

Efeito do deslizamento de fundo na reconstrução da curva de fluxo em escoamentos de fluidos não newtonianos em canal aberto

João Batista Pereira ¹, Miguel De Jesus Velasquez Teruel ², Geraldo de Freitas Maciel ³

& Hugo Gomes Rico ⁴

Resumo: Este estudo investiga os efeitos do deslizamento de fundo na caracterização reológica de escoamentos de fluidos viscoplásticos em canais abertos, neste caso, com seção retangular, declividade variável e em regime laminar. Perfis de velocidade foram obtidos experimentalmente utilizando técnica de velocimetria não intrusiva baseada na análise de imagens espaço-temporais (STI), combinada com Transformada Wavelet Contínua Bidimensional (2D CWT). Realizando a análise dos perfis experimentais, observou-se a existência do deslizamento de fundo. Perante esta constatação, propôs-se a correção do modelo teórico clássico, sendo esta medida o motivo da melhora na concordância entre modelos experimental e teórico. A partir dos perfis experimentais e perfis teóricos corrigidos com efeito de fundo, utilizando a hipótese de lubrificação, procedeu-se à reconstrução da curva de fluxo $\tau(\dot{\gamma})$. Essas curvas foram então comparadas àquelas obtidas por reometria clássica em condições sem deslizamento. Observou-se discrepância nos parâmetros do modelo de Herschel-Bulkley em relação aos valores reométricos, evidenciando que a presença de deslizamento altera a interpretação reológica quando não devidamente considerada.

Abstract: This study investigates the effects of bottom slip on the rheological characterization of viscoplastic fluid flows in open channels, specifically considering a rectangular cross-section, variable slope, and laminar flow conditions. Velocity profiles were obtained experimentally using a non-intrusive velocimetry technique based on space-time image analysis (STI), combined with the Two-Dimensional Continuous Wavelet Transform (2D-CWT). The analysis of the experimental profiles revealed the presence of bottom slip, evidenced by non-zero velocities at the wall. Based on this observation, a correction to the classical theoretical model was proposed, leading to improved agreement between experimental and theoretical velocity profiles. From the experimental profiles and the slip-corrected theoretical profiles, and assuming the lubrication hypothesis, the flow curve $\tau(\dot{\gamma})$ was reconstructed. These curves were then compared with those obtained from conventional rheometry under no-slip conditions. A discrepancy was observed in the Herschel-Bulkley model parameters compared to the rheometric values, indicating that the presence of slip alters the rheological interpretation when not properly accounted for.

Palavras-Chave: fluidos não newtonianos; escoamento viscoplástico; deslizamento de fundo; imagem espaço-temporal; curva de fluxo.

Keywords: Non-Newtonian fluids; viscoplastic flow; bottom slip; space-time image; flow curve.

INTRODUÇÃO

Fluidos viscoplásticos, caracterizados por apresentarem movimento somente acima da tensão limite de escoamento, são amplamente encontrados em processos industriais, escoamentos geofísicos e sistemas biológicos. A equação constitutiva de Herschel-Bulkley descreve esses materiais,

1) Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, FEIS-UNESP, Ilha Solteira, São Paulo, Brasil. E-mail: joao.pereira@unesp.br

2) Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, FEIS-UNESP, Ilha Solteira, São Paulo, Brasil. E-mail: miguel.teruel@unesp.br

3) Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, FEIS-UNESP, Ilha Solteira, São Paulo, Brasil. E-mail: gerado.f.macieli@unesp.br

4) Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, FEIS-UNESP, Ilha Solteira, São Paulo, Brasil. E-mail: hugo.rico@unesp.br

incorporando tanto a tensão limite de escoamento quanto o comportamento não linear do tipo lei de potência (Ancey et al., 2012; Balmforth et al. 2000).

