

XIV SIMPÓSIO DE RECURSOS HÍDRICOS DO NORDESTE

AJUSTE DE MODELOS DE PROPAGAÇÃO DE HIDROGRAMAS DE CHEIA NO TRECHO MÉDIO-BAIXO DA BACIA HIDROGRÁFICA DO RIO MUNDAÚ/AL

Cayo Lopes Bezerra Chalegre¹ & Carlos Ruberto Fragoso Júnior²

RESUMO – A ocorrência de cheias em comunidades ribeirinhas traz consigo grandes problemas de cunho socioeconômico. Medidas não estruturais, como sistemas de alerta, são passos importantes para a prevenção e mitigação dos efeitos desses eventos. A bacia do Rio Mundaú apresenta um histórico de eventos críticos que afetam drasticamente as comunidades localizadas ao longo do seu leito e foi identificado uma carência de estudos quanto a medidas de prevenção a estes eventos na bacia. Esse estudo buscou verificar a aplicabilidade de diferentes tipos de modelos de propagação de vazão para avaliação da passagem de hidrogramas de cheia no leito do Rio Mundaú. Durante a etapa de análise e preparação dos dados de cota e vazão utilizados nos métodos, foram identificadas inconsistências e falhas que limitaram o trecho de estudo à parte inferior da bacia. Os resultados apontaram ajustes satisfatórios (coeficiente de Nash-Sutcliffe $> 0,80$) a muito satisfatórios (coeficiente de Nash-Sutcliffe $> 0,90$) dos modelos Muskingum e Muskingum-Cunge Linear, respectivamente. Os modelos Muskingum-Cunge Não Linear e Onda cinemática com discretização de 1ª ordem, também apresentaram resultados satisfatórios. O modelo de Onda Cinemática de 2ª ordem se mostrou o mais inadequado.

ABSTRACT – The occurrence of floods in riverside communities brings with it major socioeconomic problems. Non-structural measures, such as warning systems, are important steps in preventing and mitigating the effects of these events. The Mundaú River basin has a history of critical events that drastically affect the communities located along its length and a lack of studies was identified regarding measures to prevent these events in the basin. This study sought to verify the applicability of different types of flow propagation routings to evaluate the passage of flood hydrographs in the Mundaú river bed. During the analysis and preparation of stage and flow data used in the methods, inconsistencies and flaws were identified that limited the study section to the lower part of the basin. The results indicated a good (Nash-Sutcliffe coefficient > 0.80) to very good (Nash-Sutcliffe coefficient > 0.90) fit of the Muskingum and Muskingum-Cunge Linear models. The non-linear Muskingum-Cunge and Kinematic Wave models with first-order discretization also presented satisfactory results. The second-order Kinematic Wave model proved to be the most inadequate.

Palavras-Chave – Cheias; Rio Mundaú; Propagação de Ondas de Cheia;

1) Universidade Federal de Alagoas, Centro de Tecnologia, Maceió, e-mail: cayolopesbc@gmail.com

2) Universidade Federal de Alagoas, Centro de Tecnologia, Maceió, e-mail: crubertofj@hotmail.com

1 – INTRODUÇÃO

A ocorrência de cheias em comunidades ribeirinhas traz consigo grandes problemas de cunho socioeconômico. Os impactos sociais se intensificam devido ao processo de urbanização não planejado, que acaba pela ocupação das várzeas de inundação dos cursos d'água naturais. Diante disto, a adoção de medidas não estruturais é um importante passo para a prevenção e mitigação dos efeitos desses eventos, auxiliando na gestão dessas áreas de risco. O uso de sistemas de alerta de eventos e a modelagem desses processos podem ser ferramentas essenciais para auxiliar neste processo de gestão, dando suporte a mitigação do impacto desses eventos ao meio social.

