

## AVALIAÇÃO ESTATÍSTICA E FÍSICA DAS REGRESSÕES SIMPLES E MÚLTIPLA NA REGIONALIZAÇÃO DE VAZÕES MÍNIMAS

*Fernando Silva Rego*<sup>1\*</sup>; *Arthur Telles Calegario*<sup>2</sup>; *Aline de Araújo Nunes*<sup>3</sup>; *Fernando Falco Pruski*<sup>4</sup>; *Marlon Fernandes de Souza*<sup>5</sup>

**Resumo** – As técnicas de regionalização de vazões são ferramentas essenciais para a estimativa das informações hidrológicas, sendo o conhecimento e o aprimoramento dessas técnicas de grande importância, principalmente em regiões onde existe carência desses dados. Este trabalho teve como objetivo comparar estatística e fisicamente a regionalização de vazões mínimas considerando as regressões simples e múltipla. O estudo foi realizado para a bacia do rio Pará, sub-bacia do rio São Francisco, e a variável dependente foi a vazão mínima associada a uma permanência de 95% do tempo ( $Q_{95}$ ). As variáveis independentes para a regressão múltipla foram a área de drenagem e a precipitação total anual média, enquanto para a regressão simples apenas a área. O uso da regressão múltipla em comparação com a regressão simples representou, além de um melhor ajuste estatístico, uma representação espacial da variação da precipitação na bacia. Além disso, o emprego da regressão múltipla reduziu, quando comparado com a regressão simples da área, a utilização da imposição de restrição física, minimizando os riscos associados a extrapolação.

**Palavras-Chave** – Gestão de recursos hídricos; hidrologia.

## STATISTICAL AND PHYSICAL AVALIATION OF SIMPLE AND MULTIPLE REGRESSION OF LOWFLOW REGIONALIZATION

**Abstract** – The streamflow regionalization techniques are essential tools for the estimation of hydrological information, and knowledge and improvement of these techniques of great importance, especially in regions where there is a lack of such data. This study aimed to compare statistical and physically of low flows regionalization considering the simple and multiple regressions. The study was conducted for the Pará river basin, sub-basin of the São Francisco river, and the dependent variable was permanent streamflow present 95% of time ( $Q_{95}$ ). The independent variables for multiple regression were the drainage area and average annual rainfall, while for the simple regression only area. The use of multiple regression in comparison with simple regression represented, besides a best statistical fit, a spatial representation of the precipitation variation of the basin. Furthermore, the use of multiple regression reduced, when compared with single regression, the use of imposing restriction, thus minimizing the risks associated with extrapolation.

**Keywords** – Water resource management; hydrology.

<sup>1\*</sup> Eng° Ambiental, Mestrando em Meteorologia Agrícola - UFV. fernando.rego@ufv.br

<sup>2</sup> Eng° Agrícola e Ambiental, Mestrando em Engenharia Agrícola – UFV. tcalegario@hotmail.com

<sup>3</sup> Eng° Agrícola e Ambiental, Mestre em Engenharia Agrícola, Estudante de Pós-Graduação – UFV. alinedearaujonunes@gmail.com

<sup>4</sup> Eng° Agrícola, Pós-Doc, Prof. Tit. UFV. fpruski@ufv.br

<sup>5</sup> Eng° Agrícola e Ambiental – UFV. marlonfernandesdesouza@gmail.com  
Departamento de Engenharia Agrícola. CEP 36570-000 Viçosa-MG.

## 1. INTRODUÇÃO

A água é um elemento de suma importância para diversos segmentos da sociedade e, devido a crescente demanda e pressão sobre os recursos hídricos, a gestão e planejamento deste tornou-se uma atividade fundamental a fim de atenuar os conflitos relacionados (Matondo, 2002).

O conhecimento da disponibilidade hídrica de uma bacia é imprescindível para o planejamento e gestão dos recursos hídricos (Novaes *et al.*, 2009), e esta é representada pelas vazões médias e mínimas cujos valores indicam, respectivamente, a disponibilidade potencial (Pruski e Pruski, 2011) e natural ao longo da hidrografia (Smakhtin, 2001). A estimativa das vazões mínimas é necessária para diversos fins, como por exemplo na manutenção da biota aquática, uso urbano, agropecuário, descarga de efluentes, operação de hidroelétricas dentre outros (Smakhtin, 2001; Gustard *et al.*, 2004).

