

Caracterização hidrodinâmica experimental e analítica do escoamento em um vertedor retangular inclinado para aplicações em engenharia

Bruno de Oliveira Lázaro¹ & Daniela Aparecida Santos²

Resumo: Vertedores são amplamente utilizados em canais para o controle de nível, a dissipação de energia e a medição de vazão, constituindo dispositivos clássicos da engenharia hidráulica. Entretanto, a maior parte dos modelos matemáticos de descarga foi desenvolvida para vertedores de crista horizontal, havendo limitações quanto à compreensão do comportamento hidráulico de vertedores com crista inclinada. O presente trabalho objetivou realizar a caracterização experimental e analítica do escoamento sobre um vertedor retangular inclinado. Os ensaios foram conduzidos em canal de recirculação em escala laboratorial, no qual foram monitoradas as profundidades do escoamento a montante e a jusante da estrutura. A partir dessas medições, determinou-se a carga hidráulica sobre a crista, as velocidades médias do escoamento, a energia específica nas seções características do escoamento, os números de Froude associados às condições hidráulicas observadas e estimado o valor do coeficiente de descarga real. Os resultados indicaram a ocorrência de perda de energia associada à passagem do escoamento sobre a rampa inclinada. Observou-se ainda que a carga hidráulica sobre a crista apresentou valores próximos à profundidade crítica do escoamento, evidenciando um comportamento hidráulico consistente com a formação de condição crítica na região de controle do vertedor. Estes resultados contribuem para a compreensão do comportamento hidráulico de vertedores inclinados e apresentam aplicações potenciais no dimensionamento e na calibração de estruturas hidráulicas empregadas para medição de vazão, dissipação de energia e controle de nível em canais de superfície livre, incluindo sistemas de drenagem urbana, canais de irrigação e unidades de tratamento de água e efluentes industriais.

Abstract: Weirs are widely used in channels for water level control, energy dissipation, and flow measurement, constituting classical devices in hydraulic engineering. However, most discharge models available in the literature were developed for horizontal-crested weirs, and there are still limitations regarding the understanding of the hydraulic behavior of weirs with inclined crests. In this context, the present study aimed to perform an experimental and analytical hydrodynamic characterization of the flow over an inclined rectangular weir. The experiments were conducted in a laboratory-scale recirculating channel, where flow depths upstream and downstream of the hydraulic structure were monitored. Based on these measurements, the hydraulic head over the crest, the specific energy at the characteristic flow sections, and the Froude numbers associated with the observed hydraulic conditions were determined, and the actual discharge coefficient was estimated. The results indicated the occurrence of energy loss associated with the passage of the flow over the inclined ramp, as well as the transition from subcritical flow upstream to supercritical flow downstream of the structure. It was also observed that the hydraulic head over the crest presented values close to the critical flow depth, indicating a hydraulic behavior consistent with the formation of a critical condition in the control section of the weir. These results contribute to the understanding of the hydraulic behavior of inclined weirs and present potential applications in the design and calibration of hydraulic structures used for flow measurement, energy dissipation, and water level control in open-channel systems, including urban drainage systems, irrigation canals, and water and wastewater treatment facilities.

1) Laboratório de Hidráulica, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia (bruno.lazaro@ufu.br)

2) Laboratório de Saneamento, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia (dani.barrochello@ufu.br)

Palavras-Chave: Vertedor retangular inclinado, hidráulica de canais, medição de vazão.

Keywords: Inclined rectangular Weir, open-channel hydraulics, flow measurement.

INTRODUÇÃO

Vertedores são estruturas hidráulicas comumente empregados em canais com superfície livre para diversas finalidades, dentre as quais se destacam o controle de níveis, a dissipação de energia e a medição de vazão. Desta maneira, esses dispositivos desempenham um papel fundamental em diversas aplicações da engenharia e da indústria no que diz respeito ao controle hidráulico e ao monitoramento operacional de variados sistemas hídricos e sanitários (CHOW, 1983; BAPTISTA e COELHO, 2018).

De modo geral, o funcionamento dos vertedores está associado à ocorrência de uma condição de controle hidráulico na região da crista, na qual o escoamento tende a atingir a condição crítica. Assim, é possível se estabelecer uma relação direta entre a carga hidráulica à montante do vertedor, a carga hidráulica imediatamente acima da soleira e a vazão descarregada por este dispositivo (BREUSERS e RAUDKIVI, 1991; PORTO, 2006).