Eventos críticos de cheia têm potencial para afetar drasticamente comunidades inteiras. Segundo dados do IBGE (2014), enchentes deixaram cerca 1,4 milhões de pessoas desabrigadas no Brasil entre os anos de 2008 e 2012. Regionalmente, a bacia hidrográfica do rio Mundaú apresenta histórico de eventos críticos, e de acordo com Fragozo et al (2010) foram registrados ao menos 7 grandes eventos (1914, 1941, 1969, 1988, 1989, 2000, 2010) na bacia. Um dos eventos mais recentes ocorreu em junho de 2010, onde os estados de Alagoas e Pernambuco foram assolados por enchentes ao longo dos rios Una, Siranhaém, Piranji, Canhoto e Mundaú, afetando cerca de 30 municípios em ambos os estados e deixando vítimas fatais e mais de 80 mil pessoas desabrigadas. Em 2017, novamente eventos críticos assolaram a bacia do rio Mundaú, afetando ambos os estados, e de acordo com a Defesa Civil de Alagoas, só no Estado, diretamente mais de 1000 famílias foram atingidas.

Na modelagem de eventos críticos existem diferentes metodologias de abordagem e cada uma delas apresentam particularidades e seu emprego se condiciona a fatores como aplicabilidade dos modelos, dificuldades impostas na solução numérica e à disponibilidade de dados ou sua obtenção. Uma das metodologias adotadas para avaliação da propagação de cheias ao longo de cursos d'água é a propagação de hidrogramas à montante de áreas de riscos através da modelagem desse processo. Ela apresenta boa precisão, contudo, condiciona o tempo de resposta do alerta ao tempo de deslocamento da onda de cheia entre as seções.

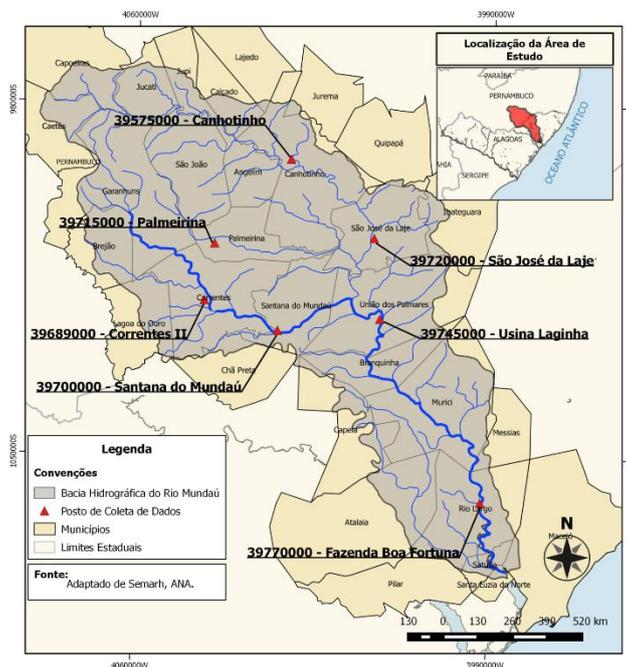
Os métodos simplificados de propagação de vazão trazem consigo maior simplicidade de aplicação, tanto pelo menor número de dados de entrada, quanto por apresentar equacionamento facilmente implementável computacionalmente. Além disso, é possível encontrar estudos na literatura, como o desenvolvido por Pontes (2010), o qual as soluções de um modelo hidrodinâmico completo são comparadas à aplicação dos modelos simplificados de Onda Cinemática, Muskingum-Cunge Linear, Muskingum-Cunge Não Linear, Muskingum-Cunge-Todini, apresentando resultados similares entre eles. Trabalhos que aplicam esses modelos para propagação de ondas de cheias em rios (Franchini et al, 2011) (Hsu et al, 2003) (Failache et al, 2004).

Nesse cenário, o estudo em questão busca contribuir com a adoção de uma abordagem simplificada da propagação de vazões de cheias no trecho médio-baixo do rio Mundaú. Para tal, foi realizado o ajuste e a análise do comportamento dos métodos Onda Cinemática, Muskingum, Muskingum-Cunge na propagação de vazões de cheia no leito desse rio.

2 – METODOLOGIA

O rio Mundaú, que possui uma bacia hidrográfica com uma área de drenagem de cerca 4.126 km², compreendida entre os estados de Pernambuco (52,2% da área total) e Alagoas (47,8% da área total), tem sua nascente na região semi-árida pernambucana, no município de Garanhuns (Pernambuco), e desagua na lagoa homônima localizada no litoral alagoano. Na Figura 1 é possível observar a delimitação da bacia e os postos de coleta de dados (PCD) que foram utilizados no estudo.

