



XII SIMPÓSIO DE RECURSOS HÍDRICOS DO NORDESTE

ANÁLISE FRACTAL DO RIBEIRÃO MARMELO

Luísa Santana Marques¹ & Maria Helena Rodrigues Gomes²

RESUMO – O presente trabalho compara métodos para obtenção da dimensão fractal por técnica manual e computacional. O conceito de dimensão fractal foi difundido por Mandelbrot em 1983, com o intuito de estudar objetos irregulares comumente encontrados na natureza, tais como nuvens, folhas, árvores, montanhas e até mesmo bacias hidrográficas. Após o pesquisador incorporar os fractais na geometria e associá-los com elementos da natureza, o tema passou a despertar o interesse da comunidade científica, permeando, assim, diversas áreas do conhecimento, dentre elas a hidrologia física, na qual tem-se pesquisado a fractalidade das redes de drenagem. Com base nessas informações, o estudo de fractalidade da Bacia Hidrográfica do Ribeirão Marmelo foi realizado através do mapa disponibilizado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e de imagens de satélites digitalizadas. Utilizou-se o método da Probabilidade da Excedência do Comprimento de Canais, proposto por Taborton *et al.* (1988), tanto para a técnica manual quanto para a computacional, para fins de comparação. Mediante os resultados obtidos, pode-se verificar que as técnicas, mesmo gerando valores distintos, são pertinentes para a obtenção da dimensão fractal de bacias hidrográficas.

ABSTRACT – The present study makes a comparison of methods for obtaining the fractal dimension by manual and computer equipment. The concept of fractal dimension was broadcast by Mandelbrot in 1983, with the aim of studying irregular objects commonly found in nature, such as clouds, leaves, trees, mountains and even basins. After the researcher to incorporate the fractal geometry and associate it with elements of nature, the topic has attracted the attention of the scientific community and thus permeating many areas of knowledge, among them physical hydrology, which has researched the fractality of drainage networks. Based on this information, the study of fractality Bacia do Ribeirão Marmelo was realized using the map provided by Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) and digitized images of satellites. Making use of the method of Exceedance Probability of the Length Channels, proposed by Taborton *et al.* (1988),

¹) Aluna e bolsista de Iniciação Científica do Curso de Engenharia Sanitária e Ambiental da Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora. luisa.marques@engenharia.ufjf.br

²) Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental da Faculdade de Engenharia da Universidade Federal de Juiz de Fora, - 4ª Plataforma Setor de Tecnologia - Rua João Lourenço Kelmer s/n – Bairro Marmelo – CEP: 36036-900 - Juiz de Fora – MG – Brasil. Fone: (32) 3229-3419 ramal 21 - Fax: (32) 3229-3401; e-mail: mariahelena.gomes@ufjf.edu.br

manual and computational technique, for comparison purposes. From the results obtained, it can be seen that both techniques are relevant for obtaining the fractal dimension of watersheds, even generating distinct values.

Palavras-Chave – Dimensão fractal, bacia hidrográfica, rede de drenagem

INTRODUÇÃO

As bacias hidrográficas são tradicionalmente analisadas utilizando-se as razões de Horton, mas durante a última década uma nova abordagem tem sido dada aos aspectos geomorfológicos das bacias hidrográficas: a análise fractal. O conceito de fractais foi difundido por Mandelbrot (1977), como uma alternativa que possibilita o estudo de objetos que são incapazes de serem classificados pela geometria Euclidiana, ou seja, formas geométricas irregulares muito comumente observadas na natureza.

Para Mandelbrot, os fractais são conjuntos de objetos cuja dimensão fractal é superior a sua dimensão euclidiana (Silveira, 2006). E a dimensão Hausdorff ou dimensão fractal descreve os objetos caóticos, tal como a rede de drenagem de uma bacia hidrográfica. A mesma é diretamente proporcional a complexidade do objeto, já que caracteriza-se pela representação do nível de irregularidade ou complexidade de um determinado objeto em diversas escalas.

Baseando-se na verificação da estrutura fractal das redes de drenagem de bacias hidrográficas é possível: relacionar a dimensão fractal às características das redes de drenagem, como por exemplo, as razões de Horton e caracterizar melhor as redes de drenagem através das diversas dimensões fractais; e, associar a dimensão fractal ao hidrograma unitário geomorfológico e à resposta hidrológica.

A geometria fractal tem sido muito utilizada em diversas áreas do conhecimento, principalmente no estudo de redes de drenagem. A busca por informações de características geomorfológicas de bacias hidrográficas é fundamental para compreender mecanismos de dinâmicas materiais e estabelecer adequados projetos para gerenciamento de recursos naturais. Diante disso, tem-se a geometria fractal como uma ferramenta a mais para o estudo da geomorfologia, tornando-se importante para o domínio do conhecimento de características físicas de uma bacia hidrográfica.

