

Estimativa do Hidrograma Instantâneo e da Vazão Máxima de Enchentes a Partir de Vazões Médias Diárias

Heinz Dieter Fill e Alexandre Arns Steiner

Departamento Hidráulica e Saneamento/UFPR. Caixa Postal 1309 CEP 80011-970 Curitiba – PR
heinzfill@yahoo.com, alexandre.steiner@avalon.sul.com.br

Recebido: 25/06/02 – revisão: 23/01/03 – aceito: 18/06/03

RESUMO

O dimensionamento dos vertedouros de reservatórios é, na maioria das vezes, realizado através de modelos probabilísticos ajustados para vazões máximas médias diárias. Isto pode causar o subdimensionamento do vertedouro, levando a sérios riscos de galgamento da barragem. Para evitar esse problema é preciso avaliar o hidrograma contínuo da cheia de projeto, de modo a considerar a vazão máxima instantânea, ou vazão de pico, como a maior vazão que chegará até o reservatório e simular o comportamento do reservatório com base nesse hidrograma, nas características hidráulicas do vertedouro e nas regras operativas das comportas.

Este estudo propõe um método que permita estimar o hidrograma instantâneo de uma cheia, com base em vazões médias diárias. Com isso, é possível obter a vazão da cheia em função do tempo, dado indispensável em estudos de propagação e abatimento de enchentes.

Além disso, como a informação mais importante deste hidrograma é a vazão de pico, desenvolveu-se uma fórmula prática para a sua estimativa, também com base nos dados de vazão média diária.

Os resultados obtidos foram satisfatórios, melhorando consideravelmente os resultados obtidos por métodos tradicionais, propostos na literatura.

Palavra-chave: hidrograma, vazão, reservatório.

INTRODUÇÃO

O dimensionamento e a operação adequados de reservatórios dependem fortemente do conhecimento preciso das vazões afluentes. No caso de estudos de regularização e de balanço hídrico, a utilização de vazões médias mensais, semanais ou diárias nos modelos matemáticos de simulação normalmente é satisfatória.

Entretanto, além de outras aplicações práticas da hidrologia, no caso da operação para o controle de cheias, intervalos de discretização inferiores a um dia são essenciais, dado o fato das vazões de cheia apresentarem flutuações importantes em questão de horas ou até minutos, particularmente no caso de bacias hidrográficas pequenas (Área de Drenagem < 1000 km²).

Devido à prática comum das agências encarregadas do monitoramento hidrológico dos rios de publicar as séries históricas na forma de vazões médias diárias, o dimensionamento dos órgãos de descarga (vertedouros) é efetuado essencialmente através da vazão máxima média diária, associada a um tempo de retorno (p. ex. COPEL, 1993). Isto não é satisfatório por não permitir considerar de forma precisa o abatimento da cheia pelo reservatório (Sugai et al. 1999) e poder conduzir a um subdimensionamento, principalmente no caso de bacias pequenas onde a

diferença entre vazão máxima instantânea e máxima média diária pode ser substancial.

Em muitos estudos hidrológicos, particularmente em cálculos de propagação de ondas de cheias, não é suficiente lidar com os dados de vazão média diária. É necessário dispor de um hidrograma instantâneo da cheia, permitindo avaliar a variação da vazão através do dia e, conseqüentemente, a vazão máxima instantânea, também chamada de vazão de pico.

A avaliação da vazão de pico a partir de vazões médias diárias tem sido objeto de muitos estudos que, de um modo geral, podem ser enquadrados em duas categorias distintas: (1) métodos que procuram relacionar a razão entre a máxima vazão instantânea e a máxima média diária de uma cheia com características fisiográficas da bacia e (2) métodos que utilizam uma combinação da seqüência das vazões médias diárias para estimar a vazão de pico.

Entre o primeiro grupo destacam-se os trabalhos de Fuller (1914) e Silva e Tucci (1998). Fuller foi um dos primeiros pesquisadores que desenvolveram estudos nesta área. Seu estudo iniciou-se através da coleta de uma série de dados de vazão média diária de 24 rios localizados na região leste dos Estados Unidos. Através da análise destes dados e das áreas de drenagem dos rios, que variavam de

Tabela 1. Relações entre vazões máximas da literatura.

Autor	Região	Expressão
Gray (1973)	M. Rochosas	$Q_{\max} / Q_d = 3,90A^{*-0,22}$
Gray (1973)	Cypress Hills	$Q_{\max} / Q_d = 10^{A*-0,46}$
Gray (1973)	Central Plains	$Q_{\max} / Q_d = 11^{A*-0,26}$
Gray (1973)	Manitoba Encarpment	$Q_{\max} / Q_d = 3,70A^{*-0,38}$
Correia (1983)	Portugal	$Q_{\max} / Q_d = 1 + 1,20A^{-0,036}$
Tonini (1939)*	Itália	$Q_{\max} / Q_m = 1 + 68A^{-0,50}$
Cottechi (1965)*	Itália ($A < 120 \text{ km}^2$)	$Q_{\max} / Q_m = 32A^{-0,313}$
Cottechi (1965)*	Itália ($A > 120 \text{ km}^2$)	$Q_{\max} / Q_m = 16A^{-0,190}$
Tonini (1969)	Itália	$Q_{\max} / Q_m = 2,39A^{-0,112}$
Tucci et al. (1991)	Brasil	$Q_{\max} / Q_d = 1 + 15,03A^{-0,59}$

*) apud Canuti e Moisello (1981).

A é a área da bacia em km^2 ; A^* é a área da bacia em mi^2 ; $Q_{\max}$ é a vazão de pico; Q_d é a vazão máxima média diária e Q_m é a vazão média diária.

Fonte: Silva e Tucci (1998).