Figura 1: Bacia Hidrográfica do Rio Mundaú e localização das estações fluviométricas automáticas.



As séries históricas de cota e vazão foram extraídas a partir dos dados obtidos no banco de dados de Projeto Especiais da Agência Nacional de Águas – ANA, na plataforma Mapas-Hidro, e utilizados para a definição dos eventos. Para tanto, buscou-se avaliar as séries históricas de sete postos fluviométricos telemétricos (Figura 1), que fornecem informações a cada 15 minutos. No Quadro 1 são dispostas as informações sobre esses postos.

Quadro 1: Postos fluviométricos a serem utilizados no estudo.

Código	Nome da Estação	Município	Estado	Área de Drenagem (km ²)
39575000	Canhotinho	Canhotinho	PE	808,00
39715000	Palmeirina	Palmeirina	PE	128,00
39689000	Correntes II	Correntes	PE	479,00
39700000	Santana do Mundaú	Santana do Mundaú	AL	767,00
39720000	São José da Laje	São José da Laje	AL	1170,00
39745000	Usina Laginha	União dos Palmares	AL	3222,00
39770000	Fazenda Boa Fortuna	Rio Largo	AL	3560,00

As séries obtidas foram analisadas e devido a inconsistências e indisponibilidade de dados, o trecho em análise foi reduzido ao delimitado entre os postos 39765000 e 39770000. Trecho o qual apresentou elevada contribuição lateral entre as seções, levando a ser escolhidos 4 eventos ocorridos em 2017 para as simulações (Tabela 1), pois neste período as diferenças de volumes constatada apresentaram maior consistência física.

Tabela 1: Vazões de pico e contribuição lateral dos eventos escolhidos.

Evento	Período	Vazão de pico (m ³ /s)	Tempo de Retorno (anos)	Tempo de Pico (dias)	PI (%)
Evento 1	23/05/2017 à 08/06/2017	769,02	34,64	5,89	104,86
Evento 2	08/06/2017 à 18/07/2017	434,76	2,91	2,90	91,56
Evento 3	18/07/2017 à 06/08/2017	350,62	1,52	3,97	81,19
Evento 4	17/08/2017 à 20/09/2017	204,18	0,47	2,73	87,32

Os dados referentes às características físicas dos trechos do rio Mundaú e seus afluentes foram obtidos a partir de análises feitas com ferramentas de geoprocessamento, exceto o coeficiente de Manning que foi estimado inicialmente a partir de valores obtidos na literatura (0,017 a 0,15 m^{-1/3}/s para cursos d'água naturais) (Porto, 2006) e ajustado durante a fase de calibração dos modelos.

Neste estudo foram avaliados os métodos de propagação de onda cinemática, com discretização de 1º e 2º ordem, Muskingum e o Muskingum-Cunge em sua forma linear e não linear. Os esquemas numéricos adotados para cada modelo estão dispostos no Quadro 2, e sua rotinas foram programadas na linguagem Python.

Quadro 2: Modelos e esquemas numéricos adotados para o estudo.

Tipo	Método	Esquema Numérico	Coefficientes e Parâmetros
Armazenamento	Muskingum (MS)	$Q_{t+1} = C_0 \cdot I_{t+1} + C_1 \cdot I_t + C_2 \cdot Q_t$	$C_0 = \frac{\Delta t - 2KX}{2K(1-X) + \Delta t}$ $C_1 = \frac{\Delta t + 2KX}{2K(1-X) + \Delta t}$ $C_2 = \frac{2K(1-X) - \Delta t}{2K(1-X) + \Delta t}$
Onda Cinemática	1º Ordem (OC1)	$Q_{j+1}^{n+1} = C_0 \cdot Q_j^{n+1} + C_1 \cdot Q_{j+1}^n$	$C_0 = \frac{C}{1+C}$ $C_1 = \frac{C}{1-C}$
	2º Ordem (OC2)	$Q_{j+1}^{n+1} = C_0 \cdot Q_j^{n+1} + C_1 \cdot Q_j^n + C_2 \cdot Q_{j+1}^n$	$C_0 = \frac{C-1}{1+C}$ $C_1 = 1$ $C_2 = \frac{1-C}{1+C}$
Difusão	Muskingum Cunge Linear (MCL)	Idem ao Muskingum	$C_0 = \frac{C+D-1}{C+D+1}$ $C_1 = \frac{C-D+1}{C+D+1}$ $C_2 = \frac{-C+D+1}{C+D+1}$
	Muskingum Cunge Não-Linear (MCNL)	Idem ao Muskingum	$Q_0 = \frac{2}{3} Q_p$ $c_0 = \frac{5 Q^{0.4} S_0^{0.3}}{3 b_0^{0.4} n^{0.6}}$

