

Influência do comprimento de suavização no CSPM na análise de um transitório hidráulico em um sistema experimental reservatório-tubo-válvula

Iago Quirino e Silva¹, Alexandre Kepler Soares² & Joel Roberto Guimarães Vasco³

Resumo: Transitórios hidráulicos são fenômenos que ocorrem quando as condições do escoamento sofrem alterações devido a alguma perturbação no sistema. Esse regime é governado por equações diferenciais parciais (EDPs) hiperbólicas, as quais usualmente são solucionadas por meio de métodos numéricos. Dentre esses, destaca-se o Método das Características (MOC), o qual é Euleriano e utiliza uma malha característica. Todavia, métodos com malhas podem apresentar problemas, principalmente quando há geometrias complexas e contornos deformáveis. Para contornar essas limitações, surgem métodos sem malhas (meshfree), dos quais se destaca o *Corrective Smoothed Particle Method* (CSPM). Em suma, esse método permite que uma função e suas derivadas sejam representadas por meio de uma aproximação por partículas, as quais interagem entre si dentro de uma faixa controlada por uma função de suavização, a qual é dependente de um parâmetro denominado comprimento de suavização. Para aplicar o CSPM a um transitório hidráulico, é necessário adaptá-lo por meio da consideração de um termo conhecido como viscosidade artificial, além de utilizar um método de integração temporal. Nesse trabalho, a fim de verificar a influência do comprimento de suavização no CSPM, analisou-se um transiente hidráulico gerado pelo fechamento rápido de uma válvula de jusante em um sistema experimental reservatório-tubo-válvula composto por uma tubulação de cobre quasi-horizontal. Os resultados para os três comprimentos de suavização simulados foram bastante semelhantes e próximos dos dados experimentais. Ademais, propôs-se a criação de um parâmetro adimensional para avaliar o número de partículas otimizado no CSPM.

Abstract: Hydraulic transient are phenomena that occur when the conditions of the flow are altered due to system perturbations. This regime is governed by hyperbolic partial differential equations (PDEs), which are usually solved by numerical methods. Amongst them, the Method of Characteristics (MOC) stands out. It is Eulerian and uses a characteristic grid. However, methods that use grids may present some problems, especially when there are complex geometries and deformable contours. To solve these problems, there are methods that don't use grids (meshfree), amongst which the *Corrective Smoothed Particle Method* stands out. Briefly, it allows that a function and its derivatives may be represented by an approximation that uses particles, which are controlled by a smoothing function determined by a parameter called smoothing length. To apply it to a hydraulic transient, it is necessary to make an adaption by considering a term known as artificial viscosity, besides using a temporal integration method. In this paper, in order to verify the influence of the smoothing length in CSPM, a hydraulic transient was analyzed in an experimental rig composed by a reservoir-pipe-valve system. The transient was caused by an abrupt closure of the downstream valve. The results of the three different smoothing length simulated were close to the experimental data. Furthermore, a dimensionless parameter was proposed to evaluate an optimized particle number in CSPM.

Palavras-Chave: Transitórios hidráulicos; CSPM; Dados experimentais; Comprimento de suavização.

Keywords: Hydraulic transients; CSPM; Experimental data; Smoothing length.

1) Doutorando no Programa de Pós-Graduação em Tecnologia Ambiental e Recursos Hídricos da Universidade de Brasília, agoquirino@hotmail.com

2) Professor Doutor do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Universidade de Brasília, alexandre.kepler@unb.br

3) Professor Doutor da Escola de Engenharia Civil da Universidade Federal de Goiás, joelvasco@ufg.br

INTRODUÇÃO

Redes de condutos forçados são elementos essenciais na composição de vários sistemas de transporte de fluidos, tais como redes de distribuição de água para consumo humano, gasodutos, oleodutos e sistemas de irrigação.