300 à 151.000 km^2 , obteve uma fórmula que expressa a relação entre eles, exposta na equação (1), já ajustada para unidades métricas.

$$Q_{\max} = Q(1 + 2,66A^{-0,3}) \quad (1)$$

onde:

$Q_{\max}$ é a vazão de pico em m^3/s ; Q é a vazão média diária, do dia do pico, em m^3/s ; e A é a área de drenagem em km^2 .

Silva e Tucci (1998) procuraram uma metodologia inovadora, baseada num modelo hidrológico que permite estimar um coeficiente que exprime a relação entre a vazão de pico e a vazão média diária para um local onde são conhecidos a precipitação, tipo de solo e as características da bacia, necessárias à estimativa do tempo de concentração. Procurando analisar a variabilidade deste coeficiente entre diferentes locais foram utilizados dois critérios: análise gráfica e regressão dos valores observados e o ajuste de uma distribuição estatística às séries das vazões de pico e das vazões médias diárias. Foram utilizados gráficos de ajuste individuais com cada variável envolvida e análise de regressão múltipla usando uma equação log-linear do tipo da equação (2).

$$C = aA^b.L^c.D^d.T^e \quad (2)$$

onde:

A, L, D e T são características fisiográficas da bacia; e a, b, c, d e e são coeficientes numéricos.

Seguindo o método de Fuller, vários autores apresentaram relações entre a vazão média diária e a vazão de pico em função da área de drenagem para diferentes regiões do mundo, objetivando obter fórmulas específicas considerando as características regionais. Algumas dessas relações estão apresentadas na tabela 1. As unidades da

área de drenagem foram mantidas de acordo com a referência original.

Entre os métodos do segundo grupo o mais conhecido no meio hidrológico é o de Sangal (1983). Sangal sugeriu um método prático para a estimativa da vazão de pico. As variáveis usadas em seu método eram os dados de vazão média diária de três dias: o dia em que ocorreu o pico e os dias anterior e posterior. Seu método foi aplicado e testado nos rios da região de Ontario, no Canadá, através da avaliação de um total de 3.946 dados, coletados de 387 estações. Os resultados obtidos possuem boa precisão porém são subestimados para bacias pequenas (ver tabela 3). Sua fórmula é relatada na equação (3).

$$Q_{\max} = (4Q_2 - Q_1 - Q_3) / 2 \quad (3)$$

onde:

$Q_{\max}$ é a vazão de pico em m^3/s ; Q_2 é a vazão média diária do dia em que aconteceu o pico em m^3/s ; e Q_1 e Q_3 são as vazões médias diárias do dia anterior e posterior, respectivamente, ao dia em que ocorreu o pico em m^3/s .

O método de Sangal tem sido bastante utilizado em estudos de propagação de cheias em reservatórios por ocasião de estudos de inventário e viabilidade de aproveitamentos hidrelétricos no sul do Brasil (CEHPAR, 1999a, 2001a, 2001b).

Outro método para estimar hidrogramas a partir de observações não contínuas da vazão foi proposto por Kaviski em CEHPAR (1999b) e utilizado por Mine (1998) e consiste no ajuste de splines cúbicos a valores instantâneos de vazão, observados duas vezes ao dia. Entretanto essas observações em geral não são publicadas nos boletins oficiais das agências mantenedoras de redes de monitoramento.

O presente estudo propõe-se a dois objetivos: (1) definir um hidrograma de cheia contínuo, coerente com as

vazões médias diárias disponíveis e (2) estimar a vazão máxima instantânea a partir de dados médios diários.

DADOS UTILIZADOS E LIMITAÇÕES

Geralmente o que na prática hidrológica é denominado de “vazão média diária” pode não representar a verdadeira média pois, na grande maioria dos postos fluviométricos, a leitura do nível de água é realizada somente duas vezes por dia, às 7 e 17 horas, sendo a média dessas duas leituras convertida para vazão pela curva de descarga. Além disso, muitas vezes ocorrem cheias que ultrapassam as marcas máximas do linígrafo ou régua, o que impede a leitura, obrigando o uso de técnicas não convencionais para a obtenção da medida da vazão média diária ocorrida naquele dia. Finalmente, existem postos onde dúvidas sobre a extrapolação da curva de descarga colocam em xeque a confiabilidade dos dados para estudos hidrológicos de cheias.

Para a realização do presente estudo dispunha-se de dados de vazões médias diárias e vazões máximas instantâneas (registrados em linígrafo) em 18 estações fluviométricas situados em regiões bastante diversificadas. Estes dados foram coletados através do auxílio de órgãos institucionais, tais como SUDERSHA e CEHPAR, da consulta a sítios apropriados na internet e pesquisas similares, particularmente o trabalho de Silva (1997) e Sangal (1983).

Os registros desses postos foram analisados quanto à sua consistência e foram descartados quatro postos por (1) localizarem-se perto de zonas de influência de remanso, que interfere no nível do rio, (2) apresentarem tempo de concentração inferior a 24 horas, ou (3) apresentarem registros inconsistentes (e.g. vazão média diária dos dias anterior ou posterior ao dia em que ocorreu o pico maior do que a vazão média diária deste).

Após considerar todos esses aspectos foram utilizados, para a realização deste estudo, dados de vazão média diária e vazão máxima instantânea de eventos ocorridos em 14 postos, no período variando entre 1979 e 2000.

Todos os postos selecionados possuem área de drenagem superior a 84 km² e inferior a 687 km². Buscou-se trabalhar com um maior número de dados nos postos cujo grau de confiança era maior. Entre estes se destacou o posto Fazendinha, localizado no rio Pequeno, que possui dados coletados a cada 15 minutos. Este posto contabiliza 28% do total dos dados trabalhados. Na tabela 2 estão relacionados todos os postos utilizados no estudo, com seus respectivos cursos de água e áreas de drenagem. Devido às características dos postos usados no estudo pode-se assumir que a metodologia proposta seja adequada a bacias com área de drenagem entre 50 e 1000 km² (bacias pequenas). Também no caso de bacias com tempo de concentração curto (áreas pequenas ou bacias urbanas),

onde todo evento de cheia dura menos de 24 horas, o método proposto neste trabalho não se aplica.

