

## XII ENCONTRO NACIONAL DE ÁGUAS URBANAS

### **ANÁLISE NUMÉRICA DE MODELOS DE FATOR DE ATRITO VARIÁVEL DURANTE TRANSITÓRIOS HIDRÁULICOS**

*José Fernandes Junior<sup>1</sup> & Alexandre Kepler Soares<sup>2</sup>*

**RESUMO** – O presente trabalho estuda a influência do fator de atrito variável em transientes hidráulicos para um sistema hipotético proposto do tipo reservatório–tubo–válvula. Para o estudo, foram elaboradas rotinas computacionais em linguagem C++ e para o sistema proposto foram simuladas diferentes situações de acordo com os parâmetros de perda de carga de cada formulação analisada. Os resultados obtidos demonstraram que a consideração de fator de atrito variável durante transientes hidráulicos causa atenuação dos picos de pressão e atraso no sinal. Os modelos parametrizados, que necessitam de calibração, podem até reproduzir o comportamento hidráulico de outros fenômenos, mas apresentam convergência apenas numérica com a consequente perda de significado físico dos fenômenos.

**ABSTRACT** – This research work studies the influence of unsteady friction factor in hydraulic transient pressures for a proposed hypothetical reservoir-pipe-valve system. To this end, computational routines were implemented in C++ language, and different situations were simulated according to the parameters of each unsteady friction model. The results obtained showed that taking into account unsteady friction during hydraulic transients causes attenuation of pressure peaks and phase delay. The parametrized models, which require model calibration, may even reproduce the hydraulic behavior of other phenomena, but it presents only numerical convergence, which results in less physical meaning of the phenomena.

**Palavras-Chave** – Transitórios Hidráulicos, Fator de Atrito Variável, Método Numérico.

---

1) Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, jfslmb@gmail.com

2) Professor Associado do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, aksoares@gmail.com

## 1 – INTRODUÇÃO

Redes de condutos forçados consistem em estruturas destinadas ao transporte de fluidos sob pressão, como sistemas de distribuição de água destinados ao abastecimento público e transporte de esgotos domésticos por sistemas de recalque. Associados aos transportes dos fluidos sob pressão estão os transitórios hidráulicos, regime de escoamento que apresenta variações de pressão e vazão causadas por perturbações no escoamento permanente. A parada automática das bombas, os ajustes das válvulas de controle e eventos acidentais, como queda de energia elétrica em sistemas de bombeamento, são fatores que geram condições transitórias nos condutos forçados. De acordo com Jung *et al.* (2007), o comportamento dos sistemas de abastecimentos de água sob condições de escoamento transitório deve ser devidamente avaliado visando evitar falhas no abastecimento e proporcionar seu funcionamento confiável e seguro. Segundo Wichowski (2006), é importante considerar o escoamento transitório na concepção, manutenção e operação dos sistemas de distribuição de água. Para tanto, modelos hidráulicos são usualmente empregados para as simulações computacionais. Para que tais modelos sejam confiáveis na reprodução das condições de escoamento, é preciso que eles levem em consideração os fenômenos hidráulicos durante o escoamento transitório. Um dos fenômenos mais importantes na análise dos transitórios é a atenuação das variações de pressão devido ao comportamento dinâmico da tensão de atrito nas paredes do conduto.

Ao se tentar modelar o fenômeno transiente a partir de um fator de atrito para regime permanente, foram verificadas diferenças entre o comportamento obtido dos resultados teóricos advindos das formulações e entre os problemas reais observados. Desta forma, verificou-se a necessidade de se tratar o fator de atrito de forma distinta para os regimes permanente e transiente (Vardy *et al.*, 1993; Vítkovsky *et al.*, 2000; Ramos *et al.*, 2004).

Devido à importância e necessidade de tratar o fenômeno dos transientes hidráulicos, estudos foram desenvolvidos por pesquisadores e formulações foram e continuam sendo propostas na tentativa de modelar o efeito em condutos forçados da forma mais fiel possível ao observado em campo e em simulações laboratoriais. A partir das equações da conservação de massa e quantidade de movimento aplicadas ao regime transiente, as análises das vazões e pressões puderam ser feitas. Destacando-se a perda de carga no escoamento, proveniente do fator de atrito, Holmboe e Rouleau (1967) propuseram a separação desta perda em duas parcelas, sendo uma proveniente de um fator de atrito permanente e uma do fator de atrito variável. A formulação utilizada como representação do fator de atrito permanente é a proposta por Swamee (1993). A maioria dos estudos atualmente se

concentram na modelagem do fator de atrito variável. Trabalhos de autores como Vardy *et al.* (1993), Vitkovský *et al.* (2000) e Ramos *et al.* (2004) estudaram o fator de atrito variável e os aprimoraram a partir de trabalhos e estudos anteriores.

