

Base de Dados Global para Coeficiente de Dispersão Longitudinal

Maria Eduarda Jacovacs da Silva¹ & Michael Mannich²

Resumo: A simulação preditiva do transporte de poluentes em cursos d'água depende fundamentalmente do coeficiente de dispersão longitudinal (D_L). Como as medições *in situ* são complexas e custosas, equações empíricas tornaram-se a principal alternativa de cálculo. Contudo, grande parte dos modelos clássicos foi calibrada sob um escopo restrito de dados históricos dos Estados Unidos, suscitando incertezas sobre sua aplicabilidade em diferentes realidades geográficas. O objetivo deste estudo foi consolidar um banco de dados global de medições físicas de D_L e avaliar o desempenho preditivo das formulações de Deng *et al.* (2001), Seo e Cheong (1998) e Kashefipour e Falconer (2002). A partir de uma Revisão Sistemática da Literatura associada à busca em cascata, compilou-se um inventário robusto contendo 404 dados experimentais validados em rios naturais. A avaliação de desempenho respeitou as exigências paramétricas de cada equação ($n = 331$ a 333). As métricas de erro demonstraram que nenhuma formulação reproduz os valores globais medidos com exatidão. O modelo de Kashefipour e Falconer (2002) apresentou o menor Erro Quadrático Médio (RMSE), ao passo que a equação de Deng *et al.* (2001) obteve o menor Erro Percentual Absoluto Médio (MAPE). Conclui-se que as formulações tradicionais perdem precisão quando extrapoladas para fora de seus ecossistemas de origem, e a consolidação desta nova base heterogênea, que quebra a dependência do monopólio geográfico norte-americano, oferece suporte vital para o desenvolvimento de modelagens mais representativas.

Abstract: The predictive simulation of pollutant transport in waterways fundamentally depends on the longitudinal dispersion coefficient (D_L). Since *in situ* measurements are complex and costly, empirical equations have become the main calculation alternative. However, a large part of the classical models was calibrated under a restricted scope of historical data from the United States, raising uncertainties about their applicability in different geographical realities. The objective of this study was to consolidate a global database of physical measurements of D_L and to evaluate the predictive performance of the formulations by Deng *et al.* (2001), Seo and Cheong (1998), and Kashefipour and Falconer (2002). Based on a Systematic Literature Review combined with snowballing search, a robust inventory containing 404 validated experimental data points in natural rivers was compiled. The performance evaluation respected the parametric requirements of each equation ($n = 181$ to 333). Error metrics demonstrated that no formulation reproduces the measured global values with exactness. The Kashefipour and Falconer (2002) model presented the lowest Root Mean Square Error (RMSE), whereas the Deng *et al.* (2001) equation obtained the lowest Mean Absolute Percentage Error (MAPE). It is concluded that traditional formulations lose accuracy when extrapolated outside their ecosystems of origin, and the consolidation of this new heterogeneous database, which breaks the dependence on the North American geographical monopoly, offers vital support for the development of more representative modeling.

Palavras-Chave: recursos hídricos; coeficiente de dispersão longitudinal; base de dados; rios e canais naturais.

Keywords: water resoucers; longitudinal dispersion coefficient; natural rivers and channels.

INTRODUÇÃO

¹ Maria Eduarda Jacovacs da Silva, Universidade Federal do Paraná (mariajacovacs@ufpr.br)

² Michael Mannich, Universidade Federal do Paraná (mannich@ufpr.br)

A contaminação dos rios por poluentes é uma questão global e a restauração da qualidade da água é um processo complexo e oneroso (WALKER *et al.*, 2019). Quando um contaminante solúvel é introduzido em um curso d'água, alcançando a mistura inicial na seção transversal, a dispersão longitudinal atua como o mecanismo hidrodinâmico primário responsável por espalhar a pluma de contaminação e reduzir os picos de concentração enquanto a massa viaja para jusante (SHEN *et al.*, 2010). Compreender e prever a diluição dessas substâncias é uma etapa vital no gerenciamento de recursos hídricos, para resguardar ecossistemas e projetar sistemas de alerta à saúde pública (DUARTE *et al.*, 2000).

