

INFLUÊNCIA DA DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE NA GERAÇÃO DE SOLUÇÕES CANDIDATAS INICIAIS PARA CALIBRAÇÃO AUTOMÁTICA DE MODELOS HIDROLÓGICOS

Rafael Cavalcanti^{1*} & Juan Martín Bravo¹

Resumo – Modelos hidrológicos são ferramentas que representam, de forma simplificada, os diversos processos do ciclo hidrológico que interagem numa bacia hidrográfica, por meio de um conjunto de equações matemáticas. Cada equação possui parâmetros que caracterizam o comportamento hidrológico na bacia hidrográfica, podendo ser calibrados por observação *in situ*, tentativa e erro, e por algoritmos que calibram automaticamente os valores dentro de uma faixa escolhida pelo usuário. Este trabalho utilizou a metodologia GLUE para avaliar como a distribuição estatística *a priori* dos valores dos parâmetros do modelo hidrológico IPH-II influenciam a calibração automática do modelo hidrológico utilizando o algoritmo SCE-UA. Foi utilizado como medida de eficiência do modelo hidrológico, da metodologia GLUE e do algoritmo SCE-UA o coeficiente de Nash-Sutcliffe. Foram testados diferentes números de soluções candidatas no GLUE (500, 1000 e 5000) e dois patamares de aceitação do coeficiente de Nash-Sutcliffe (0,75 e 0,90). Os resultados indicaram que o uso da metodologia GLUE para encontrar uma distribuição estatística inicial *a posteriori*, permite ao algoritmo SCE-UA reduzir o número de iterações necessário para encontrar um conjunto ótimo de parâmetros do modelo hidrológico.

Palavras-Chave – Modelos Hidrológicos, GLUE, SCE-UA

INFLUENCE OF PROBABILITY DISTRIBUTION ON THE GENERATION OF INITIAL SOLUTIONS IN AUTOMATIC CALIBRATION OF HYDROLOGICAL MODELS

Abstract – Hydrological Models represents, in a simplified manner, the collection of hydrological processes that exists in a hydrological basin using a collection of mathematical equations. Each equation has its own parameters that characterize the hydrological behavior of the basin, and can be calibrated by *in situ* observations, trial-and-error methodology, and automatic calibration performed by specific algorithms using a range of values that can be set by the user. This work employed the GLUE methodology with the goal of evaluate the influence of an *a priori* statistical distribution from the hydrological model IPH-II parameter's, on the hydrologic model automatic calibration using the SCE-UA algorithm. The efficiency measure adopted in the hydrological model, in GLUE methodology, and in the SCE-UA algorithm was the Nash-Sutcliffe coefficient with different initial candidate solutions (500, 1000, and 5000) and two different levels of acceptance (0,75, and 0,90) in the GLUE methodology. Our findings suggests that the use of GLUE methodology to find an *a posteriori* initial statistical distribution of the hydrological model parameter's value, allow the reduction of iterations needed to the SCE-UA algorithm to find the optimal conjunct of the hydrological model parameter's.

Keywords – Hydrological Models, GLUE, SCE-UA

¹ Afiliação: Instituto de Pesquisas Hidráulicas – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, rafaelcavalcanti@gmail.com, jumarbra@iph.ufrgs.br

INTRODUÇÃO

Modelos hidrológicos são ferramentas que representam, de forma simplificada, os diversos processos do ciclo hidrológico que interagem numa bacia hidrográfica. Esses modelos são baseados em equações matemáticas e possuem parâmetros que caracterizam o comportamento hidrológico da bacia (Tucci, 1998). O ajuste dos valores dos parâmetros é realizado através do processo de calibração do modelo hidrológico, utilizando como base as informações hidrológicas (e.g. precipitação, vazão) já existentes (Bravo *et al.*, 2009).