A fim de garantir segurança operacional a sistemas de distribuição de água, espera-se que eles operem em regime permanente, situação na qual as condições do escoamento permanecem estáveis ao longo do tempo. Uma vez que perturbações ocorrem, tais como o desligamento abrupto de um conjunto motor-bomba ou o fechamento rápido de uma válvula, o sistema passa a operar em regime transitório. Essa variação perdura até o instante em que o equilíbrio é atingido e o sistema se estabiliza, situação na qual um novo regime permanente é estabelecido (Chaudhry, 2014). De modo geral, o regime permanente é um caso particular de regime transitório (Wylie e Streeter, 1993).

O regime transitório é governado por duas equações diferenciais parciais (EDPs) hiperbólicas, as quais se referem à quantidade de movimento linear (momentum) e conservação de massa (continuidade). Usualmente, empregam-se métodos numéricos para solucioná-las. O método mais difundido e utilizado é o Método das Características (MOC), dada sua estabilidade numérica e simplicidade de implementação computacional. O MOC é um método euleriano que transforma as EDPs em equações diferenciais ordinárias (EDOs), as quais podem ser integradas ao longo de uma malha característica.

Esse método, assim como os demais baseados em malhas, apresentam algumas limitações. As principais advêm do estabelecimento das malhas, nas quais não é possível garantir que em todos os casos a condição de compatibilidade numérica seja igual à condição de compatibilidade física para um continuum (Liu e Liu, 2010). Essas limitações são mais evidentes em problemas com superfície livre, contorno deformável e interface móvel (Zhao e Ghidaoui, 2004; Liu e Liu, 2010; Pan et al., 2022). Além disso, para problemas de geometria complexa, gerar uma malha se torna um processo difícil e oneroso.

Nesse contexto, diferentes métodos sem malha (meshfree) foram propostos para contornar os problemas advindos das abordagens eulerianas baseadas em malhas. Um dos métodos sem malhas baseado em partículas que tem ganhado destaque é o *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH), o qual é lagrangiano. Ele define que um sistema pode ser representado por um conjunto de partículas que possuem propriedades materiais e interagem entre si dentro de uma faixa controlada por uma função de suavização (Hou et al., 2012), a qual é dependente de um parâmetro denominado comprimento de suavização.

Todavia, a formulação clássica do SPH pode gerar erros numéricos expressivos. A fim de mitigá-los, diferentes abordagens foram propostas, em que se destaca a desenvolvida por Chen et al. (1999), resultando no *Corrective Smoothed Particle Method* (CSPM). A proposta dos autores é aplicar uma expansão em série de Taylor à formulação original do SPH, de modo a se obter aproximações corrigidas para uma função e suas derivadas.

Nesse trabalho, a fim de verificar a influência do comprimento de suavização no CSPM, analisou-se um transiente hidráulico gerado pelo fechamento rápido de uma válvula de jusante em um sistema experimental reservatório-tubo-válvula composto por uma tubulação de cobre quasi-horizontal (Martins et al., 2016). Nessa análise, utilizou-se a formulação de fator de atrito variável proposta por Vardy e Hwang (1993) e uma técnica de pré-suavização baseada no método XSPH (Colagrossi, 2004) para mitigar picos de pressão gerados pelo CSPM. Ademais, propôs-se a criação de um parâmetro adimensional para avaliar o número de partículas otimizado no CSPM.

MÉTODOS

Equações governantes do regime transitório

O regime transitório é governado pelas equações de conservação de massa, também conhecida como equação de continuidade, e quantidade de movimento linear (Chaudhry, 2014). Elas são descritas, na forma Lagrangiana, respectivamente, pelas Equações (1) e (2).

$$\frac{Dp}{Dt} = -\rho a^2 \frac{\partial V}{\partial x} \quad (1)$$

$$\frac{DV}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{fV|V|}{2D} - \frac{\tau_u \pi D}{\rho A} \quad (2)$$

em que p = pressão; t = tempo; V = velocidade do escoamento; x = coordenada que representa a distância; ρ = massa específica do fluido; a = velocidade da onda de pressão (celeridade); θ = inclinação da tubulação; f = fator de atrito; D = diâmetro da tubulação; τ_u = tensão de atrito transiente; A = área da seção transversal do tubo.