Um fenômeno crítico, mas frequentemente negligenciado em escoamentos viscoplásticos, é o deslizamento na parede ou no fundo de um canal, por exemplo. O deslizamento pode alterar significativamente os perfis de velocidade, as vazões e o comportamento reológico aparente medido experimentalmente (Aktas et al., 2014). Além disto, em escoamentos em canais abertos, há complexidade adicional, uma vez que a superfície livre e a condição de deslizamento na base interagem na determinação da estrutura global do escoamento (Borzenko et al., 2005).

A caracterização precisa dos parâmetros reológicos a partir de perfis de velocidade experimentais requer a consideração dos efeitos de deslizamento. A reometria clássica normalmente assume condições de não deslizamento (*no slip*); entretanto, quando o deslizamento ocorre, as curvas de escoamento (fluxo) medidas tornam-se dependentes da geometria e podem não refletir as propriedades reais do material (Kalyon, 2005; Quan et al., 2022). Isso se torna particularmente problemático quando medições de velocidade *in situ*, em canais abertos, são utilizadas para reconstruir parâmetros reológicos por meio da teoria da lubrificação ou de métodos inversos (Pereira et al., 2026; Saó et al., 2021; Al-Behadili et al., 2019; Martin e Monnier, 2015).

Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo, segundo análise preliminar, obter a curva de fluxo de fluidos viscoplásticos a partir de perfis de velocidade medidos experimentalmente em canais abertos retangulares, sob regime laminar e diferentes declividades. Os perfis são determinados por meio de imagens espaço-temporais (STI), combinadas à Transformada Wavelet Contínua Bidimensional (2D-CWT) (Pereira et al., 2026; Fujita et al., 2007). A análise experimental evidenciou a ocorrência de deslizamento de fundo, caracterizado por velocidades não nulas na interface fluido-sólido, o que afeta diretamente a estimativa das taxas de deformação.

MATERIAIS E MÉTODOS

Configuração experimental e condições de escoamento

O fluido teste utilizado foi o gel de carbopol, empregando o polímero Carbopol 996, com concentração mássica de 0,14% e 0,17%. A preparação do gel foi realizada seguindo a metodologia descrita por Pereira (2023). Como traçadores foram usadas microesferas de vidro com diâmetro médio de 10 μm , em proporção de $1,5 \times 10^{-5}$ g por grama de gel de carbopol. A análise reológica foi conduzida com reômetro Brookfield modelo R/S, usando geometria coaxial (spindle CC-45). O procedimento envolveu a execução de uma varredura de taxa de deformação variando de $1 < \dot{\gamma} < 100 \text{ s}^{-1}$, em dois estágios: rampa ascendente (com dados usados para o ajuste segundo aderência ao modelo de Herschel Bulkley, conforme Equação 1) e descendente.

$$\tau = \tau_0 + K_n \dot{\gamma}^n \quad (1)$$

sendo τ_0 a tensão limite de escoamento, K_n o índice de consistência e n o índice de escoamento.

Aparato Experimental

Empregou-se um canal retangular de 3 m de comprimento, com lados e fundo (vidro) transparentes, inclinação ajustável e dimensões de 30 cm de largura e 15 cm de altura. Uma bomba de cavidade progressiva, regulada por um inversor de frequência, possibilitou a recirculação do fluido, garantindo vazões controladas, escoamento laminar e reprodutibilidade dos testes. A zona de medição, localizada no centro do canal, foi escolhida por suas características de fluxo estável.

As medições foram realizadas integrando o sistema de recirculação de fluido com o sistema de medição. O sistema de medição compreende um sistema de medição de nível (emprego de sensores

ultrassônicos), um gerador de plano laser, uma câmera de alta velocidade para captura do escoamento e uma placa de aquisição de dados USB-6009 com interface com o software LabVIEW, conforme Figura 1.