Considerando o equacionamento apresentado no Quadro 2, Q representa a vazão em m³/s, K e X são, respectivamente, o tempo de deslocamento da onda entre as seções e o peso da integração da vazão no espaço; e c₀ é a celeridade média, C é o número de Courant e D é o coeficiente de difusão.

Como metodologia para inserção do volume de contribuição lateral foi adotada a metodologia proposta por Tucci (2005):

$$Q_{lateral\ j+1}^i = \frac{Q_j^i}{100} * PI = \frac{Q_j^i}{100} * \frac{\sum Q_{Jusante} - \sum Q_{montante}}{Q_{jusante}} \quad (1)$$

onde $Q_{lateral\ j+1}^i$ é a vazão de contribuição lateral; Q_j^i é a vazão propagada de montante do trecho, $Q_{montante}$ é a vazão a montante do trecho durante o evento; $Q_{Jusante}$ é a vazão aferida no trecho de jusante durante o evento.

A avaliação da qualidade das simulações foi medida utilizando o coeficiente de Nash-Sutcliffe (NS), coeficiente de Person (Cp), erro de vazão de pico (EVP), erro de tempo de pico (ETP) e diferença de volume (ΔV).

3 – RESULTADOS

Para calibração dos modelos foi utilizado o evento 2, por apresenta valores intermediários de vazão quando comparados aos outros eventos e a metodologia adotada foi da tentativa e erro. O evento 1 representa um período de vazões de maiores magnitudes, apresentando a segunda maior vazão de pico da série entre 2010 e 2017. Os outros eventos apresentam vazões intermediárias quando observada a série de 2017, e maiores valores quando comparadas aos anos anteriores.

A contribuição lateral é acima da indicada para a aplicação da metodologia adotada (<15%). Contudo, a fim de simplificar a abordagem do estudo, essa metodologia foi mantida, ao passo que

foram tecidas análises em cima do comportamento dos modelos e os resultados obtidos a partir dela. Além disso, foi assumida que o volume de contribuição oriundo da precipitação diretamente na calha do rio foi desprezível.

A avaliação das métricas de erro na etapa de calibração indicaram que o modelo MS foi o que obteve melhor ajuste ao evento. O modelo obteve os melhores valores para todos os indicadores (Tabela 2), exceto no ETP, porém o erro encontrado é desprezível.

Tabela 2: Métricas de erro da etapa de calibração.

Modelo	Cp	NS	EVP (%)	ETP	ΔV_{obs}	ΔV_{pm}
OC1	0,947	0,895	1,88%	-0,30%	0,30%	0,02%
OC2	0,929	0,859	2,95%	-0,82%	0,29%	0,01%
MS	0,949	0,901	-0,001%	-0,43%	0,10%	-0,18%
MCL	0,943	0,888	0,46%	0,043%	0,30%	0,03%
MCNL	0,941	0,883	2,88%	-0,34%	0,29%	0,02%

Cp – coeficiente de correlação amostral; NS – Coeficiente de Nash-Sutcliffe; EVP – Erro de Vazão de Pico; ETP – Erro de Tempo de Pico; ΔV_{obs} - Diferença de Volumes Observados; ΔV_{pm} – Diferenças de Volume Propagada de Montante.

Tabela 3: Indicadores de aplicabilidade dos modelos.

Modelo	Limite Inferior Parâmetro K	Limite Superior Parâmetro K	Froude < 1.5	Índice K > 20	Período de Onda Mínimo (dia)
OC1	-	-	0,289	252,29	2,85
OC2	-	-	0,225	209,20	5,28
MS	1,95	5,55	-	-	-
MCL	-	-	-	-	0,18
MCNL	-	-	-	-	0,19

No geral, os erros de volume (ΔV_{obs}) foram relativamente baixos, isso se dá principalmente ao baixo erro do volume propagado de montante (ΔV_{pm}) e pela contribuição lateral média utilizada para as simulações (92,02%) ser próxima à estimada para o evento (Tabela 1). O ETP também apresentou valores baixos, sendo o menos significativo para o modelo MCL. Analisando os valores de Cp e NS, é observado que a calibração de todos os modelos apresentou boa correlação com os dados observados e que os valores de NS apresentaram resultados satisfatórios a muito satisfatórios.

