12 e a autocorrelação anual Lag1 essa diferença entre os erros apresentados pelos modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a períodos predominantemente de cheia ou seca tornou-se mais expressiva, variando de 20,49 a 46,02; neste caso, foram favorecidos os modelos multiplicativos com subtração de parâmetros relativos a períodos predominantemente de cheia.

#### Observação geral

Os resultados descritos no início da síntese dos resultados até o segundo conjunto mostram que o processo de otimização não linear de estimativa adotado, com uso do algoritmo de Powell, foi capaz de acertar os modelos utilizados na geração de séries sintéticas periódicas de vazões apresentando altas dependências. Estes resultados mostram, ainda, que o processo de otimização foi capaz de estimar adequadamente os parâmetros utilizados na citada geração.

#### CONCLUSÕES

Através das simulações de séries apresentando grande número de anos e posterior estimativa de parâmetros dos respectivos modelos foi verificado que a rotina computacional desenvolvida para geração e ajuste com o uso de técnica de otimização não linear de minimização de erros através do algoritmo de Powell é capaz de escolher adequadamente mo-

delos estocásticos PARMA multiplicativos completos e parsimoniosos que consigam reproduzir parâmetros estatísticos (média, desvio padrão, autocorrelação mensal Lag1, autocorrelação mensal Lag2, autocorrelação mensal Lag12 e autocorrelação anual Lag1) das séries históricas originais. Considerando que a preservação de parâmetros relacionados com dependência de longo termo presentes em muitas séries históricas de vazões mensais não é alcançada pelos tradicionais modelos PAR e PARMA, o êxito na modelagem com PARMA multiplicativos completos e parsimoniosos, conforme demonstrado no estudo, indica que estes modelos representam alternativas mais confiáveis para modelagem de inúmeras séries de vazões, tanto para bacias brasileiras como internacionais, que apresentam altas dependências de longo termo.

Consequentemente, a adoção dos modelos e do processo de geração e estimativa de parâmetros desenvolvidos permitirá ganhos muito significativos na definição de regras de operação e em estimativas de volumes úteis de reservatórios de regularização de vazões para grande número de rios com séries de descargas líquidas mensais apresentando altas dependências.

#### REFERÊNCIAS

- ADAMS, G. J.; GOODWIN, G. C. Parameter estimation for periodically ARMA models. *Journal of Time Series Analysis*, [S.l.], v.16, p. 127-145, 1995.
- ANDERSON, P. L.; TESFAYE Y. G.; MEERSCHAERT, M. M. Fourier – PARMA Models and their application to river flows. *Journal of Hydrologic Engineering*, Div. ASCE, [S.l.], v.12, p.462-472, 2007.
- COSER, M. C. *Modelagem estocástica de séries mensais apresentando dependência de longo termo para dimensionamento de reservatórios de regularização*. 2011. 372f. Tese (Doutorado) – Programa de Mestrado em Engenharia Ambiental, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2011.
- COSER, M. C.; MENDONÇA, A. S. F. *Modelagem de séries de vazões sazonais apresentando dependência de longo termo*. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 19., 2009, Campo Grande. Anais...Campo Grande: ABRH, 2009.

LOVATTE, A. P. *Modelagem estocástica de vazões sazonais*. 2003. 192f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado em Engenharia Ambiental, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2003.

MACEIRA, M. E. P.; DAMÁZIO, J. M. *Periodic autoregressive streamflow models applied to hydroelectric operation planning*. In: WAGENER, T. et al. Regional hydrological impacts of climatic change-impact assessment and decision making. 295. IAHS Publication, 2005. p. 239-247.

MENDES, A. G. S. *De la generation de debits synthetiques mensuels multivaries PAR le modele PARMA multiplicatif (1,0)x(1,0)*. 1990. 180f. Dissertação (Mestrado) – Programa interuniversitaire en Hydrologie de la Communauté Francophone da Belgique, Université Catholique de Louvain, Louvain-La-Neuve, Faculté des Sciences Appliquées, Belgique, 1990.

MENDONÇA, A. S. F. *Stochastic model for seasonal and monthly streamflow*. 1987. 189f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia, Colorado State University, Ft. Collins, 1987.

MOURA, K. L. *Modelagem estocástica de vazões mensais para bacias hidrográficas brasileiras*. 2005. 175f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Mestrado em Engenharia Ambiental, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2005.

OOMS, M.; FRANCES, P.H. A seasonal periodic long memory model for monthly river flows. *Environmental Modelling & Software*, [S. l.], v. 16, p. 559-569, 2001.

SALAS, J. D.; LANE, W. L.; FREVERT, D. K. *Stochastic analysis, modeling, and simulation (SAMS 2000)*. In: SINGH, V. P.; FREVERT, D. Hydrologic modelers around the globe. United States of America: Water Resources Publications, 2002.

SHAO, Q.; LUND, R.B. Computation and characterization of autocorrelations and partial autocorrelations in periodic ARMA models. *Journal of Time Series Analysis*, [S. l.], v. 25, n.3, p. 359-372, 2004.

SVEINSSON, O.G.B.; SALAS, J.D.; LANE, W.L.; FREVERT, D.K. *Stochastic analysis, modeling, and simulation (SAMS) user's manual: Technical Report n° 11*. Version 2007. Colorado: Fort Collins, 2007. 1 CD-ROM.

TESFAYE, Y. G. *Seasonal time series model and their application to the modeling of river flows*. 2005. 172 f. Dissertation (Doctor of philosophy in hydrology–Hydrological Sciences), University of Nevada, Reno, 2005.

TESFAYE, Y. G.; MEERSCHAERT, M. M.; ANDERSON, P. L. Identification of PARMA models and their application to the modeling of river flows. *Water Resources Research*, v. 42, w 01419, 2006.

YE, M.; MEYER, P. D.; NEUMAN, S. P. On model selection criteria in multimodel analysis. *Water Resources Research*, v.44, W03428, 2008.

### ***Evaluation of the Performance of Multiplicative Parma Stochastic Models to Generate Monthly Streamflow Series for Sizing Flow Regulation Reservoirs***

#### **ABSTRACT**

*Stochastic models have been widely used to forecast and generate synthetic monthly streamflow series for the definition of reservoir sizing and operation. The traditional periodic PAR (periodic autoregressive) and PARMA (autoregressive moving average) models are generally able to preserve seasonal and annual time series characteristics that present low annual and monthly dependencies. However, many monthly flow series present high dependencies that are not preserved by these models. In this sense, periodic autoregressive moving average models have been developed, called multiplicative PARMA multiplicative (p, q) x (P, Q) models, also known as PMIX (p, q, P, Q), which present parameters relating consecutive monthly flows in the same YEar (short dependence) and monthly flows for the same month in consecutive YEar (long dependence). The present study sought to verify, through simulations and model fitting to generated synthetic series, whether a developed computer nonlinear optimization routine that utilizes the Powell algorithm to minimize the sum of squared errors of estimates, is able to adequately estimate complete and parsimonious PMIX model parameters. It is concluded that the computer routine allows the appropriate selection of models and is efficient in estimating model parameters. Consequently, the results of this study will enable significant gains in the definition of rules of operation and in the estimation of volumes of flow regulation reservoirs for many rivers with monthly streamflow series presenting high dependencies.*

**Key-words:** autoregressive models, stochastic models, reservoirs.