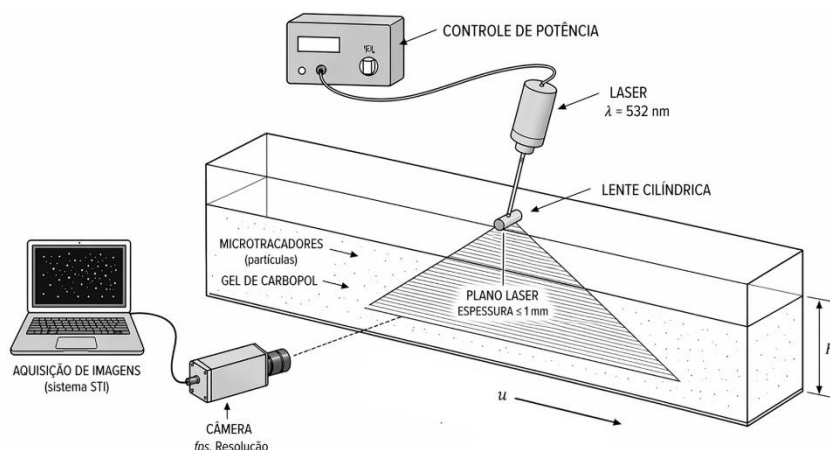


Figura 1 - Arranjo experimental para obtenção de perfis de velocidade em canal aberto.

Um sistema óptico com lentes cilíndricas criou um plano luminoso longitudinal no centro do canal, iluminando microtraçadores dispersos. Uma câmera de alta velocidade (FLIR GS3) gravou imagens a aproximadamente 300 quadros por segundo. Antes dos testes, uma malha de calibração de quadrados de 10 mm × 10 mm foi posicionada na região do plano do laser para possibilitar a obtenção da resolução das imagens.

Técnica de Velocimetria: *Space-Time Image*

A metodologia de velocimetria baseada em imagens STI (Space-Time Image) é centrada na análise de sequências de imagens que abrangem dados espaciais e temporais. Essas imagens são produzidas a partir das variações de brilho ao longo de uma linha de análise, que pode pertencer à superfície do escoamento (uma técnica STIV de Fujita et al., (2007)) ou à profundidade do escoamento (como é o foco do estudo atual). Nesta investigação, a abordagem utilizando imagens STI foi empregada para obter um perfil de velocidade em toda a profundidade do escoamento sob condição laminar. As imagens gravadas dos testes experimentais foram empregadas para gerar a imagem STI via Matlab (consulte a Figura 2.d).

A imagem STI é gerada pela construção de um diagrama de espaço-tempo para um comprimento de escoamento horizontal especificado, refletindo os níveis de brilho registrados em vários momentos de captura. A inclinação das estrias nas imagens STI, indicativa da advecção da partícula traçadora, facilita a quantificação da velocidade em diferentes profundidades. A velocidade do escoamento é derivada da inclinação das estrias, conforme definido pela Equação 2.

$$u = \frac{F}{R} \cdot \frac{1}{\tan \alpha} \quad (2)$$

sendo u a velocidade superficial (mm/s ou m/s), F a taxa de aquisição da câmera (em quadros/s), R é a resolução espacial da imagem (em pixels/mm), α é o ângulo de inclinação da estria da imagem STI.