Na engenharia ambiental, a simulação desse transporte utiliza frequentemente o modelo unidimensional de advecção-dispersão, no qual o coeficiente de dispersão longitudinal (D_L) desponta como o parâmetro mais crítico (EL KADI ABDERREZZAK *et al.*, 2015). Todavia, a obtenção física de D_L por meio de experimentos *in situ* com injeção de traçadores solúveis apresenta desafios significativos: o coeficiente sofre influência direta da turbulência, sinuosidade e da presença de zonas mortas (SOKÁČ, 2018), o que torna as medições de campo custosas, sensíveis às condições hidrometeorológicas e historicamente escassas (LAUNAY *et al.*, 2015).

Para contornar as limitações de campo, pesquisadores têm desenvolvido formulações matemáticas voltadas à predição de D_L baseando-se em variáveis da geometria hidráulica mais facilmente mensuráveis, como a largura, profundidade e velocidade (FARZADKHOON *et al.*, 2018). Contudo, um grande entrave da maioria das equações empíricas publicadas nas últimas décadas é a dependência bibliográfica: muitas formulações foram calibradas reutilizando repetidamente o mesmo conjunto de dados oriundos do U.S. Geological Survey (NORDIN & SABOL, 1974). Esse monopólio de medições em rios norte-americanos gera incertezas sobre a precisão dessas estimativas analíticas quando extrapoladas para outros contextos geográficos e climáticos mundiais (SEO & CHEONG, 1998; DENG *et al.*, 2001).

Diante do desafio da dependência bibliográfica e das limitações operacionais, o objetivo deste estudo é consolidar um banco de dados global de medições físicas experimentais do Coeficiente de Dispersão Longitudinal e comparar os valores obtidos com aqueles calculados pelas equações propostas por: Deng *et al.* (2001), Seo e Cheong (1998) e Kashefipour e Falconer (2002).

MÉTODOS

A construção do banco de dados global fundamentou-se em uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL) combinada à busca em cascata (snowballing). A busca automatizada foi conduzida na base Google Scholar através do software “Publish or Perish 8”, utilizando a chave de busca booleana ‘tracer OR dye OR empiric OR field "longitudinal dispersion coefficient" -flume’, subdividida temporalmente de 1900 a 2025. A adoção do operador de exclusão -flume garantiu a supressão prévia de ensaios realizados em canais artificiais de laboratório.

A pesquisa inicial extraiu 1.000 publicações. O critério de inclusão exigiu a explicitação nominal do corpo d'água e a disponibilização conjunta do coeficiente de dispersão longitudinal (DL) medido em campo atrelado à geometria hidráulica local (vazão, largura, profundidade e velocidade). A adição da técnica de *snowballing* sobre as referências bibliográficas permitiu o resgate de relatórios governamentais e compilações clássicas essenciais para o estado da arte.

Após a exclusão de duplicatas e rigorosa triagem temática para descartar estudos de águas subterrâneas, estuários e tubulações, 88 artigos foram avaliados. Além disso, trabalhos nos quais o D_L não era reportado de forma direta, exigindo cálculos paralelos com base em curvas de concentração, foram descartados para não comprometer a fidelidade à fonte original.

A partir da obtenção do banco de dados, os valores de medição encontrados foram comparados com os calculados por soluções analíticas. Optou-se por aplicar as equações analíticas mais citadas por estudos da área, como as propostas por Deng *et al.* (2001), Seo e Cheong (1998) e Kashefipour e Falconer (2002), conforme Tabela 1.

Tabela 1 – Equações analíticas clássicas de D_L encontradas na literatura.