Segundo Mandelbrot (1977) apud Gomes (1997), para compreender a dimensão fractal pode-se assumir N_e esferas n -dimensionais de diâmetros d para cobrir certo objeto no espaço n -dimensional. N_e e d relacionam-se na seguinte equação:

$$N_e(d) \approx d^{-D} \quad (1)$$

A dimensão fractal não quantifica a forma de um objeto fractal, apenas a sua complexidade, e as dimensões dos objetos são valores contínuos entre as dimensões euclidianas, assim, pode-se pensar na irregularidade com um aumento na dimensão, (Silveira, 2006).

Assim, o presente trabalho objetiva analisar e comparar os resultados da dimensão fractal obtidos através de técnicas manual e computacional, e a consequente verificação das características geomorfológicas e hidrológicas de uma bacia hidrográfica brasileira.

METODOLOGIA

A sub-bacia do Ribeirão Marmelo localiza-se no município de Juiz de Fora na região Zona da Mata, em Minas Gerais. O Ribeirão Marmelo pertence à bacia hidrográfica do rio Paraíba do Sul, a qual possui uma importância estratégica, pois abastece municípios dos Estados de Minas Gerais, Rio de Janeiro e São Paulo. Os dados como comprimento de canais, número de canais, dentre outros, foram obtidos através da utilização do mapa do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), na escala 1:50000, manualmente, e também através de imagens de satélite digitalizadas, por técnica computacional.

Os critérios de ordenamento dos canais da rede de drenagem de uma bacia hidrográfica foram estudados por Horton (1945) e simplificados por Strahler (1952), posteriormente (Gomes, 1997), ilustrado conforme a Figura 1.

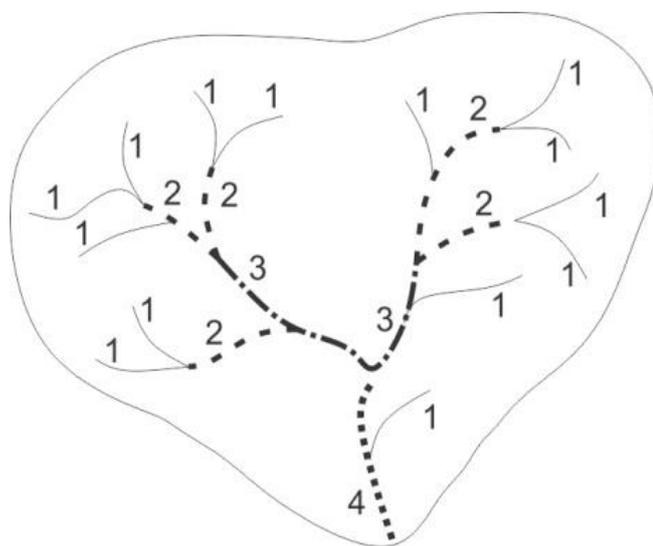


Figura 1: Ordenação dos canais de uma rede de drenagem segundo Strahler
(http://www.hidrotec.ufv.br/metodologia_resultados.html)

Tarboton *et al.* (1988) propuseram três métodos para determinação da dimensão fractal de redes de drenagem: método de Richardson, método de box-counting e método da distribuição da

probabilidade de excedência do comprimento de canais. Mas cabe ressaltar que outros métodos também foram propostos e avaliados.

E neste trabalho, é apresentado o cálculo da dimensão fractal de uma rede de drenagem através do método da Probabilidade da Excedência do Comprimento de Canais, proposto por Taborton *et al.* (1988), através da medida do ponto inicial até o ponto final linearmente dos canais.

A dimensão fractal é dada pela inclinação da reta ajustada aos pontos no gráfico da probabilidade de excedência em função do comprimento dos canais.

A probabilidade de excedência é dada por:

$$P = \frac{m}{n+1} \quad (2)$$

Onde **m** é a ordem de um canal em uma lista ordenada do mais longo ao mais curto e **n** é o número total de canais da rede de drenagem.

RESULTADOS

A bacia do Ribeirão Marmelo foi classificada com grandeza de 4ª ordem, de acordo com o sistema de hierarquização de redes de drenagem proposto por Strahler (1952) apud Araujo *et al.* (2011).

Dos métodos propostos por Tarboton *et al.* (1988), escolheu-se, para determinação da dimensão fractal, o método gráfico da Probabilidade de Excedência do Comprimento de Canais, e os resultados obtidos estão apresentados nas Figuras 2 e 3 e na Tabela 1 que se seguem.