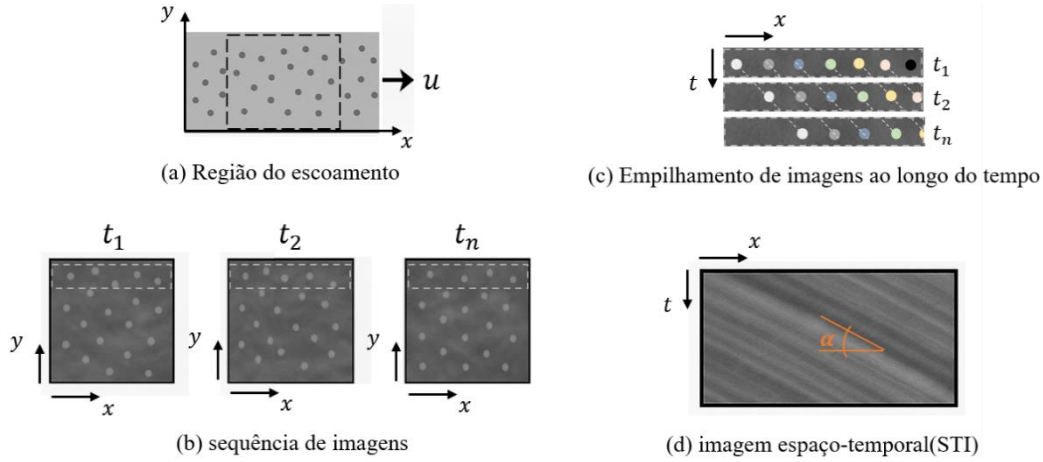


Figura 2 - Esquematização da metodologia baseada na imagem espaço-temporal a partir de Teruel et al. (2025).

Para melhorar a precisão da estimativa da velocidade de fluxo, vários métodos automáticos, incluindo o Tensor de Gradiente (GT) e a Transformada Rápida de Fourier (FFT), têm sido empregados para determinação de inclinação em imagens de espaço-tempo (STI). Nesse sentido, a Transformada Contínua de Wavelet 2D (2D-CWT) foi utilizada devido às suas capacidades de análise multiescala, alta resolução local e capacidade de detectar orientações direcionais, conforme apresentado por Pereira e Maciel (2026).

Fundamentação teórica

O perfil de velocidade teórico é obtido com base na teoria da lubrificação aplicada ao escoamento de fluidos viscoplásticos descritos pelo modelo de Herschel-Bulkley, em regime permanente e uniforme, em canal inclinado, sob a hipótese de plano infinito ($H/L \ll 1$, sendo que H representa a escala de comprimento na direção vertical e L a largura do canal).

Nessas condições, o escoamento é governado pelo equilíbrio entre a força gravitacional (gravidade g) e tensão de cisalhamento σ_{xy} . Fluidos viscoplásticos apresentam uma região não cisalhada (*plug*), localizada próxima à superfície livre, em que $\sigma_{xy} \leq \tau_0$. A altura do *plug* h_p é dada pela Equação 3.

$$h_p = \frac{\tau_0}{\rho g \sin \theta} \quad (3)$$

A partir das equações de balanço de quantidade de movimento e do modelo reológico segundo ajuste Herschel-Bulkley, pode-se obter o perfil de velocidade $u(y)$, assumindo que não há deslizamento de parede ($u_{(y=0)} = 0$). Porém, ao considerar a evidência experimental de deslizamento de fundo, a condição de contorno é modificada para $u(y = 0) = u_{desl.}$, sendo $u_{desl.}$, a velocidade de deslizamento obtida experimentalmente (Pereira et al., 2026; Chambon et al. 2014). Com isso, o perfil de velocidade teórico com deslizamento de fundo é descrito por:

$$u(y) = \begin{cases} u_p \left[1 - \left(1 - y/y_0 \right)^{(n+1)/n} \right] + u_{desl.} & \text{se } y < y_0 \\ u_p + u_{desl.} & \text{se } y \geq y_0 \end{cases} \quad (4)$$

sendo u_p a velocidade do *plug*; n o índice de escoamento; $y_0 = H - h_p$ a altura da lâmina cisalhada no escoamento.

$$u_p = \frac{n}{n+1} \left(\frac{\rho g \sin \theta}{K_n} \right)^{1/n} y_0^{(n+1)/n} \quad (5)$$

em que n é o índice de escoamento.