Autores	Equação
Deng <i>et al.</i> (2001)	$D_L = \frac{0,15}{8\varepsilon_{t0}} (H u^*) \left(\frac{B}{H}\right)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{U}{u^*}\right)^2 \varepsilon_{t0} = 0,145 + \left(\frac{1}{3,520}\right) \left(\frac{U}{u^*}\right) \left(\frac{B}{H}\right)^{1,38}$
Seo e Cheong (1998)	$D_L = 5,915(Hu^*) \left(\frac{B}{H}\right)^{0,62} \left(\frac{U}{u^*}\right)^{1,428}$
Kashefipour e Falconer (2002)	$D_L = 10,612 \frac{H \cdot U^2}{u^*}$

Para comparar e analisar o desempenho das equações da Tabela 1 no banco de dados obtido, foram aplicadas análises estatísticas de comparação entre os valores calculados e medidos em campo, Erro absoluto percentual médio (MAPE) e Raiz do erro quadrático médio (RMSE).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após sucessivas etapas de exclusão, que removeram artigos duplicados, estudos puramente teóricos sem experimentação física, e trabalhos que não reportavam a geometria dos canais ou o próprio D_L , restaram 20 artigos científicos elegíveis. Destes, 6 são grandes estudos compiladores que serviram como ponte para o acesso e a consolidação de campanhas experimentais históricas, e 14 são estudos de campo primários independentes, conforme Tabela 2. O que resultou no inventário final de 404 dados experimentais validados, todos provenientes de rios e canais naturais.

Tabela 2 – Referências dos 404 dados experimentais encontrados.

COMPILADORES GLOBAIS	
País	Referência
Brasil	Silva, et al. (2025)
Estados Unidos	U.S. Geological Survey (USGS)
	Compilações em tabelas: Tayfur (2023) e Deng <i>et al.</i> (2001);
Estados Unidos e Nova Zelândia	Dados físicos: Nordin & Sabol (1974).
Estados Unidos e Reino Unido	Etemad-Shahidi & Taghipour (2012)
	Rutherford (1994)
ESTUDOS PRIMÁRIOS	
País	Referência
Alemanha	Zaramella <i>et al.</i> (2016)
Argentina	Nadal <i>et al.</i> (2021)

Canadá	Disley <i>et al.</i> (2015)
China	Sun <i>et al.</i> (2023)
Coréia do Sul	Suh <i>et al.</i> (2010); Kim <i>et al.</i> (2022)
Eslováquia	Sokáč (2018)
Espanha	Sanchez-Cabeza & Pujol (1999)
França	Launay <i>et al.</i> (2015)
Nigéria	Nwaogazie <i>et al.</i> ; Ikebude & Agunwamba (2017); Ukpaka & Agunwamba (2023)
República Tcheca	Julínek & Řiha, (2017)

A distribuição espacial dos estudos compilados é apresentada na Figura 1. Observa-se maior número de referências associadas ao Brasil, principalmente pela inclusão de uma base de dados nacional já consolidada por Silva *et al.* (2025). No caso dos Estados Unidos, apesar do número de estudos contabilizados, as referências existentes concentram grande quantidade de dados experimentais, especialmente em compilações históricas amplamente utilizadas na literatura.



Figura 1 – Distribuição mundial dos estudos sobre dispersão longitudinal em rios.

Dessa maneira, a consolidação deste novo banco de dados rompe com o monopólio geográfico norte-americano. Ao agrupar inventários de 11 países e inserir medições primárias, com valores de D_L em um intervalo de 0,045 a 1500 m²/s, considerando rios com largura variando de 0,720 a 1318m, profundidade de 0,018 a 9,91m e vazões entre 0,005 e 22600 m³/s, fornecendo um substrato muito mais heterogêneo para o teste das formulações empíricas.

Por fim, foi feita uma análise em relação aos métodos utilizados para a obtenção do D_L e observou-se que o método de Propagação foi o mais utilizado, seguido pelo método dos Momentos e ajuste pela equação de Advecção-Dispersão. Além disso, a distribuição dos estudos quanto ao tipo de traçador utilizado foi relativamente equilibrada, sem grande predominância entre sais e traçadores fluorescentes.

Validação Analítica das Equações Empíricas

A validação das equações empíricas foi realizada considerando apenas os registros com dados suficientes para cada formulação. Assim, foram utilizados 333 pares medido-calculado para Kashefipour e Falconer (2002) e 331 para Seo e Cheong (1998) e Deng *et al.* (2001), resultando em amostragens distintas devido às exigências paramétricas específicas de cada equação.