A calibração de um modelo hidrológico é realizada a partir de funções-objetivo (FO), que buscam avaliar a diferença entre os dados observados em campo e os resultados preditos pelo modelo. A calibração de modelos hidrológicos pode ser realizada através de um processo manual, por meio de tentativa e erro, que permite ao usuário introduzir sua própria experiência e conhecimento, e através de técnicas automáticas baseadas em algoritmos de otimização (Collischonn e Tucci, 2003). O sucesso da calibração manual depende essencialmente da experiência do usuário e do seu conhecimento sobre o modelo utilizado e os processos que esse modelo representa. Além de consumir muito tempo em alguns casos, a calibração manual pode sempre ser vista como subjetiva, pois diferentes usuários do modelo podem obter diferentes conjuntos de parâmetros para uma mesma bacia (Eckhardt e Arnold, 2001; Bravo *et al.*, 2007). Visando contornar estes obstáculos, muitos estudos vem focando no desenvolvimento de algoritmos de calibração automática (e.g. Goldberg, 1989; Dougherty e Marryott, 1991; Duan *et al.*, 1992). Dentre os algoritmos de calibração automática existentes, o algoritmo *Shuffled Complex Evolution – University of Arizona* (SCE-UA) possui grande destaque (Madsen, 2000), sendo utilizado em diversos trabalhos (e.g. Ao *et al.*, 2000; Cooper *et al.*, 2007; Wu *et al.*, 2012).

A procura de parâmetros ótimos (parâmetros que melhor descrevem o comportamento físico) pode ser complicada mesmo utilizando técnicas automáticas. Este fato ocorre pela existência da “*equifinalidade*” (Beven e Freer, 2001), teoria que aceita a existência de mais de um conjunto de parâmetros que representem de maneira satisfatória os dados observados. O comportamento da variação dos parâmetros aceita pela teoria da equifinalidade indica que existe certa distribuição estatística prioritária para os parâmetros do modelo, que é avaliada em termos de alguma probabilidade inerente aos dados observados e uma distribuição posterior calculada que pode ser utilizada para predição (Beven e Freer, 2001). Esta é a base da metodologia GLUE (*Generalized Likelihood Uncertainty Estimation*) proposta por Beven e Binley (1992). Esta metodologia vem sendo utilizada em diversos trabalhos visando estimar a incerteza nos parâmetros de modelos hidrológicos (e.g. Christiaens e Feyen, 2002; Hossain *et al.*, 2004; Choi e Beven, 2007; Jin *et al.*, 2010).

Os métodos utilizados tipicamente na calibração automática de modelos hidrológicos são algoritmos evolucionários. Estes métodos utilizam um conjunto de soluções candidatas geradas inicialmente a partir das quais, através de um processo iterativo, convergem a um resultado que representa os valores dos parâmetros otimizados. O método utilizado na geração do conjunto inicial de soluções candidatas é baseado na consideração de uma distribuição uniforme ao longo da faixa de validade de cada parâmetro. Assim, qualquer valor do parâmetro dentro da faixa de validade tem a mesma probabilidade de ser parte do conjunto de soluções candidatas. Este trabalho utilizou a metodologia GLUE, procurando determinar novas distribuições estatísticas que foram utilizadas na geração de soluções candidatas iniciais para calibração automática de um modelo hidrológico, visando responder a pergunta: A geração da população inicial de soluções candidatas no algoritmo SCE-UA influencia a determinação de uma solução ótima?

METODOLOGIA

Modelo Hidrológico

O modelo IPH-II (Tucci, 1998) é um modelo hidrológico concentrado, que representa a transformação de chuva em vazão por meio de sete parâmetros: I_0 (representa a capacidade de infiltração do solo quando se encontra em capacidade de campo), I_b (representa a capacidade de infiltração do solo quando está saturado), h (parâmetro de decaimento da curva de infiltração), K_s (representa o tempo de retardo do reservatório superficial), K_{sub} (representa o tempo de retardo do reservatório subterrâneo), R_{max} (representa a lâmina d'água interceptada pela vegetação ou armazenada em poças) e Alfa (Parâmetro que permite levar em conta a não uniformidade das características do uso do solo (infiltração) permitindo que mesmo que a taxa de infiltração seja maior que a chuva efetiva, possa acontecer um pequeno escoamento superficial). O modelo ainda possui alguns parâmetros opcionais, que permitem representar de forma mais precisa os processos hidrológicos na bacia estudada (ver Bravo *et al.*, 2006).

O modelo foi aplicado utilizando os dados da bacia do Rio Tesouras, no estado de Goiás, no período de 1982 a 1986. A área da bacia é de 1817 km², no período analisado apresenta precipitação anual média de 1659 mm e evapotranspiração anual média de 1613,4 mm. A partir dos dados de precipitação e evapotranspiração, uma série sintética de vazão superficial foi gerada utilizando parâmetros conhecidos (Tabela 1).