METODOLOGIA PARA DETERMINAÇÃO DO HIDROGRAMA DE CHEIA

Após algumas tentativas iniciais usando segmentos de reta ou hidrograma triangular que não conduziram a resultados satisfatórios procurou-se modelar o hidrograma com a utilização de parábolas, cujo aspecto geral possui semelhanças com o hidrograma de uma cheia, além de simplificar consideravelmente os ajustes matemáticos.

Foram realizadas várias experiências de ajuste de parábolas desde o segundo grau até o quinto. Através da análise e interpretação dos resultados, chegou-se a conclusão de que a parábola que melhor se adaptou à forma do hidrograma foi a do quarto grau. Para o estudo com as parábolas foram feitas as seguintes considerações:

- objetivando facilitar os cálculos, foram considerados tempos adimensionais, iniciando o dia no tempo $t = 0$ e terminando no tempo $t = 1$. Caso fosse preciso verificar a hora exata de um determinado valor bastaria multiplicar o instante de tempo por 24;
- inicialmente procurou-se considerar todos os dias do evento de cheia mas, posteriormente, verificou-se ser mais prático aplicar o método somente para três dias: aquele em que ocorreu o pico e o anterior e o posterior;
- foi ainda analisado se deveria ser considerada uma parábola única para os três dias ou segmentos de parábola distintos para cada dia. Verificou-se que a segunda alternativa, ou seja, a utilização de um segmento de parábola para cada dia proporcionava um melhor ajuste.

Para uma melhor interpretação das variáveis achou-se melhor denominá-los do seguinte modo: o dia anterior ao que ocorreu o pico será chamado de primeiro dia; o dia em que ocorreu o pico, de segundo dia; e o posterior, de terceiro.

Para a estimativa do hidrograma instantâneo de uma cheia optou-se por utilizar os princípios da Programação Linear que busca a maximização de um determinado valor, impondo restrições às demais variáveis.

No caso procurou-se maximizar a vazão máxima instantânea que, partindo-se do princípio que é descrita por uma parábola do quarto grau e de que o pico ocorre no segundo dia, será dada pela equação (4).

$$Q_{\max} = a_2 + b_2 t_0 + c_2 t_0^2 + d_2 t_0^3 + e_2 t_0^4 \quad (4)$$

Tabela 2. Postos utilizados no estudo, com sua localização e área de drenagem.

Posto	Curso de água	Latitude	Longitude	Área de Drenagem (km ²)	Nº de eventos Analisados
Faz. Vera Paz	Rib. Das Palmeiras	20°45'	48°26'	687	7
Buriti	Ribeirão Buriti	20°57'	47°41'	84	4
Batatais	Ribeirão dos Batatais	20°52'	47°32'	178	3
Cravórana	Rio Cachoeira	20°03'	46°20'	404	3
Embu-Guaçu	Rio Embu-Guaçu	23°50'	46°48'	114	3
Corrego Rico	Córrego Rico	21°17'	48°16'	435	7
Viradouro	Córrego Sucuri	20°53'	48°16'	143	7
Fazendinha	Rio Pequeno	25°34'	48°05'	110	36
Vossoroca	Rio São João	25°49'	49°04'	151	3
Ceddar Mills	Rio Humber (Canadá)	*	*	*	13
ETE Sanepar	Rio Iguaçu	25°31'	49°13'	414	9
Ol. Do Estado	Rio Irai	25°26'	49°07'	163	8
Pinhais	Rio Irai	25°27'	49°10'	417	7
Ponte BR-277	Rio Iguaçu	25°29'	49°12'	687	7

* não foi possível obter este dado.

onde:

t_0 é o instante de tempo em que ocorre a vazão máxima instantânea.

A preferência pela utilização da parábola do quarto grau deve-se ao fato de apresentar dois pontos de inflexão, necessários para que possa representar adequadamente a vazão do segundo dia (onde ocorrerá o pico).

Se fosse utilizada uma parábola do segundo grau não existiriam pontos de inflexão e a mudança da concavidade só poderia ocorrer na fronteira entre um dia e outro. Além disso, o uso de uma parábola do segundo grau nos postos analisados tende a subestimar a vazão máxima instantânea, principalmente naqueles casos em que a vazão média diária do segundo dia é muito maior do que a dos outros dois dias.

Quanto à parábola de terceiro grau, esta possui apenas um ponto de inflexão. Na maioria dos casos testados com este tipo de parábola, ocorreu que a parábola do segundo dia se iniciava com a concavidade voltada para cima, mas ao final deste dia, ela teria, obrigatoriamente, que estar voltada para baixo. Este fato impõe que a mudança de concavidade na recessão ocorra exatamente na fronteira entre o segundo e o terceiro dia, além de também subestimar a vazão de pico.

O uso da parábola do quinto grau não produziu melhorias sensíveis nos resultados, exigindo entretanto três parâmetros adicionais contrariando o princípio da parcimônia de parâmetros, que deriva de uma regra mais geral conhecido como “Ockham’s razor” (navalha de Ockham), citado por Robinson (1990) e segundo a qual entre dois métodos ambos capazes de explicar um fenômeno deve-se dar preferência ao mais simples.

Quanto às restrições a serem impostas, estas se referem à continuidade do hidrograma e de sua derivada durante todo o evento e são empregadas com os seguintes objetivos:

- dar à parábola um aspecto similar ao de um hidrograma de um evento de cheia;
- garantir que a cada dia a média das vazões instantâneas seja igual a vazão média diária;
- impedir que as vazões decresçam durante o período anterior ao pico e impedir que cresçam no período posterior;
- impedir a ocorrência de valores negativos para a vazão.