Assim, este trabalho analisa modelos propostos na literatura para a reprodução dos transitórios hidráulicos em sistemas de distribuição de água considerando tensão de atrito variável em tubulações metálicas. Para tal análise, foram desenvolvidas rotinas computacionais em linguagem C++ para um sistema reservatório–tubo–válvula com a implementação do fator de atrito permanente de Swamee (1993) e os modelos de Vardy *et al.* (1993), Vitkovský *et al.* (2000) e Ramos *et al.* (2004), comparando-os entre si a partir do comportamento da carga piezométrica.

## 2 – MODELO HIDRÁULICO

O fluxo transitório em um conduto sob pressão é governado por equações diferenciais parciais não-lineares, representativas das leis da quantidade de movimento (1) e de conservação de massa (2) (Chaudhry, 1987; Wylie e Streeter, 1993).

$$\frac{dH}{dt} + \frac{c^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{dQ}{dt} + h_f = 0 \quad (2)$$

nas quais  $Q$  é a vazão,  $H$  a carga piezométrica,  $c$  a velocidade de propagação da onda de pressão,  $g$  a aceleração da gravidade,  $A$  a área da seção transversal do conduto,  $x$  a coordenada ao longo do eixo do conduto,  $t$  o tempo,  $h_f$  a declividade da linha de energia,  $d/dt$  é a derivada total descrita por  $d/dt = \partial/\partial t + v \partial/\partial x$  e  $v$  a velocidade absoluta do fluido em escoamento.

Em geral, a velocidade média de escoamento do fluido  $V$  é negligenciável se comparada à velocidade de propagação da onda  $c$ , ou seja, pode-se negligenciar os termos convectivos das equações 1 e 2. Assim sendo, as equações 1 e 2 podem ser simplificadas no par de equações 3 e 4.

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + h_f = 0 \quad (4)$$

Uma das ferramentas utilizadas para se resolver o conjunto de equações diferenciais parciais é o Método das Características – MOC (*Method of Characteristics*). O par de equações 3 e 4 é transformado em um par de equações diferenciais ordinárias válidas ao longo das características positiva  $C^+$  e negativa  $C^-$ .

$$C^{\pm}: \frac{dH}{dt} \pm \frac{c}{gA} \frac{dQ}{dt} \pm ch_f = 0 \quad \text{com } dx/dt = \pm c \quad (5)$$

O termo  $h_f$  representa as perdas de carga devido ao atrito no escoamento. De acordo com Soares (2007), este termo pode ser considerado como a soma de duas parcelas de perda.

$$h_f = h_{f_S} + h_{f_U} \quad (6)$$

Os termos  $h_{f_S}$  e  $h_{f_U}$  representam as perdas devido a um fator de atrito permanente (*steady*), e um fator variável (*unsteady*), respectivamente.

Alguns autores na literatura propuseram formulações que tentam representar a parcela da perda de carga referente à variável  $h_{f_U}$ . Entendendo como a tensão de cisalhamento gerada a partir do fator de atrito variável existente ( $\tau_{wu}$ ) a responsável pela perda de carga, três modelos que tentam quantificar essa tensão por atrito variável são apresentados. São estes os modelos de Vardy *et al.* (1993), apresentado na equação 7, de Vitkovský *et al.* (2000), apresentado na equação 8, e o modelo de Ramos *et al.* (2004), apresentado na equação 9.

$$\tau_{wu}(t) = \frac{4\mu}{D} [\gamma_{1,t} + \gamma_{2,t}] \quad (7)$$

$$\tau_{wu} = k_3 \frac{\rho D}{4} \left[ \frac{\partial V}{\partial t} + c \operatorname{SGN}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial x} \right| \right] \quad (8)$$

$$\tau_{wu} = \frac{\rho D}{4} \left[ k_t \frac{\partial V}{\partial t} + k_x c \operatorname{SGN}(V) \left| \frac{\partial V}{\partial x} \right| \right] \quad (9)$$

nas quais  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido,  $\gamma_{i,t}$  são funções que dependem do fluido e das características do próprio escoamento,  $k_3$  é uma constante que pode ser determinada experimentalmente ou a partir de uma função dependente do número de Reynolds,  $\rho$  é a massa específica do fluido em escoamento,  $\operatorname{SGN}(V)$  é o sinal do vetor velocidade média do escoamento,  $k_t$  é uma constante que influencia o deslocamento de fase das ondas de pressão e  $k_x$  é uma constante que afeta a taxa de amortecimento dessas ondas.