Segundo o modelo de Vardy e Hwang (1993), a tensão de atrito transiente pode ser calculada por meio da Equação (3).

$$\tau_u = \frac{4\mu}{D}(Y_1 + Y_2) \quad (3)$$

em que μ = viscosidade dinâmica; Y_1 e Y_2 = funções do tempo; D = diâmetro da tubulação.

Corrective Smoothed Particle Method (CSPM)

A formulação do CSPM pode ser obtida por meio de duas etapas (Liu e Liu, 2010): a primeira tem como princípio representar as formas contínuas de uma função e suas derivadas por meio de uma representação integral. Esse passo é usualmente conhecido como aproximação Kernel, em que a aproximação de uma função e suas derivadas se baseia na avaliação de uma função de suavização. A segunda etapa é conhecida como aproximação por partícula. Nela, o domínio computacional é primeiramente discretizado por meio de um conjunto de partículas inicialmente distribuídas, as quais representam as configurações iniciais do sistema. As aproximações para uma função e sua derivada são apresentadas, respectivamente, pelas Equações (4) e (5).

$$f_i = \frac{\sum_{j=1}^N f_j W_{ij} m_j / \rho_j}{\sum_{j=1}^N W_{ij} m_j / \rho_j} \quad (4)$$

$$f_{i,x} = \frac{\sum_{j=1}^N (f_j - f_i) W_{ij,x} m_j / \rho_j}{\sum_{j=1}^N (x_j - x_i) W_{ij,x} m_j / \rho_j} \quad (5)$$

em que os subíndices i e j representam, respectivamente, as partículas i e j ; N = número de partículas contidas na área de influência da partícula x ; $f_j = f(x_j)$; m = massa da partícula; ρ = massa específica da partícula; $W_{ij} = W(x_j - x_i, h)$ é uma função de suavização; $W_{ij,x} = (\partial W_{ij} / \partial x_j)$; h = comprimento de suavização.

Há múltiplas possibilidades para a função de suavização, em que se destaca a B-spline cúbica, originalmente apresentada por Monaghan e Lattanzio (1985).

Observa-se que o CSPM fornece um meio para transformar equações diferenciais parciais (EDPs) em equações diferenciais ordinárias (EDOs) no tempo. Logo, para aplicá-lo a um transiente hidráulico, é necessário utilizar uma metodologia de integração temporal. Um dos métodos comumente utilizados é o de Euler, cujo erro é de primeira ordem (Hou et al., 2012). Ele fornece uma solução avaliada de t^n (passo de tempo atual) a t^{n+1} (passo de tempo posterior), conforme Equações (6) e (7).

$$p_i^{n+1} = p_i^n + \Delta t \left(\frac{Dp}{Dt} \right)_i^n \quad (6)$$

$$V_i^{n+1} = V_i^n + \Delta t \left(\frac{DV}{Dt} \right)_i^n \quad (7)$$

As derivadas totais são determinadas a partir da formulação lagrangiana das equações governantes do regime transitório, conforme Equações (8) e (9).

$$\left(\frac{Dp}{Dt} \right)_i^n = -\rho a^2 \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)_i^n \quad (8)$$

$$\left(\frac{DV}{Dt} \right)_i^n = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_i^n - \frac{f V_i^n |V_i^n|}{2D} - \frac{16\nu (Y_{1,i} + Y_{2,i})}{D^2} + \left(\frac{\partial(\rho\Pi)}{\partial x} \right)_i^n \quad (9)$$

em que ν = viscosidade cinemática. Já as derivadas espaciais são obtidas por meio da aproximação Kernel (Equação 10), conforme Equações (10) e (11).