A reconstrução da curva de fluxo é realizada a partir da associação entre a tensão de cisalhamento e a taxa de deformação ao longo da profundidade do escoamento. Para escoamentos permanentes e uniformes em canais abertos, a distribuição de tensões é obtida, pela hipótese de lubrificação, segundo $\tau(y) = \rho g (H - y) \sin \theta$, enquanto a taxa de deformação é determinada a partir do gradiente do perfil de velocidade experimental por meio da relação $\dot{\gamma}(y) = du/dy$.

A curva de fluxo é então construída pela associação ponto a ponto entre $\tau(y)$ e $\dot{\gamma}(y)$, resultando no conjunto de pares $(\dot{\gamma}, \tau)$, sendo tal análise realizada para três condições, a saber: a partir dos resultados experimentais; perfil teórico sem deslizamento e perfil teórico modificado com incorporação da velocidade de deslizamento.

Experimentos

Os experimentos foram conduzidos, como já relatado, com gel de carbopol nas concentrações mássicas de 0,14% e 0,17%, em canal aberto retangular sob diferentes condições de escoamento. Foram avaliadas diferentes vazões e inclinações do canal (6° e 8°), garantindo regime permanente e uniforme. A vazão do escoamento (Q) foi determinada pelo método gravimétrico, com 10 repetições das medições, enquanto a profundidade do escoamento (H) foi obtida por meio de sensor ultrassônico. A velocidade média foi calculada a partir da razão entre vazão e área da seção transversal, e a velocidade superficial foi estimada por meio do rastreamento de traçadores de EPS (poliestireno expandido) de baixa densidade lançados na superfície do escoamento.

A aquisição dos perfis de velocidade foi realizada por meio da captura de imagens do escoamento ($f_{ps} \cong 300$) na região central do canal, utilizando um plano laser para iluminação de microtraçadores dispersos no fluido. Os perfis de velocidade ao longo da profundidade foram obtidos por meio da análise de imagens espaço-temporais (STI), combinada com a Transformada Wavelet Contínua Bidimensional (2D-CWT).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após a execução dos experimentos físicos, as imagens STI foram obtidas junto com a caracterização das propriedades reológicas, profundidade do escoamento e velocidade superficial correspondentes a cada ensaio experimental. No total, quatro experimentos foram conduzidos, conforme dados apresentados pela Tabela 1. A partir das imagens espaço-temporais (STI), foi possível reconstruir os perfis de velocidade ao longo da profundidade para os diferentes ensaios realizados. Em todos os casos analisados, observou-se a presença de velocidades não nulas na região próxima ao fundo, evidenciando a ocorrência de deslizamento.

Tabela 1 - Valores médios das propriedades medidas e calculadas nos experimentos realizados.

Exp.	Conc. (%)	Q (L/s)	θ (°)	τ_0 (Pa)	K_n (Pa.s ⁿ)	n (-)	ρ (kg/m ³)	u_s (mm/s)	H (mm)
C_1	0.17	0,39	8	32,49	12,94	0,37	1.016,00	38,06	35,77
C_2	0.17	0,75	8	32,88	13,93	0,36	1.001,93	68,87	44,86
C_3	0.14	0,45	6	23,09	4,48	0,48	1.001,13	44,64	33,52
C_4	0.14	0,58	6	24,20	4,64	0,47	993,13	55,11	35,43

A Figura 3 apresenta um perfil de velocidade representativo, comparando os resultados experimentais com o modelo teórico clássico (sem deslizamento) e com o modelo teórico com deslizamento. De forma geral, verifica-se que o modelo teórico, baseado na hipótese de não deslizamento, não é capaz de descrever adequadamente a região próxima ao fundo, apresentando discrepâncias significativas nos valores de velocidade.