Devido às metodologias adotadas pelos modelos MCNL e OC2, eram esperados melhores resultados do ajuste dos mesmos, porém, contrapondo estes preceitos, eles apresentaram os menores valores para NS e Cp. A metodologia de valoração do volume de contribuição lateral pode ter corroborado para a menor qualidade do ajuste de ambos, uma vez que estes modelos tendem a representar melhor o comportamento das vazões observadas. Isso pode ser observado a partir dos valores de ΔV_{pm} , que são os menores, indicando que ambos propagam o volume de montante mais

próximo do real.

A seguir são apresentados os indicadores da qualidade das simulações para os eventos escolhidos para a validação dos modelos calibrados (Tabela 4).

Tabela 4: Métricas de erro dos eventos de validação.

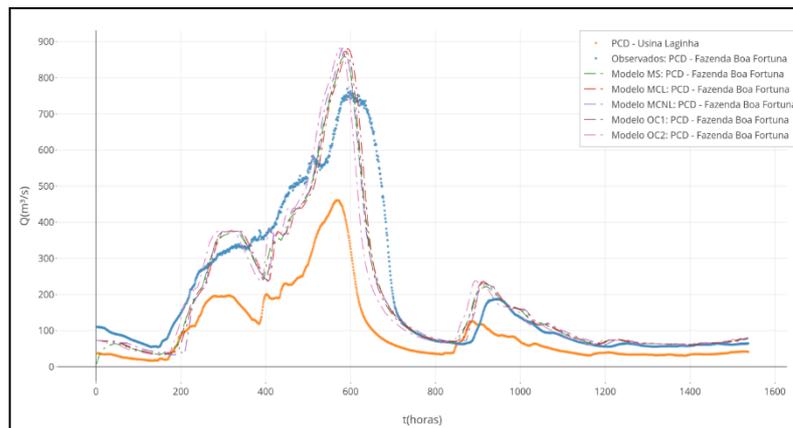
Evento 1						
Modelo	C_p	NS	EVP	ETP	ΔV_{obs}	ΔV_{pm}
OC1	0,919	0,839	13,65%	-6,77%	-6,28%	-0,05%
OC2	0,877	0,758	14,73%	-2,71%	-6,25%	-0,02%
MS	0,925	0,849	11,78%	-1,18%	-6,61%	-0,40%
MCL	0,925	0,849	14,59%	0,00%	-6,29%	-0,06%
MCNL	0,913	0,826	14,70%	-1,52%	-6,33%	-0,11%
Evento 3						
Modelo	C_p	NS	EVP	ETP	ΔV_{obs}	ΔV_{pm}
OC1	0,985	0,938	11,04%	-3,13%	6,10%	0,08%
OC2	0,961	0,885	12,28%	-6,27%	6,04%	0,03%
MS	0,984	0,939	8,67%	-0,04%	-5,70%	-0,29%
MCL	0,986	0,939	12,13%	-2,41%	6,11%	0,09%
MCNL	0,983	0,933	12,18%	-3,37%	6,15%	0,13%
Evento 4						
Modelo	C_p	NS	EVP	ETP	ΔV_{obs}	ΔV_{pm}
OC1	0,963	0,904	2,51%	-2,40%	2,37%	-0,17%
OC2	0,934	0,838	3,48%	-7,19%	2,49%	-0,06%
MS	0,965	0,910	-0,92%	-0,03%	2,22%	-0,32%
MCL	0,965	0,906	3,36%	-1,37%	2,35%	-0,20%
MCNL	0,965	0,905	3,33%	-1,37%	2,19%	-0,35%

As métricas das simulações do Evento 1 apontam para resultados inferiores quando comparados aos resultados das simulações dos outros eventos. Esse padrão era esperado, uma vez que este evento apresentou os maiores valores de vazões de toda a série do período considerado. Além de que, o evento de calibração tende a gerar tendenciosidade no comportamento dos modelos, e quando comparados os eventos 1 e 2, é observada relativa diferença de magnitudes entre as vazões, tal que a diferença da vazão de pico chega a 76,89% entre ambos. Isto se reflete nos maiores erros de volume observados (ΔV_{obs}), que ficaram em torno de -6.35%. Contudo, todos os modelos superestimaram o pico do hidrograma, que foi mais bem representado pelo modelo MS.