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)_i^n = \frac{\sum_{j=1}^N (V_j - V_i) W_{ij,x} m_j / \rho_j}{\sum_{j=1}^N (x_j - x_i) W_{ij,x} m_j / \rho_j} \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_i^n = \frac{\sum_{j=1}^N (p_j - p_i) W_{ij,x} m_j / \rho_j}{\sum_{j=1}^N (x_j - x_i) W_{ij,x} m_j / \rho_j} \quad (11)$$

Observa-se que, na Equação (9), acrescentou-se a expressão $\frac{\partial(\rho\Pi)}{\partial x}$ à equação de *momentum* linear. Ela é um termo dissipativo explícito denominado de viscosidade artificial, o qual é necessário para lidar com as oscilações advindas do método. Sua formulação segue o exposto em Hou et al. (2012), segundo as Equações (12), (13) e (14).

$$\left(\frac{\partial(\rho\Pi)}{\partial x} \right)_i = \sum_{j \in S_i} m_j \Pi_{ij} W_{ij,x} \quad (12)$$

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha a u_{ij} + \beta u_{ij}^2}{\rho}, & (V_i - V_j)(x_i - x_j) < 0 \\ 0, & (V_i - V_j)(x_i - x_j) \geq 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$u_{ij} = \frac{\bar{h}_{ij}(V_i - V_j)(x_i - x_j)}{|x_i - x_j|^2 + \eta \bar{h}_{ij}^2} \quad (14)$$

em que α , β e η são constantes cujos valores recomendados por Hou et al. (2012) são, respectivamente, $\alpha = 1$, $\beta = 2$ e $\eta = 0.01$; $\bar{h}_{ij} = (h_i + h_j)/2$ é o comprimento de suavização médio associado às partículas i e j ; $\eta \bar{h}_{ij}^2$ é o termo responsável por prevenir singularidades quando $i = j$. Ressalta-se que os valores adotados para os parâmetros de viscosidade artificial foram submetidos a simulações, as quais corroboraram com as recomendações presentes na literatura.

A última etapa para aplicação do CSPM é definir a distribuição das partículas. Comumente, considera-se distribuição uniforme.

Dados experimentais

Os dados experimentais foram obtidos por meio de um estudo desenvolvido por Martins et al. (2016) no Laboratório de Hidráulica e Meio Ambiente do Instituto Superior Técnico (IST), Portugal. O sistema reservatório-tubo-válvula é composto por um tubo de cobre de 15,22 m de comprimento, diâmetro interno de 0,02 m e espessura de parede de 0,001 m.

Os testes foram realizados para uma vazão inicial de: $Q_o = 85 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ ($Re = 5411$ e carga de pressão no reservatório de montante de $H_r = 45,70 \text{ m}$).

Métrica de comparação

Múltiplas métricas de comparação podem ser utilizadas para avaliar resultados obtidos por meio de modelos numéricos. Dentre essas, destacam-se: erros médios quadráticos (RMSE); coeficiente de eficiência de Nash–Sutcliffe (NSE); média dos erros absolutos (MAE); erro absoluto percentual médio (MAPE).

Por meio de pesquisas na literatura, verificou-se a maior aplicabilidade do método RMSE na análise de escoamentos e fenômenos hidrológicos, o que justificou a adoção desse nesse trabalho para comparar os resultados numéricos com os dados experimentais. Sua formulação é apresentada na Equação (15).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_{p,i} - Y_{a,i})^2} \quad (15)$$

em que n = número de observações; $Y_{p,i}$ = valor obtido na simulação (CSPM); $Y_{a,i}$ = valor do dado experimental.

Otimização do número de partículas no CSPM

Conforme explicitado anteriormente, o CSPM é um método numérico particulado cujo objetivo é fornecer aproximações para uma função e suas derivadas. Nesse processo, a escolha de um número de partículas otimizado é essencial para mitigar erros numéricos e de truncamento (Pan *et al.*, 2022), além de minimizar o esforço computacional.

A fim de determinar esse número otimizado para um contexto genérico, em que a escala do sistema não interfira na análise, propôs-se o parâmetro adimensional descrito na Equação (16).

$$PAR = \frac{ND}{L} \quad (16)$$

em que N = número de partículas; D = diâmetro da tubulação; L = comprimento da tubulação.