Tabela 1 - Parâmetros utilizados para gerar a série sintética de vazão superficial.

	I_0	I_b	h	K_s	K_{bas}	R_{max}	Alfa
Valor	50,0	1,0	0,80	5,0	100,0	4,0	2,0

A série sintética de vazão superficial foi utilizada para os estudos apresentados neste trabalho. Para avaliar a precisão do ajuste e testar os conjuntos de parâmetros, foi utilizado como função-objetivo (FO) o coeficiente de Nash-Sutcliffe (NS) com a forma 1-NS (Equação 1). Esta forma da FO foi utilizada para minimizar os valores.

$$FO = (1 - NS) = \sum_{t=1}^T \frac{(Q_{t,sim} - Q_{t,obs})^2}{(Q_{t,obs} - \bar{Q})^2} \quad (1)$$

Para o uso do SCE-UA e do GLUE os limites máximos e mínimos dos parâmetros do modelo IPH-II devem ser conhecidos (Tabela 2). Esses limites definem o espaço de busca, onde o modelo SCE-UA e a metodologia GLUE determinarão os conjuntos de parâmetros que melhor representam os processos de conversão de precipitação em vazão superficial.

Tabela 2- Limites dos parâmetros do modelo IPH-II.

	I_0	I_b	h	K_s	K_{bas}	R_{max}	Alfa
Mínimo	10,0	0,1	0,01	0,01	10,0	0,0	0,01
Máximo	300,0	10,0	0,99	10,0	500,0	9,0	20,0

GLUE (*Generalized Likelihood Uncertainty Estimation*)

Diferentes medidas de probabilidade podem ser apropriadas num conjunto de aplicações. O objetivo da metodologia GLUE é avaliar o desempenho de diferentes modelos, de uma forma que permita que diferentes medidas (calculadas para variáveis ou períodos diferentes) possam ser combinadas de uma maneira simples. Beven e Binley (1992) destacaram diversas maneiras de

formular medidas de probabilidade e de combinar estas medidas, incluindo a seguinte forma da equação de Bayes (Equação 2):

$$L[M(\Theta)] = \frac{L_0[M(\Theta)]L_T[M(\Theta)|Y_T, Z_T]}{C} \quad (2)$$

onde $L[M(\Theta)]$ é uma probabilidade primária específica do modelo $M(\Theta)$ com o vetor de parâmetros, Θ , $L_T[M(\Theta)|Y_T, Z_T]$ é a probabilidade calculada pelo modelo sobre o período T com vetor de entrada Y_T e vetor de variáveis observadas Z_T , e C é uma constante de escala. Observe que é a probabilidade do modelo (conjunto de parâmetros e/ou estrutura do modelo), $M(\Theta)$, que está sendo avaliado em detrimento ao valor de uma observação ou dos parâmetros individualmente. Aplicações da Equação 2 implicam que os valores de probabilidades calculadas para diferentes modelos podem ser consideradas independentes.

A análise dos resultados foi realizada por meio de um parâmetro, aqui chamado *patamar de aceitação* (similar ao termo $L[M(\Theta)]$ na Equação 2). A escolha do patamar de aceitação para a FO avaliada levou em conta a distribuição dos resultados obtidos. Somente a partir da escolha do patamar, a determinação das distribuições *a posteriori* foi realizada. O estudo levou em conta dois patamares de aceitação, um restritivo (NS = 0,90) e um valor mais usual em trabalhos envolvendo calibração de modelos hidrológicos (NS = 0,75). Foram testados, ainda, diferentes tamanhos do conjunto de soluções iniciais (500, 1000 e 5000 soluções iniciais).

SCE – UA (*Shuffled Complex Evolution – University of Arizona*)

O algoritmo SCE-UA (Duan *et al.*, 1992) trata a busca global pelos parâmetros ótimos de um modelo hidrológico fazendo uma analogia com um processo natural de evolução, onde os pontos amostrais no espaço de busca (limitado pelos valores máximos e mínimos dos parâmetros do modelo hidrológico) constituem uma população. O método inicia dividindo os pontos amostrais em complexos (ou comunidades). Baseado em um processo de “reprodução numérica”, cada complexo evolui, gerando novas populações. Em estágios periódicos da evolução, toda a população é misturada para gerar uma nova geração de soluções e os pontos amostrais são novamente repartidos em complexos. Esta mistura nos pontos amostrais permite ao modelo escapar de regiões de mínimos locais, garantindo a busca contínua do mínimo global, ainda, caso a população inicial seja suficientemente grande, toda a população tende a convergir para as vizinhanças do mínimo global (Agyei e Hatfield, 2006).