As funções  $\gamma_{i,t}$  são apresentadas de uma maneira genérica na equação 12.

$$\gamma_{i,t} = (\gamma_{i,t-\Delta t}) e^{-\Psi B_i} + \frac{T_i}{A} (Q_t - Q_{t-\Delta t}) \quad (10)$$

em que  $\Psi$  é dado pela equação 11 e os termos  $B_i$  e  $T_i$  são constantes que dependem do escoamento.

$$\Psi = \frac{4\vartheta}{D^2} t \quad (11)$$

$$W(\Psi) = \frac{A^*}{\sqrt{\Psi}} e^{-B^* \Psi} \quad (12)$$

na qual  $A^* = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}$  e

$$B^* = 0,135 Re \log\left(\frac{14,3}{Re^{0,05}}\right) \quad (13)$$

As curvas  $W(\Psi) \times \Psi$  são apresentadas na Figura 1 (COVAS, 2003) em função de  $f_F Re$ , sendo  $f_F$  o fator de atrito de Fanning ( $f_F = 0,25 f$ ).

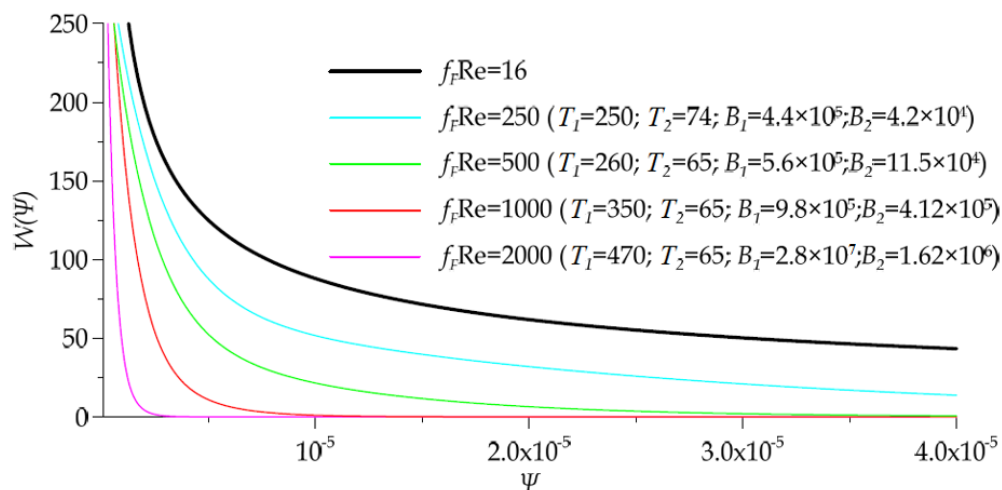


Figura 1 – Curvas  $W(\Psi)$  variando com  $f_F Re$ . Fonte: Covas (2003)

### 3 - RESULTADOS E DISCUSSÃO

O modelo de análise utilizado no presente trabalho é um sistema simples reservatório – tubo – válvula. Tal modelo, representado na Figura 2, é composto de um reservatório de nível fixo e igual a  $H_R$  à montante, um tubo e uma válvula à jusante.