É possível observar na Figura 2 uma ampla dispersão dos pontos em relação à linha 1:1, indicando que nenhuma das equações reproduz fielmente os valores medidos no conjunto global analisado. Ainda assim, as estimativas acompanham parcialmente a tendência geral dos dados, sobretudo em termos de ordem de grandeza, sugerindo que as formulações capturam parte da influência das variáveis hidráulicas sobre D_L . Essa dispersão é compatível com a heterogeneidade do banco de dados, composto por rios e canais naturais com diferentes escalas geométricas e hidrodinâmicas.

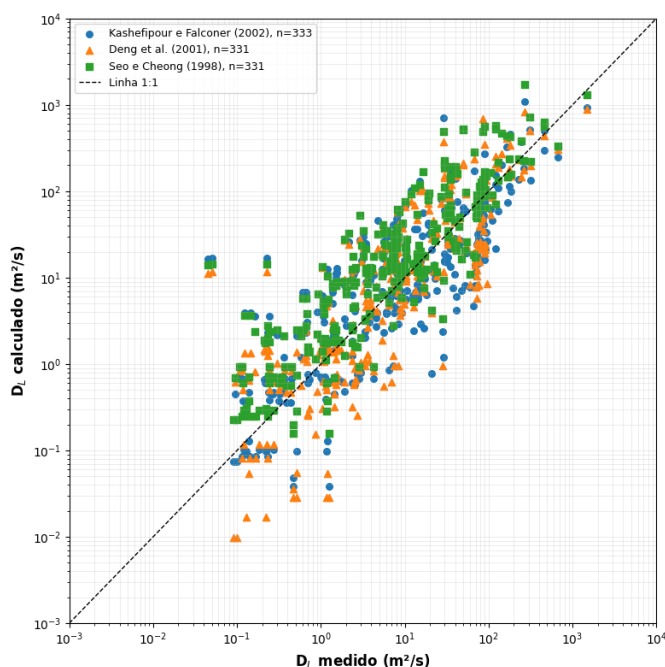


Figura 2 – Comparação dos valores de D_L medidos e estimados.

As métricas estatísticas reforçam essa interpretação. Como é possível avaliar na Tabela 3, a equação (3) menor RMSE, com valor de 27,832, indicando melhor desempenho em termos de erro absoluto em m^2/s . Já a equação (1) apresentou o menor MAPE, com 253,617%, sugerindo melhor desempenho percentual em relação aos valores medidos. Por outro lado, o menor erro logarítmico absoluto foi observado para (2), com 0,429, indicando menor afastamento multiplicativo médio entre valores medidos e calculados. Dessa forma, não houve uma equação superior em todos os critérios, reforçando que a escolha da formulação depende da métrica priorizada e da finalidade da estimativa.

Tabela 3 – Análises estatísticas das equações empíricas em comparação aos valores medidos.

Equação	n	RMSE	MAPE
(1)	331	30,809	253,617
(2)	331	37,694	409,707

CONCLUSÃO

A consolidação deste banco de dados global, representa um avanço metodológico significativo ao romper a dependência histórica de dados concentrados na América do Norte. Entre as equações avaliadas, Kashefipour e Falconer (2002) apresentou melhor desempenho em termos de RMSE, enquanto Deng et al. (2001) obteve menor MAPE e Seo e Cheong (1998) apresentou menor erro logarítmico absoluto. Assim, nenhuma formulação foi superior em todos os critérios, indicando que as estimativas de D_L devem ser utilizadas com cautela em bancos de dados globais e heterogêneos.

A validação definitiva dos resultados depende de testes de significância mais rigorosos e da integração de novos indicadores hidráulicos. O banco de dados compilado durante a revisão da literatura apresenta escala suficiente para fundamentar trabalhos futuros. Como recomendação para trabalhos futuros, sugere-se a utilização direta desta nova base de dados ampliada e heterogênea para o desenvolvimento e calibração de novas modelagens matemáticas preditivas.