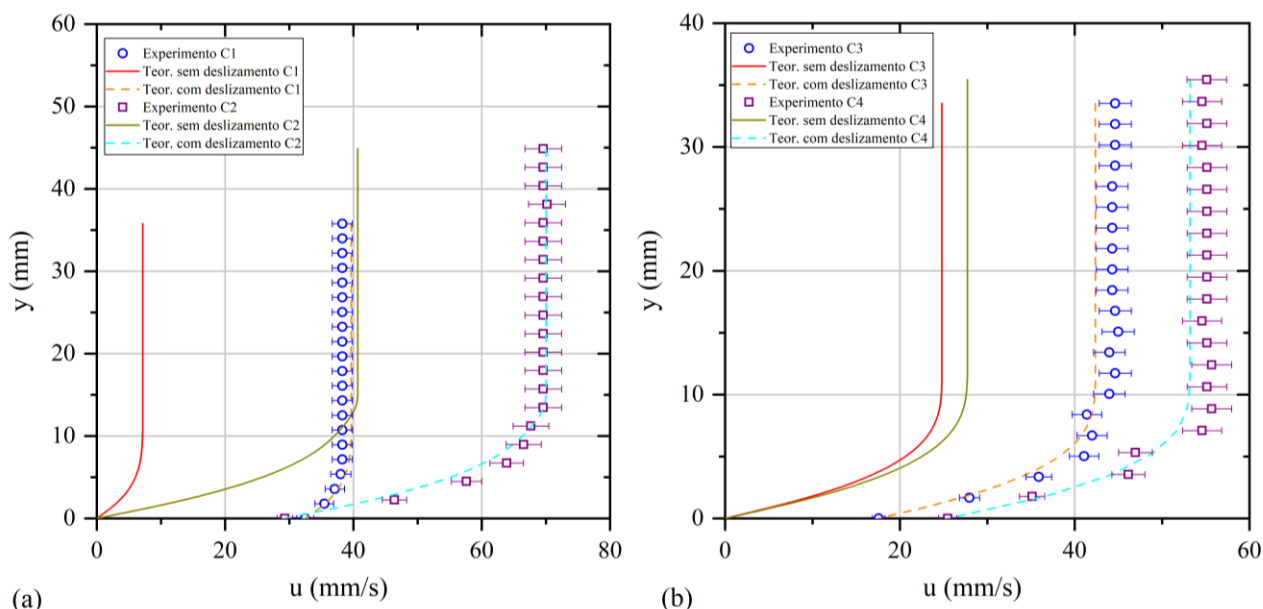


Figura 3 - Perfis de velocidade ao longo da profundidade do escoamento: comparação entre resultados experimentais e modelos teóricos com e sem deslizamento no fundo para os ensaios (a) C_1 - C_2 e (b) C_3 - C_4 . Incerteza experimental de 4,10%.

A incorporação da velocidade de deslizamento no modelo teórico resulta em melhor concordância com os dados experimentais ao longo de toda a profundidade do escoamento, particularmente na região inferior, onde as diferenças são mais acentuadas. Esse comportamento indica que a hipótese clássica de não deslizamento não é adequada para descrever o escoamento do fluido viscoplástico estudado, sendo necessária a consideração de uma condição de contorno modificada.

A reconstrução da curva de fluxo a partir dos perfis de velocidade ao longo da profundidade mostrou-se viável, conforme ilustrado pela Figura 4. Entretanto, verificou-se que a presença de deslizamento de fundo altera a estimativa da taxa de deformação na região cisalhada. De modo geral, o deslizamento reduz os valores de taxa de deformação obtidos a partir do gradiente de velocidade, impactando diretamente a forma da curva de fluxo reconstruída.