Foram cinco os tipos de restrições impostas ao modelo.

A primeira restrição impõe que a média das vazões instantâneas seja igual à vazão média do dia considerado. Para que isto seja possível, a integral do segmento de parábola, correspondente a um determinado dia, deve ser igual à vazão média diária deste dia. Esta relação nos fornece três equações, uma para cada um dos três dias. As equações (5) e (6) relatam esta restrição.

$$\int_0^1 (a_i + b_i t + c_i t^2 + d_i t^3 + e_i t^4) dt = Q_i \quad (5)$$

$$a_i + \frac{b_i}{2} + \frac{c_i}{3} + \frac{d_i}{4} + \frac{e_i}{5} = Q_i \quad (6)$$

Para i variando de 1 até 3, sendo $Q_i(t)$ a vazão instantânea no tempo t e Q_i a vazão média diária.

A segunda restrição diz respeito ao ponto de interseção entre dois segmentos de parábola, correspondentes a dois dias consecutivos. Como não deve haver descontinuidade entre os segmentos, o final da parábola do primeiro dia deve coincidir com o início da parábola do segundo; o mesmo vale para a relação entre o segundo e o terceiro dia. Esta restrição fornece duas equações e pode ser identificada através das equações (7) e (8).

$$Q_i(1) = Q_{i+1}(0) \quad (7)$$

$$a_i + b_i + c_i + d_i + e_i = a_{i+1} \quad (8)$$

Para i igual a 1 e 2.

A terceira restrição se refere ao fato das transições entre segmentos de parábola consecutivos serem suaves, com derivadas contínuas. Para tanto, no ponto em que estes se interceptam, a derivada deve ser a mesma para os dois segmentos. Esta restrição fornece mais duas equações e pode ser melhor visualizada através das equações (9), (10) e (11).

$$Q'_i(t) = b_i + 2c_it + 3d_it^2 + 4e_it^3 \quad (9)$$

$$Q'_i(1) = Q'_{i+1}(0) \quad (10)$$

$$b_i + 2c_i + 3d_i + 4e_i = b_{i+1} \quad (11)$$

Para i igual a 1 e 2.

A quarta restrição refere-se à derivada segunda, impondo a condição de que, no ponto de interseção, os raios de curvatura dos dois segmentos de parábola sejam iguais. Portanto, ela iguala a derivada segunda de um segmento com a derivada segunda do segmento seguinte. Esta restrição fornece mais duas equações, já que é realizada no encontro entre duas parábolas e pode ser melhor interpretada através das equações (12), (13), (14) e (15).

$$Q''_i(t) = 2c_i + 6d_it + 12e_it^2 \quad (12)$$

$$Q''_i(1) = Q''_{i+1}(0) \quad (13)$$

$$2c_i + 6d_i + 12e_i = 2c_{i+1} \quad (14)$$

$$c_i + 3d_i + 6e_i = c_{i+1} \quad (15)$$

Para i igual a 1 e 2.

A quinta restrição foi inserida após avaliados os primeiros resultados. Sem essa restrição ocorria uma variação muito pequena da vazão, nos dias anterior e posterior ao dia do pico. Optou-se, então, por impor uma declividade

de à curva na metade desses dias (instante de tempo $t = 0,5$) igual à variação da vazão média diária. Isso implica em igualar a derivada no meio do primeiro dia à diferença entre a vazão média diária do segundo dia e do primeiro; e igualar a derivada no meio do terceiro dia à diferença entre a vazão média diária do terceiro dia e do segundo. Esta restrição pode ser melhor visualizada nas equações (16) e (17).

$$b_1 + 2c_1 \cdot 0,5 + 3d_1 \cdot 0,25 + 4e_1 \cdot 0,625 = Q_2 - Q_1 \quad (16)$$

$$b_3 + 2c_3 \cdot 0,5 + 3d_3 \cdot 0,25 + 4e_3 \cdot 0,625 = Q_3 - Q_2 \quad (17)$$

Adotou-se, por simplicidade, que o pico ocorre no instante de tempo $t = 0,5$ em todas as cheias, de modo que a vazão máxima é dada pela equação (18).

$$Q_{\max} = a_2 + 0,5b_2 + 0,25c_2 + 0,125d_2 + 0,0625e_2 \quad (18)$$

DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA

Para resolver o problema de Programação Linear foi utilizado o Lingo – Linear, Integer and Generalized Optimizer (Lingo Software, 2000) devido a sua fácil operacionalização.

Durante a configuração do programa, além das restrições já citadas, foram impostas outras, que evitam oscilações para diferentes instantes de tempo. Todas as variáveis impostas ao programa foram denominadas como reais, por poderem assumir tanto valores negativos como positivos, exceto para as variáveis a_1 , a_2 e a_3 que só podem ter valores positivos. O problema pode ser formulado como segue:

$$\text{Max} = a_2 + 0,5b_2 + 0,25c_2 + 0,125d_2 + 0,0625e_2; \quad (\text{função objetivo});$$

Sujeito a:

- $a_1 > 0$; (vazão positiva para $t=0$);
- $a_2 > Q_1$; (vazão crescente no primeiro dia);
- $a_1 + b_1/2 + c_1/3 + d_1/4 + e_1/5 = Q_1$; (eq.(7) para $i=1$);
- $a_2 + b_2/2 + c_2/3 + d_2/4 + e_2/5 = Q_2$; (eq.(7) para $i=2$);
- $a_3 + b_3/2 + c_3/3 + d_3/4 + e_3/5 = Q_3$; (eq.(7) para $i=3$);
- $b_1 + 2 \cdot c_1 + 3 \cdot d_1 + 4 \cdot e_1 = b_2$; (eq.(14) para $i=1$);
- $b_2 + 2 \cdot c_2 + 3 \cdot d_2 + 4 \cdot e_2 = b_3$; (eq.(14) para $i=2$);
- $c_1 + 3 \cdot d_1 + 6 \cdot e_1 = c_2$; (eq.(19) para $i=1$);
- $c_2 + 3 \cdot d_2 + 6 \cdot e_2 = c_3$; (eq.(19) para $i=2$);
- $a_1 + b_1 + c_1 + d_1 + e_1 = a_2$; (eq.(10) para $i=1$);
- $a_2 + b_2 + c_2 + d_2 + e_2 = a_3$; (eq.(10) para $i=2$);
- $a_3 + b_3 + c_3 + d_3 + e_3 > 0$; (vazão final positiva);
- $a_3 < Q_2$; (vazão decrescente no 3º dia);

$$\begin{aligned}
 &b_1 > 0; \\
 &b_1 + 2 \cdot c_1 \cdot 0,2 + 3 \cdot d_1 \cdot 0,04 + 4 \cdot e_1 \cdot 0,008 > 0; \\
 &b_1 + 2 \cdot c_1 \cdot 0,4 + 3 \cdot d_1 \cdot 0,16 + 4 \cdot e_1 \cdot 0,064 > 0; \\
 &b_1 + 2 \cdot c_1 \cdot 0,6 + 3 \cdot d_1 \cdot 0,36 + 4 \cdot e_1 \cdot 0,216 > 0; \\
 &b_1 + 2 \cdot c_1 \cdot 0,8 + 3 \cdot d_1 \cdot 0,64 + 4 \cdot e_1 \cdot 0,512 > 0; \\
 &b_1 + 2 \cdot c_1 + 3 \cdot d_1 + 4 \cdot e_1 > 0; \\
 &b_3 < 0; \\
 &b_3 + 2 \cdot c_3 \cdot 0,2 + 3 \cdot d_3 \cdot 0,04 + 4 \cdot e_3 \cdot 0,008 < 0; \\
 &b_3 + 2 \cdot c_3 \cdot 0,4 + 3 \cdot d_3 \cdot 0,16 + 4 \cdot e_3 \cdot 0,064 < 0; \\
 &b_3 + 2 \cdot c_3 \cdot 0,6 + 3 \cdot d_3 \cdot 0,36 + 4 \cdot e_3 \cdot 0,216 < 0; \\
 &b_3 + 2 \cdot c_3 \cdot 0,8 + 3 \cdot d_3 \cdot 0,64 + 4 \cdot e_3 \cdot 0,512 < 0; \\
 &b_3 + 2 \cdot c_3 + 3 \cdot d_3 + 4 \cdot e_3 < 0.
 \end{aligned}$$

As últimas 12 restrições têm o objetivo de não permitir que a parábola decresça no primeiro dia e cresça no terceiro. Assim sendo, o modelo apresenta 15 variáveis e 25 restrições.

METODOLOGIA PARA DETERMINAÇÃO DA VAZÃO MÁXIMA INSTANTÂNEA

O segundo objetivo da realização deste estudo é a determinação da vazão de pico a partir de vazões médias diárias. Este resultado pode ser obtido imediatamente pelo programa, uma vez que é o resultado final da função objetivo. Porém, mesmo se não fosse fornecido pelo programa, poderia ser facilmente obtido pelo resultado da equação da parábola correspondente ao segundo dia, para o tempo igual a 0,5. Esses resultados, após avaliados, foram considerados extremamente satisfatórios, já que obtiveram uma melhoria sensível em relação ao método proposto por Sangal (1983).

Porém, considerando que em muitos estudos hidrológicos apenas a vazão de pico é de interesse, sem a necessidade do hidrograma completo, e objetivando obter esta vazão de forma mais rápida e expedita, foi desenvolvido um estudo específico para a obtenção direta da vazão máxima instantânea.

Certamente o dado isolado mais útil do hidrograma instantâneo de cheia é o valor da vazão de pico, já que é usado para estimar as cheias de projeto para o dimensionamento dos órgãos de descarga dos reservatórios e outras obras hidráulicas. Porém, nem sempre a vazão máxima instantânea está disponível a partir das observações de campo, pois na maioria das estações fluviométricas efetuam-se apenas duas leituras diárias. Muitas vezes o valor da vazão de pico é estimado multiplicando-se a vazão máxima média diária por um fator de correção ou usa-se o maior dos dois valores lidos, no dia, como vazão máxima instantânea.

O presente estudo procurou desenvolver uma fórmula simples, similar ao método de Sangal, para estimar

a vazão máxima instantânea a partir das vazões médias diárias.

No desenvolvimento do método foram utilizados somente os dados de vazão média diária de três dias, aquele em que ocorreu o pico, o anterior e o posterior a este. A vazão de pico seria expressa por uma combinação linear desses três valores com os coeficientes, determinados de forma empírica e dependentes da variação relativa das vazões médias diárias.

Os coeficientes foram ajustados objetivando a máxima aproximação possível entre valores calculados e observados, sem que resultasse uma subestimação dos resultados. A fórmula que apresentou os melhores resultados é expressa pela equação (19).

$$Q_{\max} = [0,8Q_2 + 0,25(Q_1 + Q_3)] \quad (19)$$

onde:

$Q_{\max}$ é a vazão máxima instantânea; Q_2 é a vazão média diária do dia em que ocorre o pico; Q_1 é a vazão média diária do dia anterior; e Q_3 é a vazão média diária do dia posterior; todos em m^3/s .