Esse parâmetro foi, então, utilizado para avaliar os erros médios quadráticos de múltiplas simulações com diferentes números de partículas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Avaliação do comprimento de suavização

Para a simulação hidráulica, utilizaram-se os seguintes parâmetros:

Fluido = água; $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ (massa específica do fluido); $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (aceleração da gravidade); $\alpha = 1$ (parâmetro da viscosidade artificial); $\beta = 0$ (parâmetro da viscosidade artificial); tempo de simulação = 0,3 s; $\Delta_x = 0,1 \text{ m}$ (espaçamento entre partículas); $h = 1,00\Delta_x$, $h = 0,75\Delta_x$ e $h = 0,55\Delta_x$ (comprimento de suavização). A escolha dos três valores para o comprimento de suavização ocorreu com base na bibliografia adotada.

O transitório foi provocado pelo fechamento abrupto da válvula de jusante. Os resultados foram obtidos em termos das cargas de pressão na tubulação, em que se analisou a seção imediatamente anterior à válvula de jusante, conforme Figura 1.

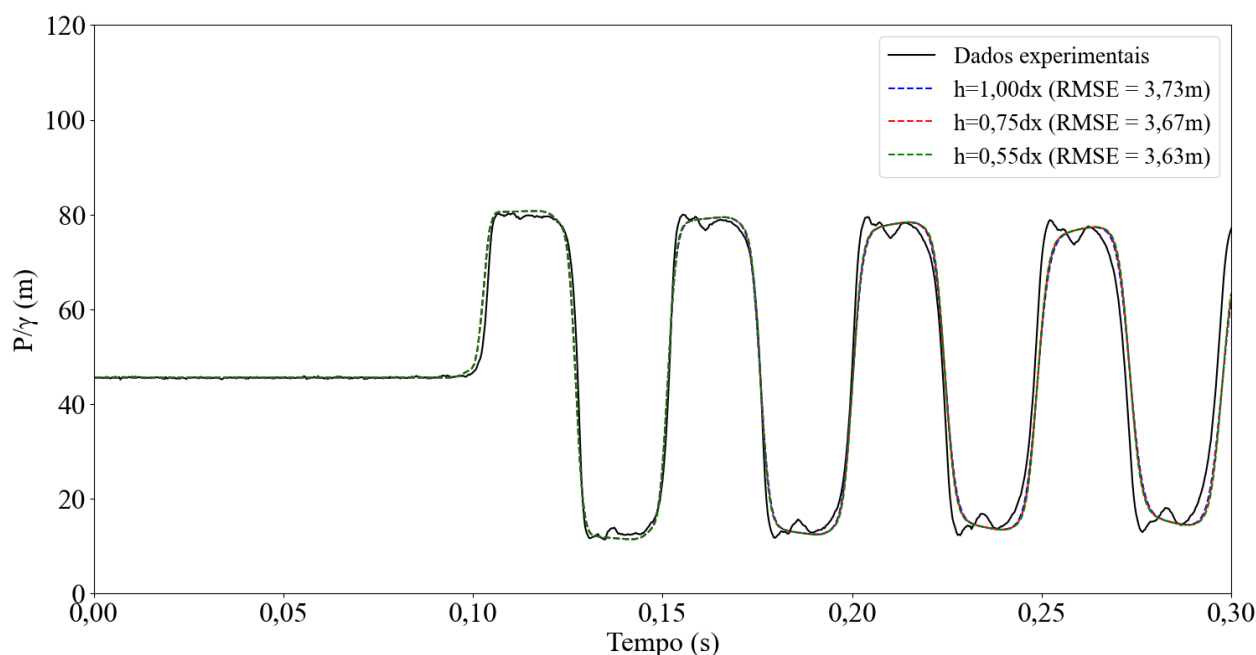


Figura 1 - Carga de pressão na seção imediatamente anterior à válvula de jusante

Observa-se que, na Figura 1, os resultados para os três comprimentos de suavização foram bastante semelhantes e próximos dos dados experimentais, conforme indicam os valores de RMSE. Esse comportamento difere do apresentado por Hou et al. (2012). Os autores observaram que valores de $h < 1\Delta_x$ resultam em erros de dispersão, os quais são especialmente visíveis nas primeiras frentes de onda.