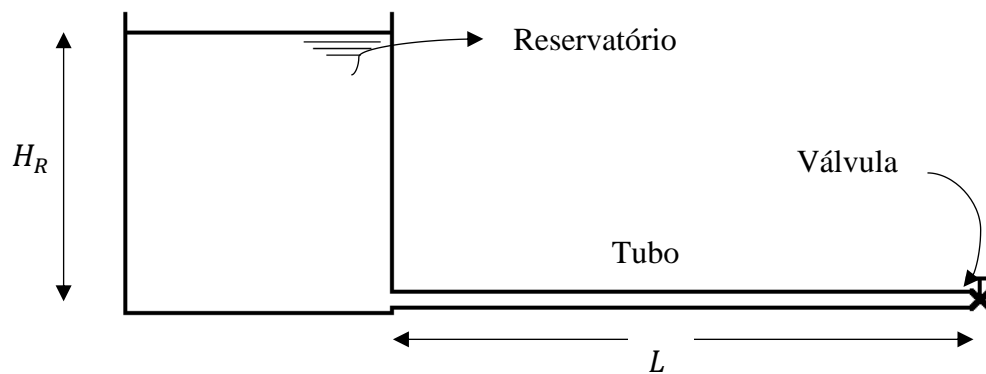


Figura 2 – Sistema reservatório – tubo – válvula

Para o escoamento hipotético analisado, considerou-se água a  $20\text{ }^\circ\text{C}$  como o fluido em escoamento e considerou-se a tubulação como sendo feita do material cobre. Os dados gerais de entrada utilizados para as simulações dos códigos computacionais desenvolvidos, no sistema reservatório – tubo – válvula, são apresentados na Tabela 1, sendo que as simulações foram realizadas para um intervalo de tempo igual a 100 s.

Tabela 2 – Valores de entrada para simulações nas rotinas computacionais desenvolvidas

$g = 9,806 \text{ m/s}^2$	$Q_{zero} = 1,10 \text{ m}^3/\text{s}$	$D = 1,20 \text{ m}$
$H_R = 100,0 \text{ m}$	$L = 1800,0 \text{ m}$	$c = 1200,0 \text{ m/s}$
$t_c = 0,50 \text{ s}$	$\vartheta = 1,01 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$\varepsilon = 0,005 \text{ mm}$

Para a aplicação do método das características, a discretização da malha foi feita conforme  $\Delta x = 12,0 \text{ m}$  e  $\Delta t = 0,010 \text{ s}$ , resultando em 151 seções no espaço e 10000 passos de tempo.

Para se analisar os efeitos do fator de atrito variável no amortecimento dos picos de pressão no escoamento, fez-se uma simulação geral considerando-se somente a parcela permanente do fator de atrito utilizando-se a fórmula de Swamee (1993).

Para o modelo de Vardy *et al.* (1993), foram realizadas duas simulações para os parâmetros  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $B_1$  e  $B_2$ , de acordo com a Figura 1, para  $f_F Re$  igual a 2000 (Figura 3a). Foram realizadas, também, simulações considerando valores de  $f_F Re$  iguais a 250 e 1000 (Figura 3b). Quando se compara a variação da altura da carga piezométrica com a utilização somente do fator de atrito permanente com o modelo que considera, também, a parcela transiente, nota-se que o fator de atrito variável é responsável por uma maior perda de carga por atrito, o que acarreta em um mais rápido amortecimento dos picos de pressão. Quanto maior o  $f_F Re$ , mais acentuada é a perda de carga, o que também acarreta um decrescimento dos picos de pressão mais rapidamente.

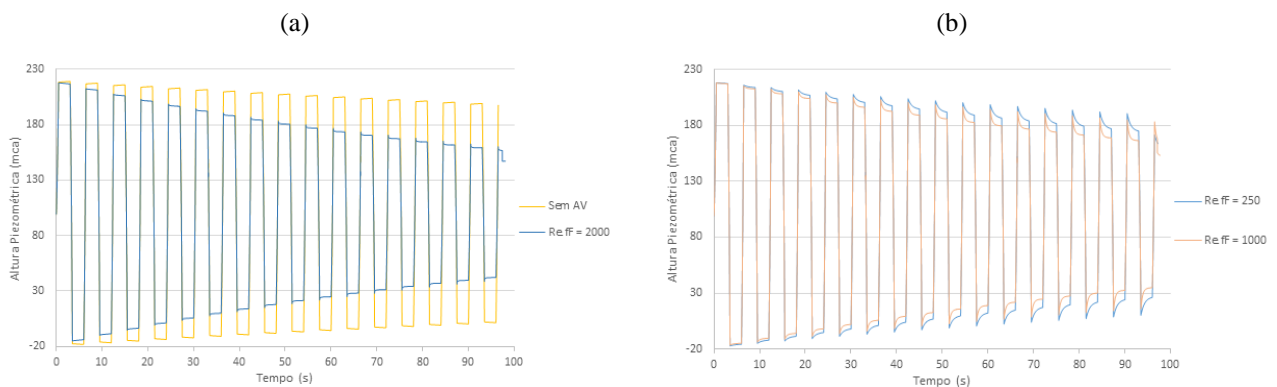


Figura 3 – Variação da carga piezométrica para o modelo de Vardy *et al.* (1993): (a) quando  $f_F Re = 2000$  e sem fator de atrito variável; e (b) quando  $f_F Re$  vale 250 e 1000