No geral, os modelos MCL e MS apresentaram o melhor resultado na simulação deste evento, com resultados equiparados. O MCL superestimou um pouco a mais a vazão de pico do hidrograma, porém representou o tempo de pico precisamente e apresentou erros de volume propagado bem

próximos a 0%.

Figura 2: Simulação do Evento 1.

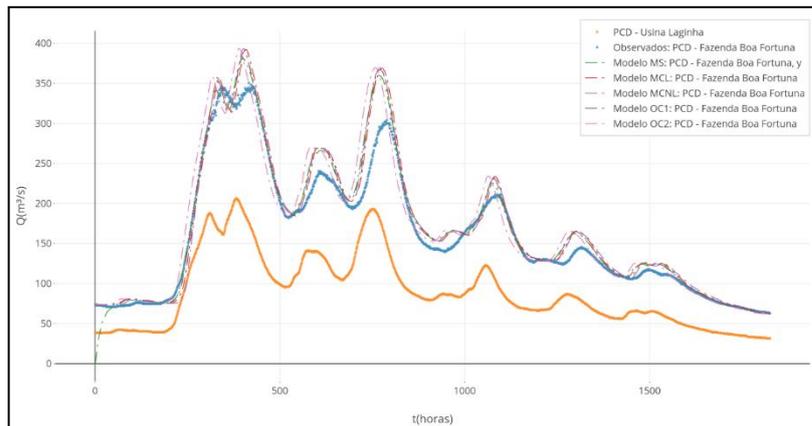


Os modelos OC2 e MCNL continuaram apresentando resultados inferiores, além de ser possível observar que ambos apresentaram as maiores vazões de pico simuladas, superestimaram períodos de vazões mais baixas e subestimaram o período de recessão do hidrograma (Figura 2), comportamento apresentado também na etapa de calibração. Além disso, ambos apresentam uma defasagem negativa nos hidrogramas gerados, que implica uma antecipação dos picos do hidrograma. Os valores do coeficiente de Manning adotados para ambos na etapa de calibração podem ter corroborado para o menor amortecimento nos seus hidrogramas e neste tempo de antecipação. Além disso, foi apontado por Pontes (2010) que o modelo Onda Cinemática tende a ter menor amortecimento do hidrograma de saída em declividades menores, o que também colabora para os resultados encontrados.

No Evento 3, os modelos apresentaram os maiores valores de NS e Cp dentre todos os eventos simulados. O modelo MS apresentou as melhores métricas, além de ter sido o único a não superestimar o volume simulado e ter apresentado o melhor ajuste dos picos do hidrograma. Os demais modelos apresentaram volumes simulados acima do observado, próximos aos erros do Evento 1 em módulo.

O modelo OC2 continuou apresentando os piores resultados, apresentando a maior vazão de pico simulada e mantendo a defasagem adiantada em relação ao hidrograma observado. Na Figura 3 é possível observar que os picos dos hidrogramas simulados se mantiveram sempre acima do observado, sendo reafirmado o melhor ajuste dos picos pelo modelo MS.

Figura 3: Simulação do Evento 3.



O último evento simulado (Figura 3) apresentou o melhor ajuste visual dentre os anteriores. Todos os modelos, exceto o OC2, apresentaram valores relativamente baixos de erros no ajuste do pico dos hidrogramas (EVP e ETP) e nos erros de volume (ΔV_{obs} e ΔV_{pm}). O modelo MS se manteve com os melhores resultados, contudo os modelos MCL e OC1 apresentaram resultados bastante semelhantes. O modelo MCNL apresentou métricas que se equipararam aos valores obtidos pelos outros modelos, comportamento que não foi observado nos eventos anteriores.