As vazões são melhor estimadas em locais onde existe estação fluviométrica, contudo estas não estão presentes em toda hidrografia. Assim, técnicas de regionalização podem ser usadas para inferir índices hidrológicos para locais cujos dados não foram coletados (Laaha e Blöschl, 2006). A análise de regressão é uma técnica amplamente utilizada para esse fim e baseia-se na construção de um modelo que relaciona uma variável dependente, neste caso um índice hidrológico, com uma ou mais variáveis independentes que descrevam características fisiográficas e/ou climáticas da bacia (Petterneli e Mello, 2007; Smakhtin, 2001). O modelo de regressão é dito simples quando relaciona duas variáveis, sendo uma variável dependente e outra independente. Quando a variável dependente é relacionada com duas ou mais variáveis independentes, a regressão é dita múltipla. Além disso, a regressão pode ser classificada como linear e não-linear, sendo a primeira quando a relação é retilínea, ou plana, e na segunda a relação pode ser potencial, exponencial, geométrica, polinomial, etc.

A regionalização é uma ferramenta essencial para o conhecimento hidrológico espacial, contudo, possui limitações expressivas quando seus domínios são extrapolados, principalmente em regiões de menores áreas de drenagem (Silva Júnior *et al.*, 2003; Tucci, 2002), pois grande parte das estações fluviométricas localizam-se em seções da hidrografia às quais estão associadas grandes áreas. Além disso, a relação entre as variáveis pode distinguir-se para domínios distintos dos dados utilizados na regressão. Contudo, esta prática ainda é utilizada devido a escassez de dados em bacia com área de drenagem inferior e, para atenuar os problemas associados, tem-se proposto alguns limites físicos à extrapolação (Pruski *et al.*, 2012).

Segundo Li *et al.* (2009) somente a análise estatística dos modelos de regionalização não é suficiente para estimar as vazões ao longo da hidrografia. O uso de procedimentos que auxiliem na compreensão do comportamento físico de um processo é importante para extrair maiores informações dos dados disponíveis.

Visto a importância da estimativa das vazões ao longo de toda a hidrografia e as limitações associadas à extrapolação das equações de regionalização, este trabalho teve como objetivo comparar estatística e fisicamente a regionalização da vazão mínima considerando as regressões simples e múltipla.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1. Caracterização da área de estudo

O estudo foi realizado para a bacia do rio Pará, sub-bacia do rio São Francisco. O rio Pará, afluente do alto curso do rio São Francisco, está situado no Sudoeste do Estado de Minas Gerais. A área da bacia hidrográfica do rio Pará compreende aproximadamente 12.300 km<sup>2</sup>, sendo os principais afluentes os rios Itapecerica, São João, Lambari, do Peixe e Picão (CBH-Pará, 2007).

### 2.2. Dados utilizados no estudo

No estudo foram utilizados dados consistidos de seis estações fluviométricas situadas na bacia do rio Pará, todas pertencentes à rede hidrometeorológica do Sistema de Informações Hidrológicas (Hidroweb) da Agência Nacional de Águas (ANA). As estações fluviométricas utilizadas no estudo estão caracterizadas na Figura 1a.

### 2.3. Regionalização de vazões

O procedimento empregado para aplicação deste método envolve, inicialmente, a definição prévia das regiões hidrológicamente homogêneas, e, em uma segunda etapa, na obtenção das equações que permitam associar a vazão com variáveis topológicas e climáticas.

A regionalização foi realizada pelo método da regressão simples e múltipla, sendo testados os modelos linear, potencial, exponencial, recíproco e logarítmico para ambas.

A variável dependente utilizada na regionalização de vazões na bacia em estudo foi a vazão mínima associada a uma permanência de 95% (Q<sub>95</sub>).