Para o modelo de Vitkovský *et al.* (2000), o valor calibrado da constante  $k$  para o material cobre, de acordo com Soares *et al.* (2017), é de 0,016. Desta forma, foram realizadas simulações considerando  $k$  igual a 0,016 (Figura 4a) e igual a 0,05, 0,10, 0,20, 0,30 e 0,40 (Figura 4b). Da mesma forma como ocorre no modelo de Vardy *et al.* (1993), pode-se observar a influência do fator

de atrito variável no amortecimento na curva da altura piezométrica do problema analisado ao acelerar a atenuação dos picos de pressão, se comparado com o amortecimento proveniente somente da atuação do fator de atrito permanente. Quanto maior o valor de  $k$ , maiores são as perdas de energia por atrito e, consecutivamente, mais rápida a atenuação dos picos de pressão. Tal fato pode ser observado no comportamento das curvas para  $k$  igual a 0,40 e 0,05, uma vez que o amortecimento ocorre primeiramente no maior valor de  $k$  apresentado.

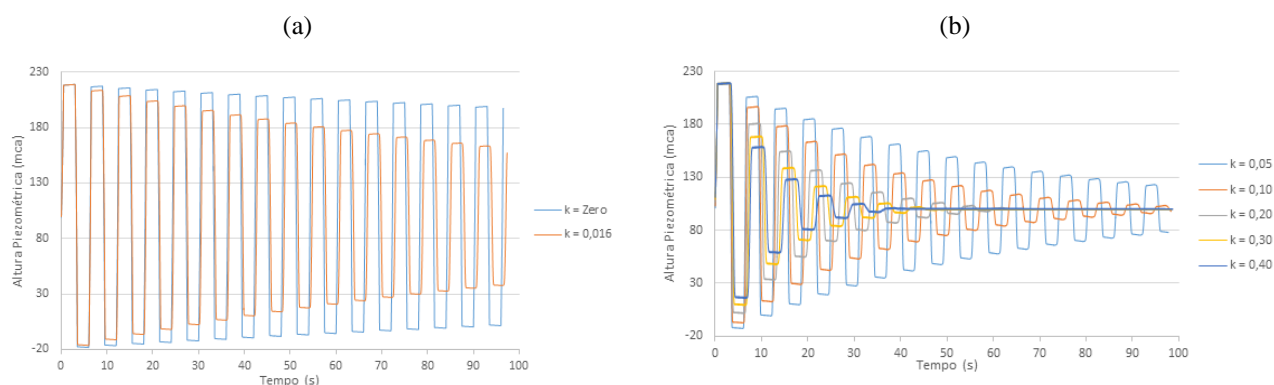


Figura 4 – Altura piezométrica para o modelo de Vitkovský et al. (2000): (a) quando  $k = 0,016$  e  $k = 0,0$  (sem fator de atrito variável); e (b) para diferentes valores de  $k$

Para o modelo de Ramos *et al.* (2004), para o material cobre,  $k_t = 0,016$  e a recomendação é que  $k_t \approx 10\% k_x$  e  $\theta = 1$ . Desta forma, foram realizadas simulações para a situação onde  $k_t = 10\% k_x$ , sendo  $k_t$  igual a 0,016 (tubos de cobre – Figura 5) e 0,048 (tubos de polietileno de alta densidade, PEAD – Figura 6).

De acordo com a Figura 5a, o amortecimento devido ao fator de atrito variável ocorreu de forma acentuada. Ao se analisar a Figura 5b, nota-se que o termo  $k_x$  (termo local) é responsável pela maior parte do amortecimento dos picos de pressão no transiente hidráulico enquanto que o  $k_t$  (termo convectivo) é responsável pelo retardo da curva uma vez que para o maior valor de  $k_x$  no gráfico, o amortecimento ocorreu mais rapidamente e para o maior valor de  $k_t$  o retardo da curva foi mais notório. A Figura 6a reforça este argumento, pois quando o termo convectivo ( $k_t$ ) é consideravelmente maior que o termo local ( $k_x$ ), o amortecimento dos picos de pressão ocorre, mas é menos considerável, enquanto que o retardo da curva é mais notório.