4 – CONCLUSÕES

A análise dos dados dos postos telemétricos limitou o trecho de análise do rio Mundaú a sua região mais baixa, no trecho delimitado entre os municípios de União dos Palmares e Rio Largo. E a análise da contribuição lateral no trecho considerado demonstrou uma elevada porcentagem de influência (PI) da contribuição lateral do trecho, sendo considerados para o estudo quatro eventos que apresentaram contribuição média de 92,02%. Apesar do valor elevado, a abordagem simplificada, considerando essa vazão linearmente distribuída, foi mantida e aplicada às etapas de calibração e validação com resultados satisfatórios.

Na etapa de calibração foi considerado um evento de comportamento intermediário entre os outros três eventos selecionados. Nesta etapa todos os modelos apresentaram coeficiente de correlação amostral acima 0,92 e de Nash-Sutcliffe acima de 0,80, indicando boa correlação entre os dados observados e os valores simulados. Os modelos Muskingum e Onda Cinemática com discretização de 1ª ordem apresentaram os melhores resultados, sendo a vazão de pico melhor simulado pelo modelo Muskingum.

Os modelos Onda Cinemática de 2º Ordem e Muskingum-Cunge Não Linear não apresentaram os melhores resultados quando comparados aos outros. Contudo, os erros de volume de vazão de montante (ΔV_{pm}), 0,007% e 0,016%, respectivamente, demonstram que ambos os modelos

propagaram as vazões com maior precisão. Visto isso, acredita-se que a metodologia de contribuição lateral possa ter prejudicado o melhor ajuste destes modelos.

Na validação dos modelos foram utilizados os outros três eventos. As métricas obtidas nas simulações indicaram que o modelo que apresentou melhor ajuste aos valores observados foi o Muskingum (MS), seguido pelo modelo Muskingum-Cunge Linear (MCL), sugerindo melhor aplicabilidade de ambos os modelos no trecho. Os modelos Onda Cinemática com discretização de 1º ordem (OC1) e Muskingum-Cunge Não Linear (MCNL), apresentaram resultados satisfatórios e próximos aos dois modelos citados anteriormente. O modelo Onda Cinemática com discretização de 2º ordem (OC2) demonstrou a menor adequação dentre todos os modelos, isto ocorreu pela minimização da difusão numérica devido a discretização adotada, difusão esta que para o modelo OC1 provavelmente foi bem próxima da real trazendo melhores resultados para este modelo.

Um fator que corroborou para os resultados obtidos pelo modelo MS, apesar da sua simplicidade, é que seus coeficientes são obtidos empiricamente, dependendo das vazões observadas, enquanto que nos outros modelos avaliados os coeficientes sofrem influência de fatores físicos do rio. Tais fatores físicos foram considerados constantes ao longo de todo o trecho da simulação, contudo alguns deles podem sofrer relativa variação, e.g. a declividade do leito e a largura das seções, que foi adotada com seu valor médio de 29,52m, mas que varia entre 11m a 44,5m ao longo do trecho estudado.

5 – REFERÊNCIAS

- IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – “*Pesquisa de Informações Básicas Municipais*”, 2014. Disponível em < <https://ww2.ibge.gov.br>>. Acesso em janeiro de 2017.
- FAILACHE, N. G.; ALLASIA, D.; COLLISCHONN, W. (2004). “*Avaliação do Método de Muskingum Cunge não linear com conservação de volume para propagação de cheias em rios.*”. Revista Eletrônica de Recursos Hídricos, v. 1, n. 1, p. 63-68.
- FRANCHINI, M.; BERNINI, A.; BARBETTA, S.; MORAMARCO, T. (2011). “*Forecasting discharges at the downstream end of river reach through two simple Muskingum based procedures.*” Journal of Hydrology. v. 399, p 335-352.
- HSU, M. FU; J. & LIU, W. (2003) “*Flood routing with real-time stage correction method for flash flood forecasting in the Tanshui River.*” Journal of Hydrology, v. 277, p 267-280.
- PONTES, P. R. M. (2010). *Comparação de modelos hidrodinâmicos simplificados de propagação de vazão em rios e canais*. Dissertação (Mestrado) - IPH, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- TUCCI, C. E. M. *Modelos Hidrológicos*. (2005). Editora da UFRGS/Porto Alegre -RS.