Analisando os resultados, observou-se que existia uma correlação entre a razão do valor estimado e o observado e a razão entre a média das vazões médias diárias do primeiro e terceiro dia e a vazão média diária do segundo dia. A esta razão denominou-se “x”. Verificou-se, então, que caso fosse aplicado um fator de correção “k” à equação (19) poder-se-ia conseguir uma maior aproximação entre o valor estimado e o valor real, obtendo-se a fórmula (20).

$$Q_{\max} = [0,8Q_2 + 0,25(Q_1 + Q_3)]/k \quad (20)$$

O estimador do fator “k” foi obtido através da regressão linear, entre x e k, para 50 casos, observados nos 14 postos utilizados no presente estudo. A figura 1 mostra os 50 valores analisados e a reta de regressão, obtida pelo método dos mínimos quadrados. O coeficiente de determinação foi de $r^2=0,67$ e o erro padrão dos resíduos resultou em $S^2=0,1139$. As equações (21) e (22) definem a equação da reta de regressão e poderá ser usada para estimar o fator de correção k para qualquer cheia.

$$x = \frac{(Q_1 + Q_3)}{2Q_2} \quad (21)$$

$$\hat{k} = 0,9123x + 0,3620 \quad (22)$$

A variância do estimador de mínimos quadrados de “k” pode ser avaliado pela expressão (23) (Johnston, 1984).

$$\text{Var}(\hat{k}) = S_k^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(\bar{x} - \bar{x})^2}{\sum (\bar{x} - \bar{x})^2} \right) \quad (23)$$

Substituindo os valores obtidos pela regressão na expressão (23), obtém-se para o erro padrão da estimativa de k.

RESULTADOS

Os resultados obtidos com o método de ajuste pelas parábolas, quando aplicado aos dados dos postos utilizados no estudo, foram extremamente satisfatórios. Os hidrogramas instantâneos puderam ser facilmente visualizados quando substituíram-se os valores dos coeficientes finais na expressão geral da parábola do quarto grau e variou-se o valor do tempo t. Estes pontos resultantes, correspondentes aos pares de valores (t, Q), devem ser colocados em um gráfico, para uma visualização geral do hidrograma. A figura 2 mostra um exemplo da aplicação do método apresentando o hidrograma contínuo, superposto aos valores instantâneos de vazão ocorridos em 09/03/2000, no posto de Fazendinha.

No caso do cálculo da vazão de pico, os resultados obtidos pela fórmula foram muito satisfatórios, pois diminuíram a tendenciosidade como também o erro médio quadrático em relação ao método do ajuste de parábola, além de mostrar uma performance superior aos métodos tradicionais, como de Fuller e Sangal.

Para a comparação objetiva entre os métodos citados neste estudo e os métodos tradicionais, calcularam-se os valores da tendenciosidade (BIAS) e da raiz do erro médio quadrático (RMSE), para todos as 126 cheias analisadas, com os resultados apresentados na tabela 3. Esta tabela mostra a tendenciosidade e a raiz do erro médio quadrático para cada bacia e também para a totalidade dos 14 postos analisados.

Para tornar os resultados mais comparáveis utilizaram-se tanto para a tendenciosidade como para o erro médio quadrático valores relativos, dividindo-se sempre os desvios pelo valor observado. Essa técnica já havia sido sugerida por Stedinger (1980) e Stedinger e Cohn (1986) e também foi usada por Fill (1994) na avaliação do desempenho de estimadores. As equações utilizadas para o cálculo de BIAS e RMSE são as relatadas nas equações (24) e (25).

$$\text{BIAS} = \frac{\sum x'_i}{n} - 1 \quad (24)$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum (x'_i - 1)^2}{n}} \quad (25)$$

onde:

x'_i é a razão entre o estimado e o real para o dado i ($x'_i = Q_{\text{est}} / Q_{\text{obs}}$) e n é o número total de dados.

Observa-se que, com exceção de apenas dois locais, o método proposto nesse estudo possui raiz do erro médio quadrático consideravelmente inferior aos métodos de Sangal e de Fuller e até mesmo em relação ao método do ajuste de parábolas, que já tinha mostrado uma melhora significativa em relação aos métodos tradicionais. Em relação à tendenciosidade (BIAS), verificou-se que os métodos de Sangal e Fuller apresentavam valores muito altos, que superestimavam demasiadamente os valores reais. Já o presente estudo conseguiu reduzir significativamente a tendenciosidade, tornando o método essencialmente não tendencioso.

Vale a pena mencionar que apenas 50 cheias foram usadas para estimar o modelo, enquanto todas as 126 cheias disponíveis foram usadas na verificação.

Do total de dados testados pelo método apresentado neste estudo, 69% tiveram erros inferiores a 10% e, 88% dos dados obtiveram erros inferiores a 20%. As limitações dos modelos propostos se limitam para bacias com tempo de concentração inferiores a um dia, que exigem um estudo mais aprofundado.

CONCLUSÕES

Este estudo objetivou formular um novo método para a avaliação do hidrograma instantâneo de uma cheia e da vazão máxima instantânea para postos onde se dispõe apenas de séries de vazões médias diárias. Os resultados obtidos foram satisfatórios pois atenderam todos os objetivos preestabelecidos e o estimador proposto apresentou desempenho superior aos métodos tradicionais propostos na literatura.

Para estimar o hidrograma instantâneo utilizou-se a Programação Linear, com emprego de segmentos de parábola do quarto grau, obtendo-se, através de uma série de restrições, um hidrograma bastante similar ao observado.