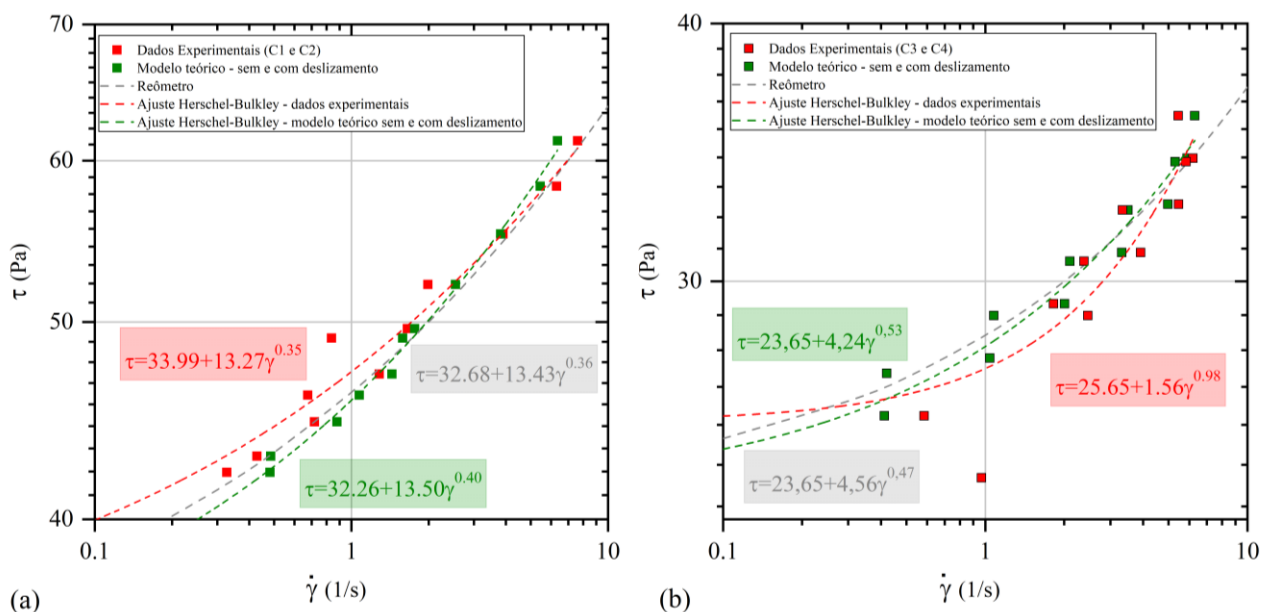


Figura 4 - Curvas de fluxo reconstruídas a partir dos perfis de velocidade: comparação entre dados experimentais, modelo teórico com e sem deslizamento e resultados de reometria para os ensaios (a) C₁ - C₂ (fluido de concentração 0.17%) e (b) C₃ - C₄ (fluido de concentração 0.14%).

Como consequência, observa-se que as curvas obtidas sem a devida consideração do deslizamento apresentam distorções, levando à superestimação da tensão limite de escoamento. Esse efeito decorre do fato de que parte do movimento do escoamento é acomodada na interface sólido-fluido, não sendo associada à deformação do material no interior da altura cisalhada.

Do ponto de vista físico, comportamento de deslizamento de fundo verificado pode ser explicado pela formação de uma camada de deslizamento junto ao fundo do canal, favorecida pela combinação entre a baixa rugosidade da superfície (vidro) e a natureza do fluido viscoplástico utilizado (gel de carbopol). Nessa condição, uma parcela significativa da deformação concentra-se nessa camada interfacial, enquanto a região cisalhada do escoamento apresenta gradientes de velocidade reduzidos.

Assim, ao se estimar a taxa de deformação a partir do perfil de velocidade sem considerar explicitamente essa camada de deslizamento, obtêm-se valores subestimados de $\dot{\gamma}$, o que, por sua vez, conduz a uma interpretação reológica equivocada, com aparente aumento da resistência ao escoamento do material.

CONCLUSÃO

Os resultados evidenciaram a ocorrência de deslizamento de fundo em escoamentos de fluidos viscoplásticos em canal aberto, confirmado por velocidades não nulas na região do fundo do canal. A incorporação desse efeito no modelo teórico proporcionou melhor concordância com os perfis de velocidade experimentais. A reconstrução da curva de fluxo mostrou-se viável, entretanto, a não consideração do deslizamento levou à subestimação da taxa de deformação e à consequente superestimação da tensão limite de escoamento.