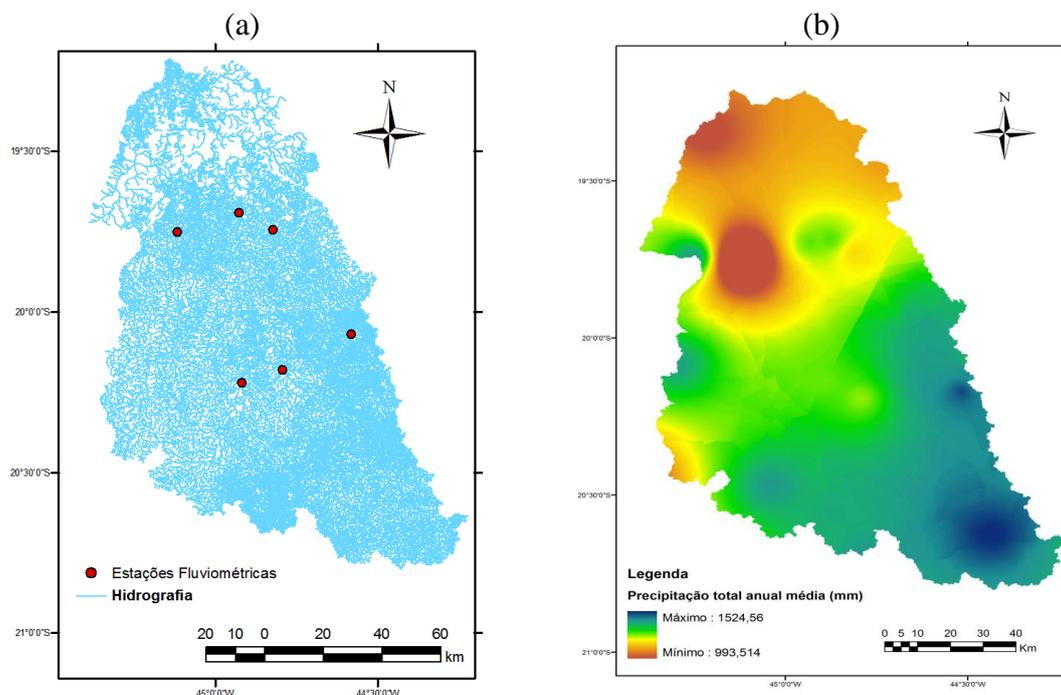


Figura 1 – Localização das estações fluviométricas (a) e distribuição espacial da precipitação na bacia hidrográfica em estudo (b).

A variável independente utilizada na regressão simples foi a área de drenagem (A), e, na regressão múltipla, foram usadas a área de drenagem e precipitação total anual média (PPT). A precipitação que ocorre na área de drenagem de uma bacia hidrográfica é um fator que interfere diretamente no comportamento das vazões, motivo pelo qual a inclusão da precipitação como variável explicativa pode representar uma expressiva melhoria do modelo de regionalização das vazões.

A área de drenagem a montante de cada seção da hidrografia foi obtida utilizando o Modelo Digital de Elevação Hidrograficamente Condicionado (MDEHC) gerado a partir de cartas planialtimétricas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e de hidrografia mapeada na escala 1:50.000.

A variável precipitação total anual média foi obtida de séries históricas de precipitação oriundas de estações pluviométricas existentes na bacia do Pará e nas bacias circunvizinhas, com período base de 1968 a 2005, correspondente ao mesmo período das séries de vazões. O mapa de precipitação gerado é apresentado na Figura 1b.

Para a aplicação da regionalização utilizando as regressões simples e múltipla foi utilizado o software Sistema Computacional para a Regionalização de Vazões (SisCoRV 1.0), desenvolvido por Sousa (2009).

Na seleção das equações que conduziram ao melhor ajuste estatístico utilizou-se o erro padrão, o coeficiente de determinação e o erro relativo (Laaha e Blöschl, 2005). Assim, obtiveram-se duas equações de regionalização, simples e múltipla. Para avaliar os dois modelos de regressão, fez-se uso, além das estatísticas anteriormente descritas, dos índices Willmot, Nash-Sutcliffe e MAE (erro absoluto médio).

#### **2.4. Imposição de restrição física para a estimativa das vazões mínimas em regiões de extrapolação**

Para minimizar os riscos associados a extrapolação das equações de regionalização utilizou-se a metodologia de imposição de restrição (PRUSKI *et al*, 2012), que consiste em adotar como valor limite de vazão mínima específica o maior valor evidenciado nas estações fluviométricas analisadas. Assim, caso a vazão específica estimada pela equação de regionalização fosse maior que o valor limite, a  $Q_{95}$  passava a ser estimada pela equação

$$Q_{95\_ajust} = q_{95\_lim} Area \quad (1)$$

em que  $Q_{95\_ajust}$  = vazão mínima associada a uma permanência de 95% ajustada com base na  $q_{95}$  limite,  $m^3 s^{-1}$ ; e  $q_{95\_lim}$  = vazão específica utilizada como limite para a extrapolação da equação de regionalização,  $m^3 s^{-1} km^{-2}$ .