A não observância desse comportamento pode ser explicada pelos seguintes fatores:

- Utilização de pré-suavização. Conforme mencionado na introdução do trabalho, utilizou-se uma técnica de pré-suavização para mitigar picos de pressão comumente observados nas primeiras frentes de onda;

- Utilização de fator de atrito variável. A implementação de um modelo de atrito transiente pode ter contribuído para a redução de erros de dispersão e compatibilidade entre os resultados numéricos e dados experimentais.

Otimização do número de partículas

Para as simulações hidráulicas, utilizaram-se os seguintes parâmetros:

Fluido = água; $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ (massa específica do fluido); $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (aceleração da gravidade); $\alpha = 1$ (parâmetro da viscosidade artificial); $\beta = 0$ (parâmetro da viscosidade artificial); tempo de simulação = 0,3 s; $h = 1,00\Delta_x$; números de partículas utilizados: 17, 31, 153, 305, 609, 1015 e 1523.

O transitório foi provocado pelo fechamento abrupto da válvula de jusante. Os resultados foram obtidos em termos do RMSE em função do adimensional PAR, em que se analisou a seção imediatamente anterior à válvula de jusante, conforme Figura 2.

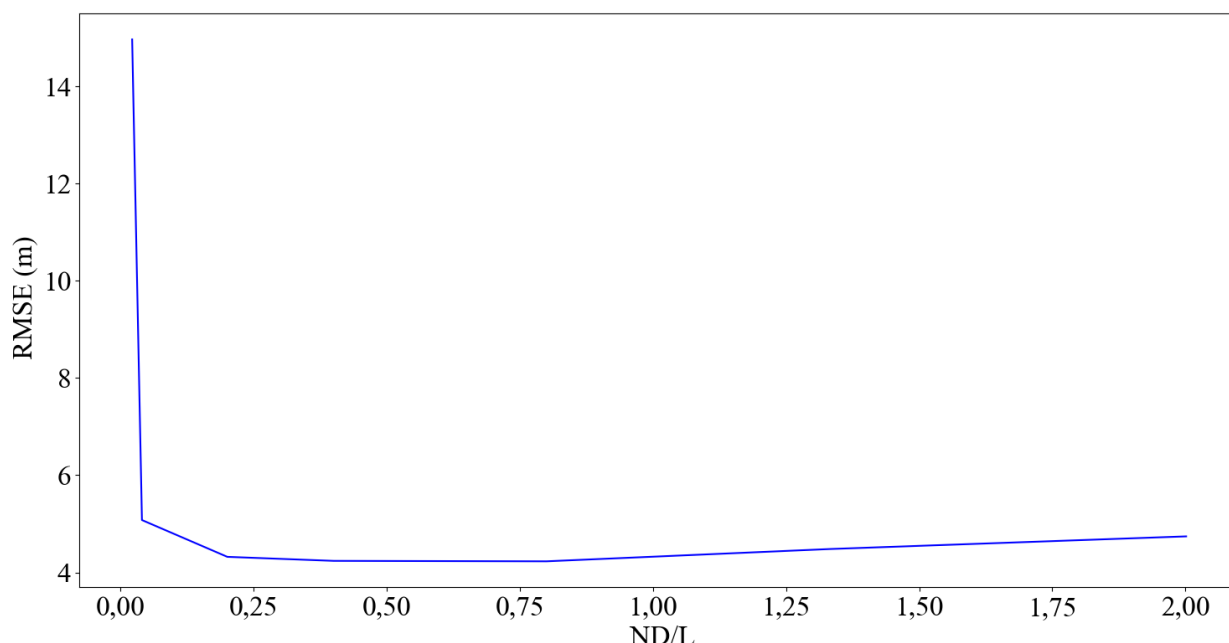


Figura 2 - RMSE em função de PAR: seção da válvula

Observa-se que, na Figura 2, o menor valor de RMSE foi obtido para $PAR \cong 0,40$. Esse resultado corresponde, para o sistema reservatório-tubo-válvula analisado nesse trabalho, a um número de partículas igual a 305.