Para a vazão máxima instantânea, uma fórmula simples permite obter estimativas bastante precisas. A superioridade dos métodos propostos neste estudo os qua-

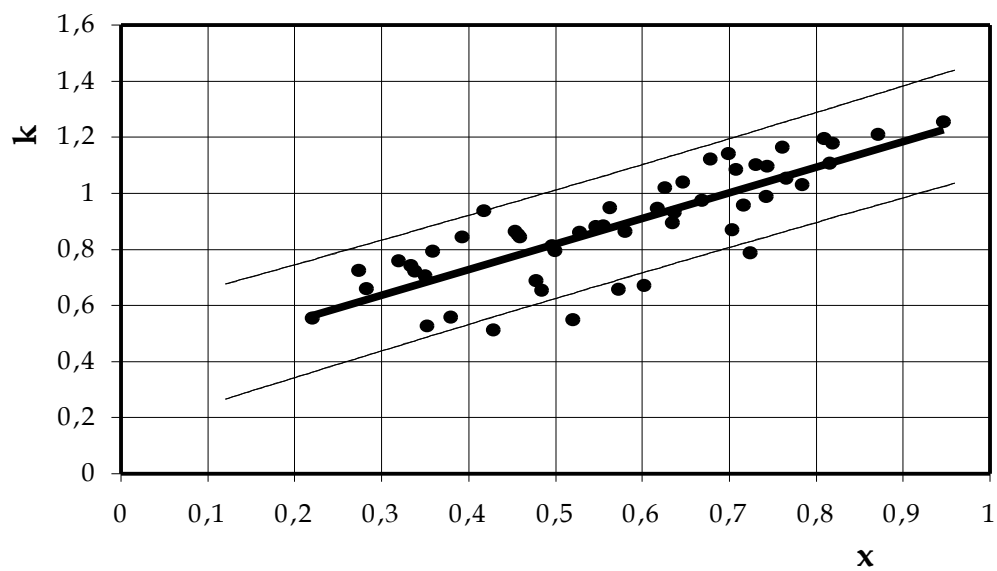


Figura 1. Regressão entre x e k .

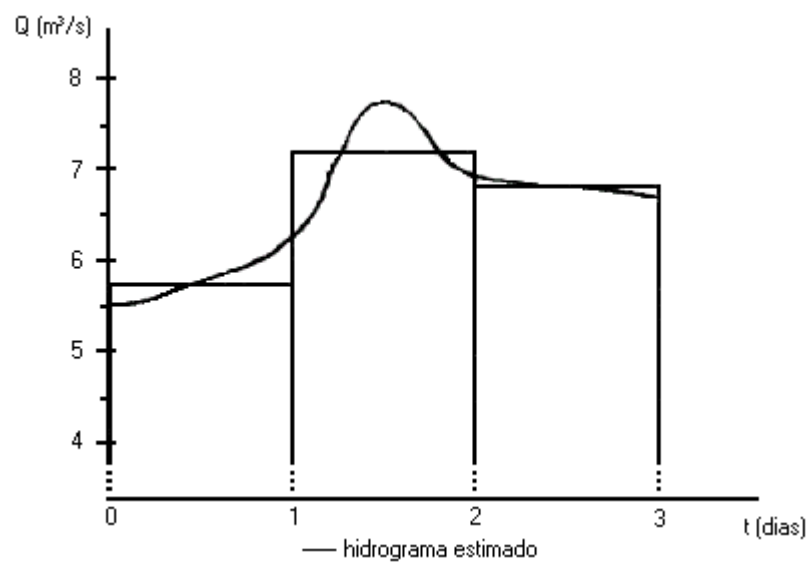


Figura 2. Exemplo numérico de cálculo.

Tabela 3. Valores da tendenciosidade (BIAS) e raiz do erro médio quadrático (RMSE) relativos.

POSTO	FÓRMULA PROPOSTA		AJUSTE PELAS PARÁBOLAS		SANGAL		FULLER	
	BIAS	RMSE	BIAS	RMSE	BIAS	RMSE	BIAS	RMSE
Faz. Vera Paz	0,0348	0,1485	0,0828	0,1558	0,1625	0,2270	0,2356	0,3065
Buriti	-0,0029	0,1223	0,0578	0,1312	0,1527	0,2050	0,2755	0,3085
Batatais	-0,0625	0,1201	0,0280	0,1211	0,0829	0,1505	0,1946	0,2374
Cravadora	0,0527	0,0866	0,1150	0,1370	0,1712	0,1953	0,2595	0,2912
Embu-Guaçu	0,0457	0,0497	0,0697	0,0861	0,1133	0,1315	0,5915	0,5922
Corrego Rico	0,0276	0,1428	0,0865	0,1816	0,1659	0,2414	0,1589	0,1952
Viradouro	0,0569	0,0783	0,1341	0,1464	0,2164	0,2256	0,3098	0,3299
Fazendinha	0,0189	0,0436	0,0334	0,0621	0,0829	0,1082	0,5668	0,5614
Vossoroca	-0,0847	0,1232	-0,0588	0,0977	0,0426	0,1012	0,0436	0,1634
Ceddar Mills	-0,0973	0,1899	-0,0392	0,1802	0,0338	0,1839	*	*
ETE Sanepar	0,0055	0,1657	0,0645	0,1861	0,1487	0,2451	0,1155	0,1792
Ol. do Estado	0,0834	0,0971	0,1277	0,1484	0,2071	0,2264	0,5047	0,5079
Pinhais	0,0774	0,1434	0,1237	0,1861	0,2260	0,2803	0,2490	0,2633
Ponte BR-277	-0,0124	0,2565	0,0175	0,2543	0,1168	0,3081	-0,0104	0,2200
Total	0,0098	0,1057	0,0521	0,1439	0,1236	0,1928	0,3535	0,4255

* Como não foi possível obter a área de drenagem deste posto, não foi possível calcular as vazões máximas instantâneas pelo método de Fuller.

lífica para serem utilizados em estudos de cheias de projeto para obras hidráulicas, substituindo os métodos tradicionais, tais como Sangal e Fuller.

Uma observação importante que deve ser feita é o fato de neste estudo serem apresentados dois métodos que fornecem resultados similares, porém diferentes. Deve-se salientar que o desenvolvimento do hidrograma completo da cheia desconsidera os resultados de vazão máxima instantânea apresentados pela fórmula. Os resultados apresentados pela fórmula podem ser usados nos casos em que não há a necessidade de se averiguar o hidrograma da cheia, sendo em geral mais precisos que o resultado explícito na estimativa do hidrograma de cheia. Evidentemente poderá ser efetuada uma correção do hidrograma obtido pelo ajuste das parábolas usando a estimativa da vazão máxima pela fórmula, porém essas correções não foram analisadas no presente estudo.