O comportamento de deslizamento verificado neste trabalho deve ser associado à presença de uma camada de deslizamento junto ao fundo, na qual parte do movimento não contribui para a deformação do fluido na região cisalhada. Assim, a consideração do deslizamento é essencial para a correta caracterização reológica a partir de perfis de velocidade em canais abertos, sob o risco de se

atribuir ao fluido um comportamento de taxa de deformação e tensão de cisalhamento que, na realidade, reflete a dinâmica do escoamento e não suas propriedades intrínsecas.

REFERÊNCIAS

- AKTAS, S.; KALYON, D. M.; MARÍN-SANTIBÁÑEZ, B. M.; PÉREZ-GONZÁLEZ, J. (2014). "Shear viscosity and wall slip behavior of a viscoplastic hydrogel." *Journal of Rheology*, 58(2), pp. 513–535.
- AL-BEHADILI, A.; SELLIER, M.; MOYERS-GONZALEZ, M.; BROWN, N. J. (2019). "Identification of Ellis rheological law from free surface velocity." *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 267, pp. 16–27.
- ANCEY, C.; DAVISON, A. C.; BÖHM, T.; JODEAU, M.; FREY, P. (2012). "Viscoplastic dambreak waves: Review of simple computational approaches and comparison with experiments." *Advances in Water Resources*, 48, pp. 79–91.
- BALMFORTH, N. J.; BURBIDGE, A. S.; CRASTER, R. V.; SALZIG, J.; SHEN, A. (2000). "Viscoplastic models of isothermal lava domes." *Journal of Fluid Mechanics*, 403, pp. 37–65.
- BORZENKO, E. I.; SHRAGER, G. R.; FROLOV, O. Y. (2018). "Free-surface flow of a viscoplastic fluid during the filling of a planar channel." *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 255, pp. 18–27.
- CHAMBON, G.; GHEMMOUR, A.; LAIGLE, D. (2014). "Experimental investigation of viscoplastic free-surface flows in a steady uniform regime." *Journal of Fluid Mechanics*, 754, pp. 332–364.
- FUJITA, I.; WATANABE, H.; TSUBAKI, R. (2007). "Development of a non-intrusive and efficient flow monitoring technique: The space-time image velocimetry (STIV)". *International Journal of River Basin Management*, 5(2), pp. 105–114, 2007.
- KALYON, D. M. (2005). "Apparent slip and viscoplasticity of concentrated suspensions." *Journal of Rheology*, 49(3), pp. 621–640.
- MARTIN, N.; MONNIER, J. (2015). "Inverse rheometry and basal properties inference for pseudoplastic geophysical flows." *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 50, pp. 110–126.
- PEREIRA, J. B. Velocimetria e avanço de frentes de escoamento de fluido viscoplástico em canal e plano inclinado. 2023. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, 2023.
- PEREIRA, J. B.; MACIEL, G. F. (2026). "Application of space-time image analysis for measuring viscoplastic fluid flow in open channel". *Measurement Science and Technology*, 37(10), 105301.
- QUAN, N. Q.; BOGER, D. V.; PHAN, T. N. (2022). "Parallel-Disk Viscometry of a Viscoplastic Hydrogel: Yield Stress and Other Parameters of Shear Viscosity and Wall Slip." *Gels*, 8(4), p. 230.
- SÁO, Y. T.; PEREIRA, J. B.; FIOROT, G. H.; MACIEL, G. F. (2021). "Obtaining flow curve for viscoplastic fluids through inclined open-channel apparatus." *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 43(5), 278.
- TERUEL, M. J. V.; PEREIRA, J. B.; MACIEL, G. F. (2025) Comparação de métodos para determinação da velocidade em escoamentos viscoplásticos via imagens STI. In: XXVI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos (SBRH), Vitória - ES.