Neste trabalho o algoritmo SCE-UA foi utilizado dez vezes com o processo de geração das soluções candidatas iniciais de forma aleatória e uma vez com o processo de geração de soluções candidatas iniciais após a nova distribuição de probabilidade ser gerada pela metodologia GLUE. Em cada caso, foram utilizadas cinquenta soluções candidatas e apenas um complexo.

RESULTADOS

A escolha do número de soluções candidatas iniciais levou em conta o número de chamadas ao modelo hidrológico e a eficiência na redução do valor da FO. Foram avaliados dois patamares de aceitação na metodologia GLUE e três tamanhos do conjunto de soluções candidatas no algoritmo SCE-UA (Tabela 1). As soluções para distribuição (aquelas que atenderam o patamar da metodologia GLUE) são utilizadas na geração da distribuição de probabilidade a posteriori, que é utilizada na geração das soluções candidatas do algoritmo SCE-UA.

Tabela 1 – Soluções iniciais avaliadas no estudo.

Número de soluções candidatas	Patamar de aceitação	Soluções para distribuição
500	NS = 0,75	177 (35,4%)
1000		360 (36,0%)
5000		1832 (36,6%)
500	NS = 0,90	66 (13,2%)
1000		114 (11,4%)
5000		532 (10,6%)

Avaliando o desempenho do algoritmo SCE-UA em alcançar baixos valores da FO, os dois patamares de aceitação adotados levaram a resultados distintos. Para o patamar NS = 0,75, o melhor caso avaliado foi o que levou em conta 500 soluções candidatas (Figura 1). Para o patamar NS = 0,90, o melhor caso foi o que levou em conta 1000 soluções candidatas (Figura 2). Em ambos os patamares avaliados o maior número de soluções candidatas (5000) não apresentou melhora no desempenho do modelo em atingir valores baixos da FO.

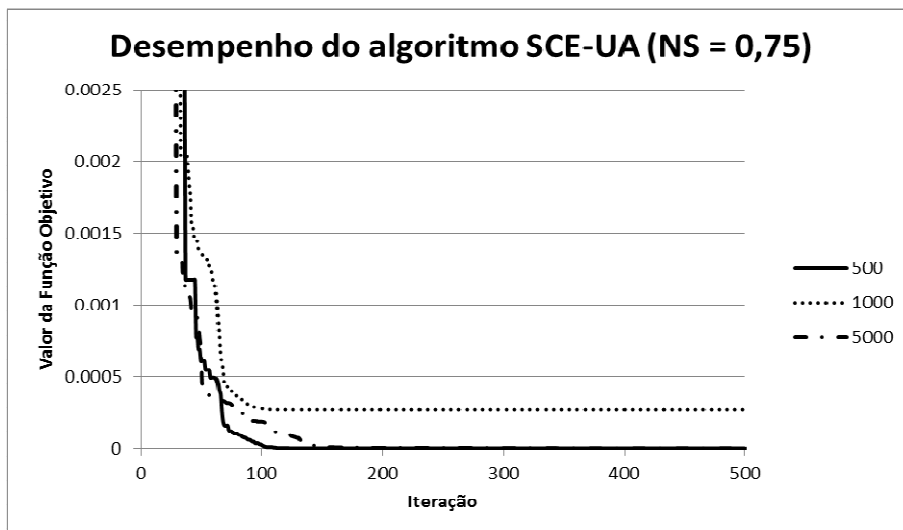


Figura 1 - Desempenho do algoritmo SCE-UA com patamar NS = 0,75.