### 3. RESULTADOS

Na Tabela 1 são apresentados os dados relativos às variáveis independentes e dependente das estações fluviométricas utilizadas no estudo.

Tabela 1 – Variáveis independentes e depende de cada estação fluviométrica

Estação	Nome da estação	Q <sub>95</sub> (m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> )	Área (km <sup>2</sup> )	PPT (mm)
40150000	Carmo do Cajuru	15,794	2500	1462
40170000	Marilândia (Ponte BR-494)	3,902	1040	1412
40269900	Itaúna - Montante	2,282	338	1475
40300001	Jaguaruna - Jusante	6,416	1560	1414
40330000	Velho da Taipa	27,53	7330	1425
40400000	Álvaro da Silveira	6,522	1820	1337

O modelo de regressão que apresentou melhor ajuste estatístico para as regressões simples e múltipla foi o modelo potencial, sendo os indicadores estatísticos e os erros relativos a esse modelo de regressão dispostos nas Tabela 2 e 3, respectivamente. O desempenho das regressões foram avaliados pelos índices dispostos na Tabela 2.

Tabela 2 - Indicadores estatísticos para o modelo potencial para as regressões simples e múltipla e índices de desempenho

Variável	Regressão Simples	Regressão Múltipla
R <sup>2</sup>	0,9254	0,97419
R <sup>2</sup> ajustado	0,90675	0,95699
Erro padrão	0,27753	0,18851
Willmot	0,982	0,992
Nash-Sutcliffe	0,93	0,975
MAE	1,55	1,24

Tabela 3 – Erros relativos obtidos para o modelo potencial considerando as regressões simples e múltipla

Estação	Regressão Simples (%)	Regressão Múltipla (%)
40150000	-32,13	-17,29
40170000	28,86	21,40
40269900	-16,45	-3,54
40300001	11,20	8,27
40330000	-1,51	9,01
40400000	24,96	-12,51

As equações obtidas para a regionalização da Q<sub>95</sub> são dispostas na Tabela 4.

Tabela 4 – Equações de regionalização da Q<sub>95</sub> para a bacia do rio Pará

Regressão Simples	$Q_{95} = 0,01253 \text{ Area}^{0,8628}$
Regressão Múltipla	$Q_{95} = 1,04 * 10^{-21} \text{ Area}^{0,9172} \text{ PPT}^{5,9978}$

O uso da regressão múltipla e, conseqüentemente, da precipitação, permitiu um melhor ajuste estatístico quando comparado com a regressão simples, sendo evidenciado por maiores valores de R<sup>2</sup>, menores erros padrão e menores amplitudes dos erros relativos, sendo essa regressão mais representativa da regionalização da Q<sub>95</sub>. Além disso, os índices Willmot, Nash-Sutcliffe e MAE apresentaram melhor desempenho para a regressão múltipla.

A análise estatística é uma importante ferramenta na avaliação do comportamento dos processos hidrológicos, entretanto, o uso de técnicas que subsidiem o entendimento dos processos físicos de formação das vazões tende a melhorar a representação dos dados disponíveis. Assim, foi realizada uma análise da distribuição da vazão específica com o intuito de obter uma avaliação mais

compreensiva dos valores das vazões obtidas pelas diferentes regressões, sendo a variação da  $q_{95}$  para as regressões simples e múltiplas representada nas Figuras 2a e 2b, respectivamente.