Figura 2 – Dimensão fractal obtida pelo Método da Probabilidade da Excedência do Comprimento de Canais para a Bacia do Ribeirão Marmelo por técnica manual

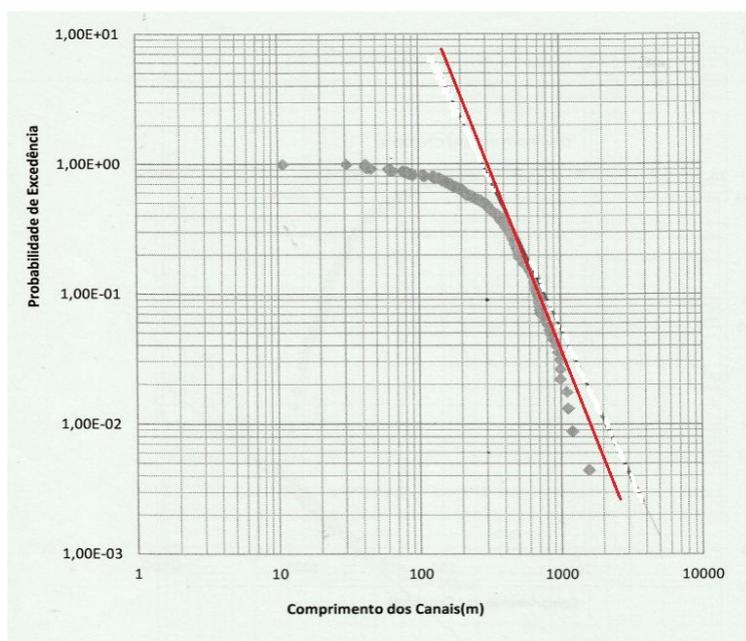


Figura 3 – Dimensão fractal obtida pelo Método da Probabilidade da Excedência do Comprimento de Canais para a Bacia do Ribeirão Marmelo por técnica computacional

Tabela1: Valores da dimensão fractal.

Método	Técnica	Dimensão Fractal
Probabilidade de Excedência do Comprimento de Canais	Manual	2,01
Probabilidade de Excedência do Comprimento de Canais	Computacional	1,94

Analisando-se os valores da dimensão fractal reunidos na Tabela 1, pode-se observar que a dimensão fractal tende para faixa de valores entre 1,0 a 2, apresentando uma diferença, se comparadas ambas as técnicas, que pode ser justificada devido às características heterogêneas da bacia.

Além disso, observa-se que eventuais erros podem ocorrer, quando comparada a variação dos resultados gerados pela técnica computacional e pela técnica manual quando da plotagem dos dados, possibilitando sua correção.

CONCLUSÃO

Os valores encontrados demonstram que, independente da técnica aplicada, a bacia do Ribeirão Marmelo possui um padrão de ramificação que cobre toda a área de drenagem confirmando o pressuposto de Tarboton et al. (1988). E quando esses valores são comparados com os encontrados na literatura, nota-se que a rede de drenagem do Ribeirão Marmelo pode ser

considerada como um objeto fractal. Assim, destaca-se que a destreza e precisão durante a utilização do instrumento de medida – a régua – para a obtenção dos dados são importantes afim de garantir a precisão adequada.

Os resultados obtidos podem fornecer subsídios importantes para a hidrologia quantitativa, como alternativa de avaliar as características morfométricas das redes de drenagem, possibilitando maior compreensão e conhecimento das características geomorfológicas e suas relações com a hidrologia (Silveira, 2006).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, C. S.; MARQUES, L. S.; BORTONI, S. F.; SILVEIRA, V. A.; GOMES, M. H. R. “*Determinação da dimensão fractal de uma rede de drenagem brasileira.*” in Congresso Nacional Del Agua Chaco, Resistencia, Argentina, 2011.

GOMES, M. H. R. “*Análise Fractal de Redes de Canais de Bacias hidrográficas na Escala 1:50.000.*” 1997, 83f. Dissertação (Mestrado), Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo/SP, 1997.

HIDROTEC. “Metodologias utilizadas no desenvolvimento do atlas digital das águas de minas“ Disponível em: http://www.hidrotec.ufv.br/metodologia_resultados.html. Acessoem: 15 de janeiro de 2013.

MANDELBROT, B. B. “Fractals: Form, Chance and Dimension”, Freeman and Company. New York, 1977.

PREFEITURA MUNICIPAL DE JUIZ DE FORA “*Plano Diretor de Juiz de Fora. Diagnóstico*”, v.1. Instituto de Pesquisa e Planejamento da Prefeitura Municipal de Juiz de Fora, 1996.

SILVEIRA, N. F. Q. “*Análise fractal de bacias hidrográficas de região de encosta e região de planalto com base em cartas topográficas e em fotografias aéreas.*” 2006, 191p. Tese (Doutorado em Engenharia Ambiental) Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis/SC. 2006.

TARBOTON, D. G.; BRAS, R. L.; ITURBE, I. R. “*The Fractal Nature of Networks*”. Water Resources Research. v. 24, n. 8. p. 1317-1322, 1988.

AGRADECIMENTOS – As autoras agradecem ao Núcleo de Análise Geo-Ambiental do Departamento de Transporte da Faculdade de Engenharia da UFJF pelos mapas e informações fornecidos para a elaboração deste trabalho. A Pró-Reitoria de Pesquisa da UFJF, pela bolsa de

iniciação científica concedida. A FAPEMIG pelo auxílio recebido para participação nesse evento. A aluna do curso de Engenharia Sanitária e Ambiental, Verônica Silveira de Andrade, pelo auxílio com o software utilizado no trabalho.