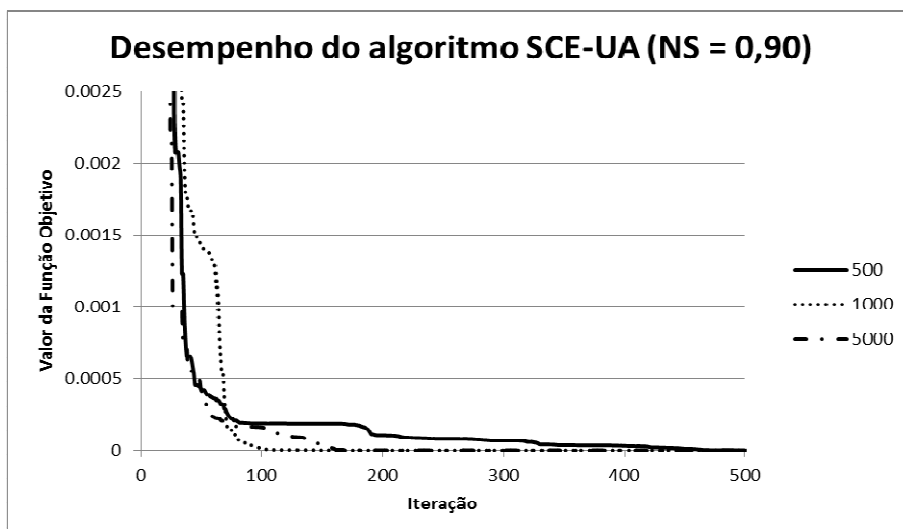


Figura 2 - Desempenho do algoritmo SCE-UA com patamar NS = 0,90.

As soluções candidatas iniciais do algoritmo SCE-UA foram geradas de duas maneiras: utilizando a metodologia GLUE (patamar NS = 0,75 e 500 soluções candidatas), e de maneira aleatória (gerando pontos ao longo do espaço de busca considerando uma distribuição uniforme). O desempenho do algoritmo SCE-UA, com e sem a metodologia GLUE, apresentou diferenças (Figura 3). Dos dez cenários avaliados, apenas dois não apresentaram melhora de desempenho ao se utilizar a metodologia GLUE.

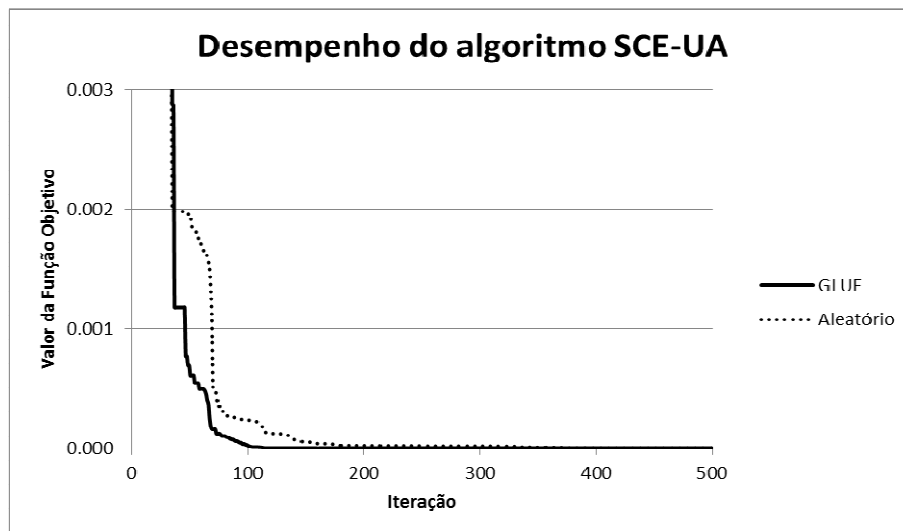


Figura 3 - Desempenho do algoritmo SCE-UA com e sem a metodologia GLUE.

DISCUSSÃO

A metodologia utilizada neste trabalho pode ser influenciada por diversos aspectos, entre eles, podemos destacar a função-objetivo utilizada, o número de soluções candidatas adotadas (tanto no GLUE quanto no SCE-UA), o patamar de aceitação escolhido (GLUE) e o número de complexos utilizado para evolução (SCE-UA).

A FO utilizada (Coeficiente de Nash-Sutcliffe) é a forma mais comum de avaliar a precisão dos valores simulados por modelos hidrológicos (e.g. Choi e Beven, 2007; Xiong e O'Connor, 2008; Li *et al.*, 2010; Jin *et al.*, 2010). O número de soluções candidatas iniciais para o GLUE comumente utilizado é variado (400 – Christiaens e Feyen, 2002; 1000 – Hassan *et al.*, 2008; 2000 – Xiong e O'Connor, 2008). É importante ressaltar que quanto maior o número de soluções candidatas iniciais maior o esforço computacional envolvido e mais tempo é necessário para gerar a distribuição de probabilidade *a posteriori* gerada pela metodologia GLUE. Os patamares de aceitação utilizados neste trabalho são valores que permitem um ajuste mais restritivo (NS = 0,90) ou menos restritivo (NS = 0,75). Estes valores variam entre os trabalhos utilizando o GLUE (0,60 – Choi e Beven, 2008; 0,70 – Xiong e O'Connor, 2008; 0,80 – Jin *et al.*, 2010; 0,95 – Li *et al.*, 2010).