REFERÊNCIAS

- DISLEY, T.; GHARABAGHI, B.; MAHBOUBI, A. A.; MCBEAN, E. A. Predictive equation for longitudinal dispersion coefficient: PREDICTIVE EQUATION FOR LONGITUDINAL DISPERSION COEFFICIENT. *Hydrological Processes*, [S.l.], v. 29, n. 2, p. 161–172, 15 jan. 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/hyp.10139>.
- DUARTE, A. A. L. S.; PINHO, J. L. S.; VIEIRA, J. M. P.; BOAVENTURA, R. A. R. Tracer Experiments for Dispersion Modelling in River Douro Water Quality Management. In: IWA WORLD WATER CONGRESS, 1., 2000, Paris. Paris: IWA, 2000.
- EL KADI ABDERREZZAK, K.; ATA, R.; ZAOUI, F. One-dimensional numerical modelling of solute transport in streams: The role of longitudinal dispersion coefficient. *Journal of Hydrology*, v. 527, p. 978–989, 2015.
- ETEMAD-SHAHIDI, A.; TAGHIPOUR, M. Predicting Longitudinal Dispersion Coefficient in Natural Streams Using M5' Model Tree. *Journal of Hydraulic Engineering*, [S.l.], v. 138, n. 6, p. 542–554, jun. 2012. Disponível em: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000550](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000550).
- FARZADKHO, M.; KESHAVARZI, A.; HAMIDIFAR, H.; JAVAN, M. A comparative study of longitudinal dispersion models in rigid vegetated compound meandering channels. *Journal of Environmental Management*, v. 217, p. 78–89, 2018.
- IKEBUDE, C. F.; AGUNWAMBA, J. C. A New Model Based on Dimensional Analysis for Predicting Longitudinal Dispersion in Streams. *International Journal of Recent Engineering Science (IJRES)*, [s. l.], v. 4, n. 6, p. 1-7, nov./dez. 2017. ISSN: 2349-7157.
- JULÍNEK, T.; ŘÍHA, J. Longitudinal dispersion in an open channel determined from a tracer study. *Environmental Earth Sciences*, [S.l.], v. 76, n. 17, p. 592, set. 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s12665-017-6913-1>.
- KASHEFIPOUR, S. M.; FALCONER, R. A. Longitudinal dispersion coefficients in natural channels. *Water Research*, v. 36, n. 6, p. 1596–1608, 2002.