Ressalta-se, todavia, que, a fim de generalizar o valor do parâmetro PAR para um sistema reservatório-tubo-válvula qualquer, é necessário conduzir mais simulações em sistemas com configurações variadas. Ademais, recomenda-se avaliar a utilização de outros modelos para o cálculo de perdas por atrito transiente, a fim de investigar a influência desses nos parâmetros para obtenção de um número otimizado de partículas.

CONCLUSÃO

Neste trabalho, propôs-se a análise de um transiente hidráulico gerado pelo fechamento rápido de uma válvula de jusante em um sistema experimental reservatório-tubo-válvula. Para tal, utilizou-se o CSPM incorporando perdas por atrito transiente, além de uma técnica de pré-suavização para mitigar picos de pressão. Nas análises, verificou-se a influência do comprimento de suavização nos resultados numéricos e a determinação de um número de partículas otimizado no CSPM.

Os resultados demonstraram a compatibilidade entre o CSPM e os dados experimentais para os três valores de comprimento de suavização utilizados. Todavia, esse comportamento difere do observado em alguns trabalhos da literatura. A não observância desse comportamento pode ser explicada pela utilização da técnica de pré-suavização, a qual é responsável por mitigar picos de pressão nas primeiras frentes de onda, e pela incorporação de perdas por atrito transiente.

A utilização do parâmetro PAR é viável para obter um número de partículas otimizado em simulações que utilizam o CSPM. Todavia, é necessário conduzir mais simulações em sistemas com configurações variadas. Ademais, recomenda-se avaliar a utilização de outros modelos para o cálculo de perdas por atrito transiente

AGRADECIMENTOS

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo fornecimento de uma bolsa de estudos.

REFERÊNCIAS

- COLAGROSSI, A. (2004). *A Meshless Lagrangian Method for Free-Surface and Interface Flows with Fragmentation*. Università di Roma La Sapienza.
- CHEN, J. K.; BERAUN, J. E.; CARNEY, T. C., (1999). “*A corrective smoothed particle method for boundary value problems in heat conduction*”. Int. J. Numer. Meth. Eng., 46: 231–252 p.
- CHAUDHRY, M. H. (2014). *Applied Hydraulic Transients*. Van Nostrand Reinhold Company, New York.
- HOU, Q.; KRUISBRINK, A.; TIJSSELING, A. S.; KERAMAT, A., (2012). “*Simulating water hammer with corrective smoothed particle method*”. BHR Group – 11th International Conferences on Pressure Surges.
- LIU, G. R.; LIU, M. B. (2010). “*Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH): an Overview and Recent Developments*”. Archives of Computational Methods in Engineering, v. 17, p. 25-76.
- MARTINS, N. M. C.; SOARES, A. K.; RAMOS, H. M.; COVAS, D. I. C. (2016). “*CFD modelling of transient flow in pressurized pipes*”. Computers & Fluids, 126, 129–140.
- MONAGHAN, J. J.; LATTANZIO, J. C. (1985). “*A refined particle method for astrophysical problems*”. Astron. Astrophys., 149. 135–143 p.
- PAN, Tianwen; ZHOU, Ling; OU, Chuanqi; WANG, Pei; LIU, Deyou. (2022). “*Smoothed Particle Hydrodynamics with Unsteady Friction Model for Water Hammer Pipe Flow*”. Journal of Hydraulic Engineering, 148 (2): 04021057.
- VARDY, A. E.; HWANG, K. L. (1993). “*A weighting function model of transient turbulent pipe friction*”. Journal of Hydraulic Research, 31(4), 533–548.
- WYLIE, E. B.; STREETER, V. L. (1993). *Fluid Transients in Systems*, Prentice Hall, New Jersey.
- ZHAO, M.; GHIDAoui, M. S. (2004). “*Godunov-type solutions for water hammer flows*”. Journal of Hydraulic Engineering, 130(4), 341-348.