As soluções candidatas e os patamares de aceitação utilizados permitiram a geração de distribuições de probabilidade *a posteriori* que resultam diferentes da distribuição uniforme para a maioria dos parâmetros do modelo. Alguns parâmetros se mostraram mais sensível que outros, tornando a diferença entre a distribuição uniforme e a distribuição *a posteriori* mais clara (ex. I_b , K_{sub} e h). O número de soluções iniciais e de complexos no algoritmo SCE-UA influencia na eficiência e eficácia obtidos. O modelo IPH-II é um modelo simples, que representa de forma concentrada o processo de conversão da precipitação em vazão em uma bacia hidrográfica. Por conta disto, o uso de muitas soluções iniciais ou muitos complexos não permitiria visualizar a evolução dos valores da FO de forma coerente (a FO atingiria valores baixos em poucas iterações).

Os resultados encontrados neste trabalho demonstram que a utilização da metodologia GLUE aliada ao algoritmo de calibração automática SCE-UA é eficiente, permitindo que o algoritmo atinja valores baixos da função-objetivo utilizando menos iterações. Em um trabalho recente (Blasone *et al.*, 2008), a metodologia GLUE foi modificada e utilizada em conjunto com o algoritmo *Shuffled Complex Evolution Metropolis* (SCEM-UA – Vrugt *et al.*, 2003) no modelo hidrológico MIKE-SHE (Graham e Butts, 2006). Os autores encontram resultados similares aos apresentados neste trabalho, indicando que o uso da metodologia GLUE (mesmo modificada) pode reduzir o esforço computacional requerido pelo algoritmo SCEM-UA e estimar a incerteza nos valores dos parâmetros ótimos encontrados. O tempo computacional necessário para gerar uma distribuição a posteriori pela metodologia GLUE pode ser elevado, dependendo do número de soluções candidatas utilizada. Este trabalho não verificou como o tempo computacional é influenciado pela utilização da metodologia GLUE, sendo necessário um trabalho específico para estimar o tempo computacional ganho ou gasto.

REFERÊNCIAS

- AGYEI, E.; HATFIELD, K. (2006). Enhancing gradient-based parameter estimation with an evolutionary approach. *Journal of Hydrology*, 316, pp. 266-280.
- AO, T.; ISHIDAIRA, H.; TAKEUCHI, K.; KIEM, A.S.; YOSHITARI, J.; FUKAMI, K.; MAGOME, J. (2006). Relating BTOPMC model parameters to physical features of MOPEX basins. *Journal of Hydrology*, 320, pp. 84-102.
- BEVEN, K. J.; BINLEY, A. M. (1992). The future of distributed models: model calibration and uncertainty prediction. *Hydrological Processes*, v. 6, pp. 279-298.
- BEVEN, K.; FREER, J. (2001). Equifinality, data assimilation, and uncertainty estimation in mechanistic modeling of complex environmental systems using the GLUE methodology. *Journal of Hydrology*, 249, pp. 11-29.
- BLASONE, R.-S.; MADSEN, H.; ROSBJERG, D. (2008). Uncertainty assessment of integrated distributed hydrological models using GLUE with Markov chain Monte Carlo sampling. *Journal of Hydrology*, 353, pp. 18-32.
- BRAVO, J.M.; ALLASIA, D.G.P.; COLLISCHONN, W.; TASSI, R.; MELLER, A.; TUCCI, C.E.M. (2006). *Manual de conceitos do WIN_IPH2. Versão 1.0*. Editora: Rutinéia Tassi, Porto Alegre, 27 pp.
- BRAVO, J.M.; ALLASIA, D.G.P.; COLLISCHONN, W.; TASSI, R.; MELLER, A.; TUCCI, C.E.M. (2007). Avaliação visual e numérica da calibração do modelo hidrológico IPH II com fins educacionais. In *Anais do XVI Simpósio de Recursos Hídricos do Nordeste*, São Paulo, Nov. 2007.
- BRAVO, J.M.; COLLISCHONN, W.; TUCCI, C.E.M. (2009). Verificação da eficiência e eficácia de um algoritmo evolucionário multi-objetivo na calibração automática do modelo hidrológico IPH II. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*. v. 14 (3), pp. 37-50.
- CHOI, H.T.; BEVEN, K. (2007). Multi-period and multi-criteria model conditioning to reduce prediction uncertainty in a application of TOPMODEL within the GLUE framework. *Journal of Hydrology*, 332, pp. 316-336.
- CHRISTIAENS, K.; FEYEN, J. (2002). Constraining soil hydraulic parameter and output uncertainty of the distributed hydrological MIKE SHE model using the GLUE framework. *Hydrological Processes*, 16, pp. 373-391.
- COLLISCHONN, W.; TUCCI, C.E.M. (2003). Ajuste multi-objetivo dos parâmetros de um modelo hidrológico. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 8 (3), pp. 27-39.