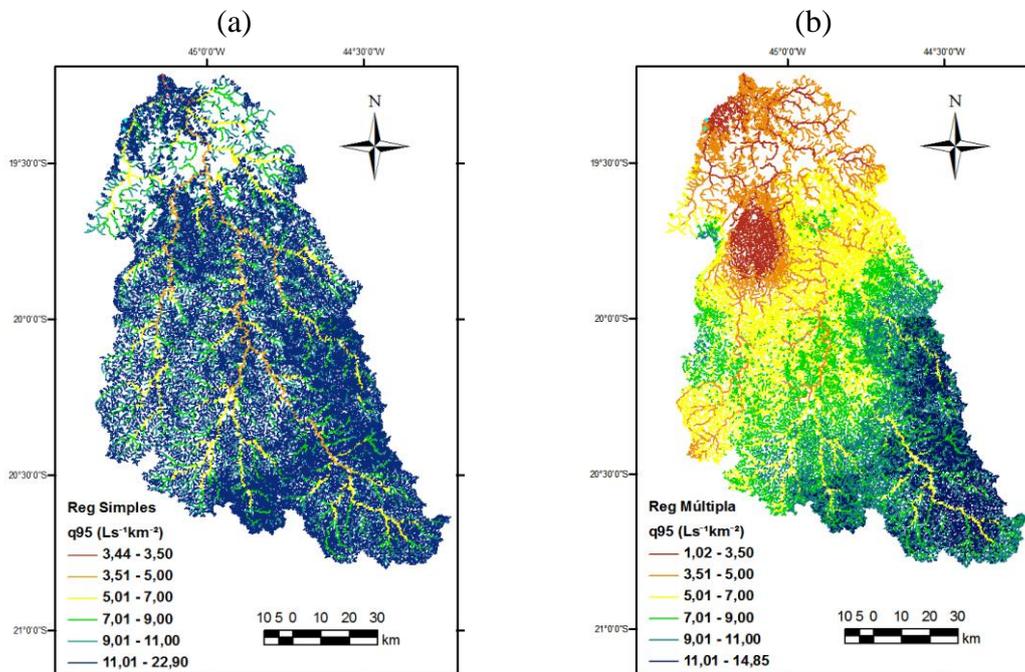


Figura 2 - Representação da variação da  $q_{95}$  ao longo da hidrografia considerando a regressão simples (a) e a regressão múltipla (b).

O uso da regressão simples leva a uma maior amplitude de variação da vazão específica, de 3,44 a 22,9  $L s^{-1} km^{-2}$ , sendo que a maior parte de hidrografia está associada a um valor superior a 11  $L s^{-1} km^{-2}$ . Quando se considera a regressão múltipla, essa amplitude passa a ser de 1,02 a 14,85  $L s^{-1} km^{-2}$ , e há uma distribuição espacial mais heterogênea da vazão específica. Essa distribuição fica bastante condicionada à variação da precipitação ao longo da bacia.

A fim de minimizar os riscos associados à extrapolação das equações de regionalização obtidas, principalmente em regiões de cabeceira, a  $Q_{95}$  foi ajustada utilizando o maior valor  $q_{95}$  observado entre as estações fluviométricas, neste caso, igual a 0,006751  $m^3 s^{-1} km^{-2}$ . Assim, a  $Q_{95}$  para trechos onde a vazão específica foi superior a esse valor limite passa a ser ajustada pela equação

$$Q_{95} = 0,006751 Area \quad (1)$$

Nas Figuras 3a e 3b são destacadas as regiões onde a  $Q_{95}$  sofreu o ajuste físico para as regressões simples e múltipla, respectivamente.

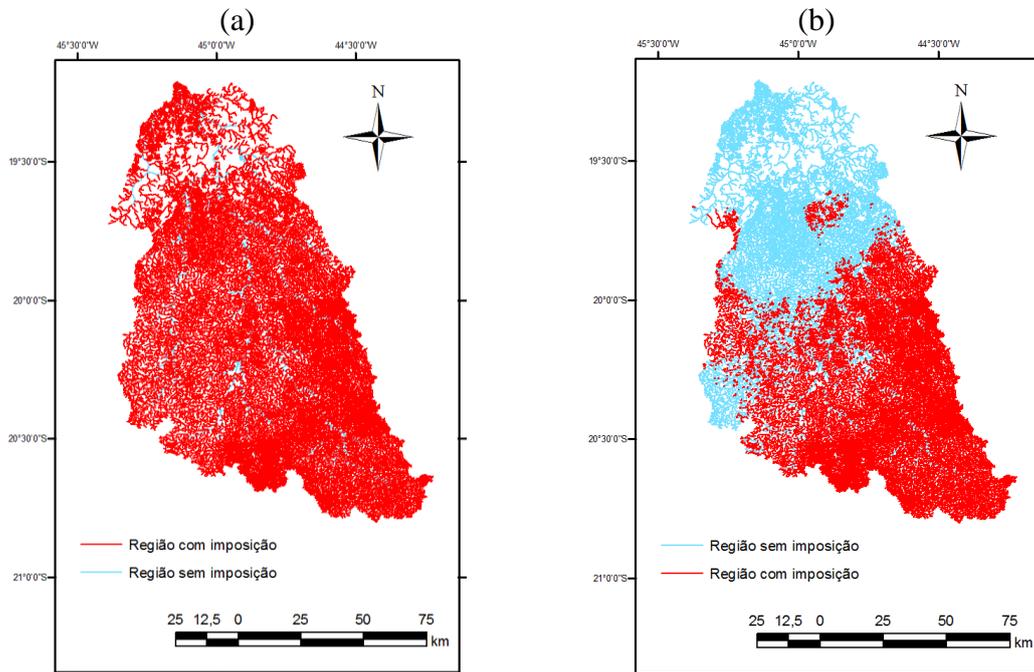


Figura 3 - Segmentos da bacia onde foi necessário o uso da restrição para as regressões simples (a) e múltipla (b).