Para o caso do valor de  $k_x = 0,048$ , nota-se que o comportamento da carga piezométrica apresenta amortecimento de forma menos uniforme e mais rapidamente que o observado nos outros gráficos, porém, possuindo pontos de instabilidade. Assim, o termo convectivo do modelo de Ramos *et al.* (2004) pode até ser utilizado para tubulações de PEAD, na tentativa de reproduzir os

efeitos da viscoelasticidade das paredes da tubulação. No entanto, não deve ser utilizado valor tão elevado para tubulações metálicas.

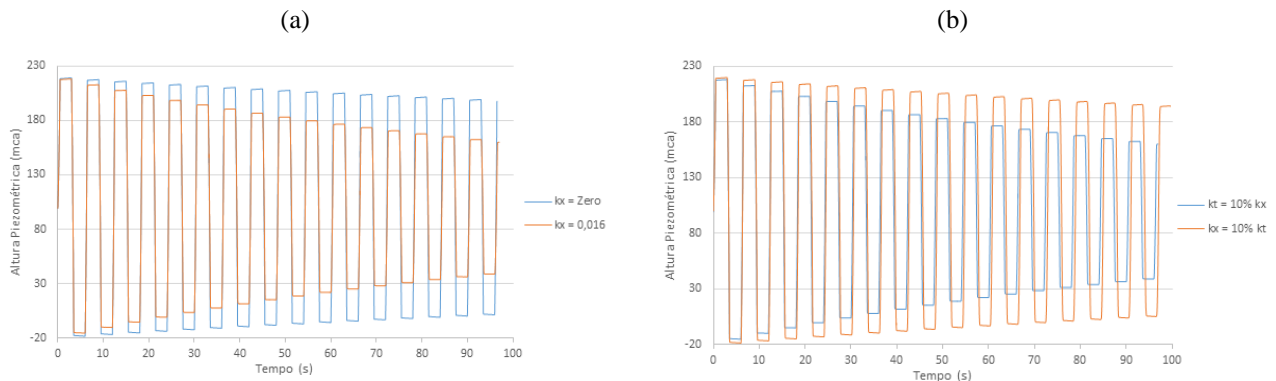


Figura 5 – Altura piezométrica para o modelo de Ramos et al. (2004): (a) quando  $k_t = 10\%k_x$  e vale  $k_x = 0,016$  e quando  $k_x = 0,0$  (sem fator de atrito variável); e (b) para  $k_x = 0,016$  quando  $k_t = 10\%k_x$  e para  $k_t = 0,016$  quando  $k_x = 10\%k_t$

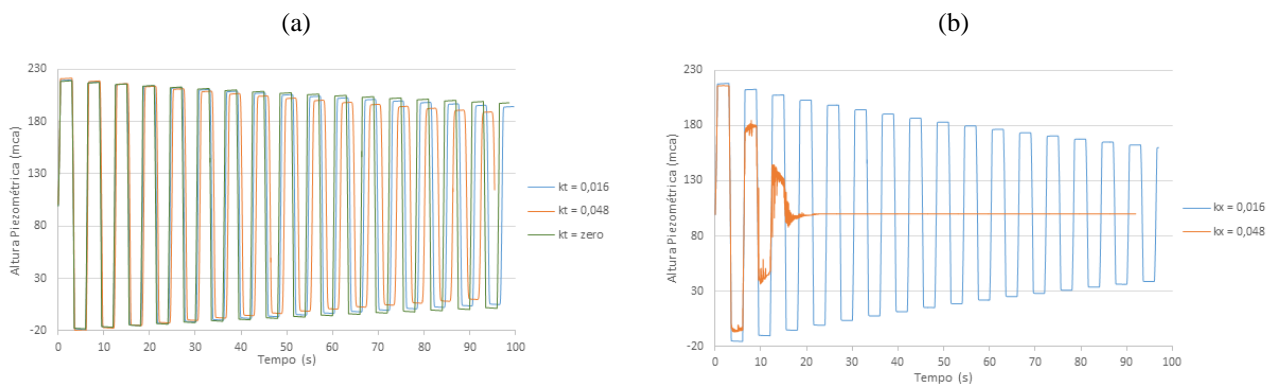


Figura 6 – Altura piezométrica para o modelo de Ramos et al. (2004): (a) para  $k_x = 10\%k_t$  quando  $k_t$  vale 0,016, 0,048 e 0,0 (sem fator de atrito variável); e (b) para  $k_t = 10\%k_x$  quando  $k_x$  vale 0,016 e 0,048