Também é possível efetuar regressões distintas para cada bacia ou grupo de bacias, desde que um número suficiente de dados esteja disponível, fato que torna ainda mais precisos os resultados, sendo recomendada a sua realização.

Obviamente a metodologia proposta não é o último passo para a avaliação de hidrogramas de vazões instantâneas. Deve-se continuar aprimorando e buscando soluções ainda mais confiáveis, inclusive utilizando características fisiográficas das bacias hidrográficas e buscando

soluções para bacias com tempo de concentração inferiores a um dia.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico-CNPq pelo apoio financeiro, ao Departamento de Hidráulica e Saneamento da UFPR pela disponibilização de instalações e equipamentos e aos pesquisadores Irani dos Santos, Eraly Alves Silva, Edson Nagashima e Márian da Costa Rohn, pela disponibilização de dados e pelas valiosas sugestões.

REFERÊNCIAS

- CANUTI, P. e MOISELLO, U., Relazione tra I massimi annuali delle portate al como e medie giornaliere per alcuni bacini della toscana. *L'Energia Elettrica*, Vol. 48, N° 11. 1981.
- CENTRO DE HIDRÁULICA E HIDROLOGIA PROFESSOR PARIGOT DE SOUZA – CEHPAR, HG-172 – *Estudos hidrológicos e energéticos da PCH Carlos Gonzatto*. Relatório técnico no 1. Curitiba, 2001a.
- CENTRO DE HIDRÁULICA E HIDROLOGIA PROFESSOR PARIGOT DE SOUZA – CEHPAR, HG-121 – *Estudos hidrometeorológicos referentes ao inventário do rio Chopin*. Relatório técnico no 1. Curitiba, 2001b.

- CENTRO DE HIDRÁULICA E HIDROLOGIA
PROFESSOR PARIGOT DE SOUZA – CEHPAR,
HG-112 – *Estudos hidrológicos – PCH São João*. Relatório técnico no 4. Curitiba, 1999a.
- CENTRO DE HIDRÁULICA E HIDROLOGIA
PROFESSOR PARIGOT DE SOUZA – CEHPAR,
HG-123 – *Viabilidade técnica - econômica e ambiental das usinas hidrelétricas Fundão e Santa Clara*. Relatório Técnico no 1. Curitiba, 1999b.
- COPEL – Companhia Paranaense de Energia, Estudos Hidrológicos para o Projeto Básico – UHE Salto Caxias, 1993.
- FILL, H. D., *Improving flood quantile estimates using regional information*. Ithaca: Cornell Univ., 1994. 256 p. Tese (Doutorado), Cornell University.
- FULLER, W. E., Flood flows. *Transactions, ASCE*, v. 77, Paper No 1293, p. 564-617, 1914.
- JOHNSTON, J., *Econometric methods*. 3rd Edition, MacGraw Hill, New York, 1984.
- LINGO SOFTWARE, The Modeling Language and Optimizer. LINDO Systems Inc., Chicago, Illinois, 2000.
- MINE, M. R. M. *Método determinístico para minimizar o conflito entre gerar energia e controlar cheias*. Porto Alegre: IPH/UFRGS, 1998, 146 p (e anexos com 115 p.) Tese (doutorado), Universidade do Rio Grande do Sul.
- ROBINSON, E. A, *Einstein's Relativity in Metaphor and Mathematics*. Prentice Hall, New Jersey, 1990.
- SANGAL, B. P., Practical method of estimating peak from mean daily flow, with Application to Streams in Ontario. *National Hydrology Research institute*, Ottawa, Canada, Paper No 16, Inland Waters Directorate Technical Bulletin No 122, p. 242, 1983.
- SILVA, E. A, *Estimativa regional da vazão máxima instantânea em algumas bacias brasileiras*. Porto Alegre: MEC – UFRGS, 1997, 90 p, Tese (Mestrado), Universidade Federal do Rio grande do Sul.
- SILVA E. A. e TUCCI, C. E. M., Relação entre as vazões máximas diárias e instantâneas. *RBRH*, Volume 3, No 1, Jan/Mar 1998, p. 133-151.
- SUGAI, M. R.; COLAÇO, R. F.; FILL, H. D., Análise da adequação da capacidade de descarga do vertedor. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 13, Belo Horizonte. *Anais...* Porto Alegre: ABRH, 1999.
- STEDINGER, J. R., Fifty log-normal distributions to hydrologic data. *Water Resources Research*, 16 (3) pp. 481-490, 1980.
- STEDINGER, J. R. e COHN, T. A., Flood frequency Analysis with Historical and paleoflood information. *Water Resources Research*, 22 (5), pp. 785-793, 1986.

Estimation of an Instantaneous Hydrograph and Maximum Flood Flow From Mean Daily Flow Data

ABSTRACT

The design and operation of spillway capacity is usually performed by adjusting probabilistic models to daily mean flow series. This may cause an underdesign of the spillway with possible risk of dam overtopping.

To avoid this problem the estimation of a continuous flood flow hydrograph is needed in order to consider the instantaneous maximum reservoir inflow as well as to simulate the reservoir operation based on that hydrograph, the hydraulic characteristics of the spillway and the operation rules.

Since there is often a lack of instantaneous flow data at the site of interest the flood hydrograph has to be estimated. This paper proposes a method to estimate an instantaneous flow hydrograph for flood routing studies, from mean daily flow data.

Furthermore a formula is developed to estimate the instantaneous peak flow also from mean daily data. The results have been satisfactory with significant improvements in relation to the traditional methods available in the literature.

Key-words: hydrograph, flow, reservoir.