- KIM, B.; KWON, S.; NOH, H.; SEO, I. W. Surrogate prediction of the breakthrough curve of solute transport in rivers using its reach length dependence. *Journal of Contaminant Hydrology*, [S.l.], v. 249, p. 104024, ago. 2022. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jconhyd.2022.104024>.
- LANZONI, S.; FERDOUSI, A.; TAMBRONI, N. River banks and channel axis curvature: effects on the longitudinal dispersion in alluvial rivers. *Advances in Water Resources*, v. 113, p. 55–72, 2018.
- LAUNAY, M.; LE COZ, J.; CAMENEN, B.; WALTER, C.; ANGOT, H.; DRAMAIS, G.; FAURE, J.-B.; COQUERY, M. Calibrating pollutant dispersion in 1-D hydraulic models of river networks. *Journal of Hydro-environment Research*, [S.l.], v. 9, n. 1, p. 120–132, mar. 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jher.2014.07.005>.
- NADAL, A. F.; DÍAZ LOZADA, J. M.; BARBERO MEDINA, G. P.; MORO, K. M.; MELCHIORRE, M. N.; LARROSA, N. B. Longitudinal scattering coefficient obtained by hydroacoustic measurement and by conservative tracer. *Revista de Ciencia y Tecnología*, [S.l.], n. 36, p. 75–86, 1 dez. 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.36995/j.recyt.2021.36.007>.
- NORDIN, C. F.; SABOL, G. V. Empirical data on longitudinal dispersion in rivers. *Water-Resources Investigations Report 20-74*. Washington, D.C.: U.S. Geological Survey, 1974. Disponível em: <https://pubs.usgs.gov/publication/wri7420>.
- NWAOGAZIE, I.; AKPAN, H.; BOVWE, O. Evaluation of Methods for Determination of Dispersion Coefficient for Utu Etim-Ekpo River, Nigeria. *Journal of Scientific Research and Reports*, [S.l.], v. 14, n. 2, p. 1–9, 10 jan. 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.9734/JSRR/2017/33645>.
- SANCHEZ-CABEZA, J. A., PUJOL, L. Determination of longitudinal dispersion coefficient and velocity of the Ebro river waters (Northeast Spain) using tritium as a radiotracer. *Journal of Environmental Radioactivity*, [S.l.], v. 45, n. 1, p. 39–57, out. 1999. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/S0265-931X\(98\)00075-7](https://doi.org/10.1016/S0265-931X(98)00075-7).
- RUTHERFORD, J. C. *River mixing*. Chichester, England: John Wiley and Sons Ltd, 1994. Acesso em: 20 mar. 2026.
- SEO, I. W.; CHEONG, T. S. Predicting longitudinal dispersion coefficient in natural streams. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 124, n. 1, p. 25–32, 1998.
- SHEN, C.; NIU, J.; ANDERSON, E. J.; PHANIKUMAR, M. S. Estimating longitudinal dispersion in rivers using Acoustic Doppler Current Profilers. *Advances in Water Resources*, v. 33, n. 6, p. 615–623, 2010.
- SILVA, G. I. M. D.; MANNICH, M.; PEREZ, A. B. A.; CHAFFE, P. L. B. Longitudinal dispersion coefficient based on hydraulic geometry of streams and rivers. *Advances in Water Resources*, [S.l.], v. 205, p. 105065, nov. 2025. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2025.105065>.
- SOKÁČ, M. Determination of the Longitudinal Dispersion Coefficient in Lowland Streams with Occurrence of Dead Zones. In: *ENVIRONMENTAL ENGINEERING*. 10 ago. 2017. Proceedings of 10th International Conference “Environmental Engineering”. Vilnius Gediminas Technical University, Lithuania: VGTU Technika, 10 ago. 2017. DOI: <https://doi.org/10.3846/enviro.2017.088>. Disponível em: <https://etalpykla.vilniustech.lt/handle/123456789/154909>. Acesso em: 21 mar. 2026.

SUH, K. S.; KIM, K. C.; JUNG, S. H.; LEE, J. Y. Determination of dispersion coefficients using radioisotope data in river environment. *Applied Radiation and Isotopes*, [S.l.], v. 67, n. 7–8, p. 1499–1502, jul. 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.apradiso.2009.02.050>.

SUN, Z.; ZHANG, Y.; SONG, Z.; SUN, H.; SUN, Y. Measurement of the travel time in the upper Yellow River in 2015. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, [S.l.], v. 1171, n. 1, p. 012048, 1 abr. 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1171/1/012048>.

TAYFUR, G. Fuzzy, ANN, and regression models to predict longitudinal dispersion coefficient in natural streams. *Hydrology Research*, [S.l.], v. 37, n. 2, p. 143–164, 1 abr. 2006. Disponível em: <https://doi.org/10.2166/nh.2006.0012>.

UKPAKA, C.; AGUNWAMBA, J. C. Performance of equations for the longitudinal dispersion coefficient: a case study in the Orashi River. *Water Practice & Technology*, [S.l.], v. 18, n. 11, p. 2775–2784, 1 nov. 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.2166/wpt.2023.177>.

WALKER, B. J.; BAUMGARTNER, C. P.; GERBA, C. P.; FITZSIMMONS, K. Surface Water Pollution. In: *Environmental and Pollution Science*. 3. ed. [S.l.]: Academic Press, 2019. p. 261–292.

ZARAMELLA, M.; MARION, A.; LEWANDOWSKI, J.; NÜTZMANN, G. Assessment of transient storage exchange and advection–dispersion mechanisms from concentration signatures along breakthrough curves. *Journal of Hydrology*, [S.l.], v. 538, p. 794–801, jul. 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2016.05.004>.