Observa-se que a vazão específica em 95% dos trechos associados a regressão simples foram superiores ao limite físico de  $6,75 \text{ L s}^{-1} \text{ km}^{-2}$ , enquanto essa restrição foi de 67% para a regressão múltipla. Logo, além dos benefícios estatísticos, o uso em conjunto das variáveis explicativas área e precipitação tende a minimizar os riscos de extrapolação associados às estimativas advindas da equação de regionalização obtida, pois reduz a utilização da imposição de restrição física.

#### 4. CONCLUSÕES

O uso da regressão múltipla com a utilização das variáveis independentes área de drenagem e precipitação total anual média melhorou os ajustes estatísticos em comparação com a regressão simples, cuja variável explicativa é a área. Além disso, o emprego da regressão múltipla considera a variação espacial da precipitação e reduz a utilização da imposição de restrição física, minimizando os riscos associados à extrapolação.

## REFERÊNCIAS

- CBH-PARÁ. (2007). Plano Diretor da Bacia Hidrográfica do Rio Pará: Etapa 2 - Caracterização do Meio Físico. Minas Gerais.
- GUSTARD, A., YOUNG, A. R., REES, G. & HOLMES, M. G. R. (2004). Operational hydrology. In: Hydrological Drought: Processes and Estimation Methods for Streamflow and Groundwater (ed. by L. M. Tallaksen & H. A. J. van Lanen), 455–484. Developments in Water Science 48, Elsevier, The Netherlands.
- LAAHA, G., BLÖSCHL, G. (2005). Low flow estimates from short stream flow records – A comparison of methods. *Journal of Hydrology*, 306, pp.264-286.
- LAAHA, G. & BLÖSCHL, G. (2006) A comparison of low flow regionalisation methods—catchment grouping. *Journal of Hydrology*. 323(1/4), 193–214.
- LI, Z.; LIU, W.; ZHANG, X.; ZHENG, F. (2009). Impacts of land use change and climate variability on hydrology in an agricultural catchment on the Loess Plateau of China. *Journal of Hydrology*, 377, pp. 35- 42.
- MATONDO, J.I. (2002). A comparison between conventional and integrated water resources planning and management. *Physics and Chemistry of the Earth*. v.27, p. 831-838.
- NOVAES, L.F.; PRUSKI, F.F.; QUEIROZ, D.O. DE; RODRIGUEZ, R. DEL G.; SILVA, D.D.; RAMOS M.M. (2009) Modelo para a quantificação da disponibilidade hídrica: parte 1 – obtenção da equação de recessão. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, 14(1), p. 15-26.
- PATERNELLI, L. A.; MELLO, M. P. (2007). Conhecendo o R – uma visão estatística. UFV, Viçosa.
- SILVA JÚNIOR, O.B.; BUENO, E.O.; TUCCI, C.E.M.; CASTRO, N.M.R. (2003). Extrapolação espacial na regionalização de vazão. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, 8, pp. 21-37.
- SMAKHTIN, V. U. (2001) Low flow hydrology: a review. *Journal of Hydrology*. 240, 147–186
- SOUSA, H.T. (2009). *Sistema computacional para regionalização de vazões*. Viçosa: UFV. 86p. Dissertação de Mestrado.
- PRUSKI, F.F.; NUNES, A.A.; REGO, F.S.; SOUZA, M. F. (2012). Extrapolação de equações de regionalização de vazões mínimas: Alternativas para atenuar os riscos. *WRIM*, 1, pp. 51-59.
- PRUSKI, F.F.; PRUSKI, P.L. (2011). Tecnologia e inovação frente a gestão de recurso hídricos. In: Medeiros, S. de S., Gheyi, H.R, Galvão, C. de O., Paz, V.P.S. (Eds), *Recursos hídricos em regiões áridas e semiáridas*. Instituto Nacional do Semiárido, Campina Grande, 27-58.
- TUCCI, C.E.M. (2002). *Regionalização de vazões*. Porto Alegre, Editora Universidade UFRGS. 256 p.