## 4 - CONCLUSÃO

A partir da implementado dos modelos de fator de atrito variável de Vardy *et al.* (1993), Vitkovský *et al.* (2000) e Ramos *et al.* (2004), e ao se analisar os resultados obtidos para as formulações, conclui-se que o fator de atrito variável não pode ser negligenciado ao se analisar o efeito transiente em condutos forçados, pois este fator é responsável pelo maior amortecimento dos picos de pressão do sistema hipotético reservatório – tubo – válvula proposto no presente trabalho. Verificou-se, também, que no modelo de Ramos *et al.* (2004), para valores maiores de  $k_x$ , para



$k_t = 10\%k_x$ , a formulação proposta não representa o comportamento esperado para os picos de pressão, não sendo recomendado para valores muito elevados de  $k_x$ .

Em geral, a consideração do fator de atrito variável resultou em atenuação dos picos de pressão e no atraso da onda de pressão, sem variação da celeridade. O modelo não-paramétrico de Vardy *et al.* (1993) possui vantagem sobre os dois parametrizados (Vitkovský *et al.*, 2000; e Ramos *et al.*, 2004), pois não necessita de calibração. No entanto, deve-se utilizar, e interpolar, as curvas das funções peso. Nos modelos de Vitkovský *et al.* (2000) e Ramos *et al.* (2004), a calibração de um coeficiente de decaimento com valor elevado pode mascarar outros fenômenos envolvidos nos escoamentos internos de tubulações.

## REFERÊNCIAS

- CHAUDHRY, M.H. (1987). *Applied Hydraulic Transients*. Van Nostrand Reinhold Company, New York.
- COVAS, D. I. C. (2003). *Inverse Transient Analysis for Leak Detection and Calibration of Water Pipe Systems Modeling Special Dynamic Effects*. Tese (PhD) – Department of Civil and Environmental Engineering, Imperial College of Science, Technology and Medicine, London, UK.
- HOLMBOE, E. L.; ROULEAU, W. T. (1967). “*The Effect of Viscous Shear on Transient in Liquid Lines*”. *Journal of Basic Engineering*, v.89, n.1, p. 174-180.
- JUNG, B.S.; BOULOS, P.F.; WOOD, D.J. (2007). *Impacts of Skeletonization on Distribution System Hydraulic Transient Models*. World Environmental and Water Resources Congress, 2007.
- RAMOS, H.; COVAS, D.; BORGA, A. LOUREIRO, D. (2004). “*Surge Damping Analysis in Pipe Systems: Modelling and Experiments*”. *Journal of Hydraulic Research*, v. 42, n. 4, p. 413-425.
- SOARES, A. K. (2007). “*Calibração e Detecção de Vazamentos em Modelos de Sistemas Hidráulicos no Escoamento Transitório*”. 336 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.
- SOARES, A. K.; MARTINS, N. M.; COVAS, D. (2017). “*Transient vaporous cavitation in a horizontal copper pipe*”. *Journal of Hydraulic Research*, v. 55, n. 5, p. 731-736.
- SWAMEE, P. K. (1993). “*Design of a Submarine Pipeline*”. *Journal of Transportation Engineering*, v. 119, n.1, p. 159-170.
- VARDY, A. E.; BROWN, J. M. B.; HE, S. (1993). “*A Weighting Function Model of Transient Turbulent Pipe Friction*”. *Journal of Hydraulic Research*, v. 31, n. 4, p. 533-548.

VITKOVSKÝ, J. P.; LAMBERT, M. F.; SIMPSON, A. R.; BERGANT, A. (2000). “*Advances in Unsteady Friction Modeling in Transient Pipe Flow*”, in: ANDERSON A. (ed): *VIII International Conference on Pressure Surges: Safe Design and Operation of Industrial Pipe Systems*, The Hague, Holanda. BHR Group 2000 Pressure Surges, Publicação n. 39, v. 1, p. 471-482.

WICHOWSKI, R. (2006). *Hydraulic Transients Analysis in Pipe Networks by the Method of Characteristics (MOC)*. Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics, Vol. 53, No. 3, p. 267–291.

WYLIE, E.B.; STREETER, V.L. (1993). *Fluid Transients in Systems*, Prentice Hall, New Jersey.