COOPER, V.A.; NGUYEN, V.-T.-V.; NICELL, J.A. (2007). Calibration of conceptual rainfall-runoff models using global optimization methods with hydrologic process-based parameter constraints. *Journal of Hydrology*, 334, pp. 455-466.

DOUGHERTY, D.E.; MARRYOTT, R.A. (1991) Optimal groundwater management I: simulated annealing. *Water Resources Research*, 27(10), pp. 2493-2508.

DUAN, Q.; SOROOSHIAN, S.; GUPTA, V. (1992). Effective and efficient global optimization for conceptual rainfall-runoff models. *Water Resources Research*, 28(4), pp. 1015-1031.

ECKHARDT, K.; ARNOLD, J.G. (2001). Automatic calibration of a distributed catchment model. *Journal of Hydrology*, 251, pp. 103-109.

GOLDBERG, D. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Reading, Massachusetts, pp. 379.

GRAHAM, D.N.; BUTTS, M.B. (2006). Flexible, integrated watershed modeling with MIKE-SHE. In: SINGH, V.P.; FREVERT D.K. (Eds.), *Watershed Models*, pp. 245-272.

HASSAN, A.E.; BEKHIT, H.M.; CHAPMAN, J.B. (2008). Uncertainty assessment of a stochastic groundwater flow model using GLUE analysis. *Journal of Hydrology*, 362, pp. 89-109.

HOSSAIN, F.; ANAGNOSTOU, E.N.; DINKU, T.; BORGA, M. (2004). Hydrological model sensitivity to parameter and radar rainfall estimation uncertainty. *Hydrological Processes*, 18, pp. 3277-3291.

JIN, X.; XU, C.-Y.; ZHANG, Q.; SINGH, V.P. (2010). Parameter and modeling uncertainty simulated by GLUE and a formal Bayesian method for a conceptual hydrological model. *Journal of Hydrology*, 383, pp. 147-155.

LI, L.; XIA, J.; XU, C.-Y.; SINGH, V.P. (2010). Evaluation of the subjective factors of the GLUE method and comparison with the formal Bayesian method in uncertainty assessment of hydrological models. *Journal of Hydrology*, 390, pp. 210-221.

MADSEN, H. (2000). Automatic calibration of a conceptual rainfall-runoff model using multiple objectives. *Journal of Hydrology*, 235, pp. 276-288.

TUCCI, C.E.M. (1998). *Modelos hidrológicos*. ABRH Editora da UFRGS, Porto Alegre.

VRUGT, J.A.; GUPTA, H.V.; BOUTEN, W.; SOROOSHIAN, S. (2003). A shuffled complex evolution metropolis algorithm for optimization and uncertainty assessment of hydrological model parameters. *Water Resource Research*, 39 (8), 1201. DOI: 10.1029/2002WR001642.

WU, L.; LONG, T-Y; LIU, X.; GUO, J-S. (2012). Impacts of climate and land-use changes on the migration of non-point source nitrogen and phosphorus during rainfall-runoff in the Jialing River Watershed, China. *Journal of Hydrology*, 475, pp. 26-41.

XIONG, L.; O'CONNOR, K.M. (2008). An empirical method to improve the prediction limits of the GLUE methodology in rainfall-runoff modeling. *Journal of Hydrology*, 349, pp. 115-124.