A modelagem matemática do escoamento sobre vertedores tem sido um intenso objeto de estudo no campo da engenharia hidráulica desde o final do século XIX, a partir de quando foram propostas diversas equações empíricas e semiempíricas para a estimativa da vazão descarregada. Entre os modelos analíticos clássicos, destacam-se os desenvolvidos por Bazin (1989), Rehbock (1912), Francis (1905), e Kindsvater e Carter (1957) para vertedores retangulares; os modelos de Thomson (1923) e Gouley e Crimp (1954) para vertedores triangulares; e Swamee *et al.* (1994) para vertedores trapezoidais (KINDSVATER e CARTER, 1957; PORTO, 2006).

Salienta-se que tais modelos foram majoritariamente desenvolvidos para vertedores de crista horizontal e geometria bem definida. Entretanto, em variadas situações práticas de engenharia, estruturas hidráulicas demandam por geometrias distintas daquelas consideradas nos modelos clássicos, incluindo assim os vertedores com crista inclinada e com superfície em rampa (BOS, 1976).

Esse tipo de configuração geométrica especial pode ser empregado em dispositivos de controle de energia, em transições hidráulicas de canais ou surgir naturalmente devido ao acúmulo de sedimentos em leitos hídricos. Apesar disso, o comportamento hidrodinâmico do escoamento sobre vertedores inclinados ainda é relativamente pouco explorado na literatura, sobretudo no que se refere à caracterização experimental das condições de escoamento e à avaliação do coeficiente de descarga associado a esse tipo de estrutura (MAYS, 1999; MARTÍN-VIDE e PRIÓ, 2005).

Nesse contexto, o presente trabalho objetivou realizar a caracterização hidrodinâmica experimental e analítica do escoamento sobre um vertedor retangular inclinado instalado em um canal de superfície livre de seção retangular. A investigação baseou-se na análise das condições hidráulicas a montante e a jusante da estrutura, permitindo a determinação da carga hidráulica sobre a crista, da energia específica nas seções características do escoamento, dos números de Froude associados ao regime hidráulico e do coeficiente de descarga do vertedor.

A partir dos resultados obtidos, discutiu-se o comportamento hidráulico do escoamento ao longo da rampa inclinada e verificou-se a consistência das condições críticas associadas à seção de controle do vertedor. Espera-se, assim, contribuir para a compreensão do escoamento sobre vertedores inclinados e fornecer subsídios experimentais que possam auxiliar no dimensionamento e na calibração de estruturas hidráulicas utilizadas para medição de vazão, dissipação de energia e controle de nível em canais de superfície livre.

MÉTODOS

A metodologia adotada baseou-se na realização de ensaios experimentais em canal de recirculação em escala laboratorial, nos quais foi instalado um vertedor retangular inclinado para a investigação do comportamento hidrodinâmico do escoamento. Durante os experimentos, foram monitoradas as condições hidráulicas a montante e a jusante da estrutura, possibilitando a posterior determinação dos principais parâmetros de escoamento e a análise do desempenho hidráulico do vertedor.

Modelagem experimental

Conforme exposto anteriormente, o procedimento experimental foi desenvolvido em um canal de recirculação com superfície livre. O canal foi confeccionado em acrílico e possui seção transversal retangular, de modo a possuir base com largura igual a 0,06 m e paredes com altura igual a 0,15 m. Geometricamente, ele é composto por duas regiões retilíneas com comprimento igual a 1,50 m interligadas por duas curvas de 180° com raio igual a 0,10 m (Figura 1).

A alimentação hidráulica do canal é realizada por uma bomba centrífuga elétrica modelo ICS-50A (Elektroplas®), com potência nominal de 0,5 HP e vazão máxima de 1,8 m³/h. Além disso, entre as duas regiões retilíneas de escoamento, inseriu-se argila expandida para facilitar a visualização da superfície livre em ambos os lados do canal simultaneamente.



Figura 1a – Vista superior do canal experimental.



Figura 1b – Vista frontal do canal experimental.

O vertedor foi instalado no interior do canal experimental, sendo constituído por uma estrutura retangular sem contrações laterais na soleira e com crista inclinada, confeccionada em acrílico transparente (Figura 2). O dispositivo apresenta largura de soleira igual a 0,06 m, espessura de 0,005 m e comprimento inclinado da crista de 0,012 m.

A estrutura foi posicionada a uma distância de 0,80 m a jusante do término da primeira curva do canal, de modo a garantir condições adequadas de desenvolvimento do escoamento antes da interação com o vertedor. A crista foi instalada formando um ângulo de inclinação de 36,38° em relação ao fundo horizontal do canal, correspondente a uma relação geométrica entre os catetos de 9,5 cm na direção horizontal e 7,0 cm na direção vertical.



Figura 2 – Detalhe do vertedor retangular inclinado com superfície livre em evidência.

Após a instalação do vertedor, a bomba foi ligada de forma a se possibilitar o escoamento de água ao longo do canal. Feito isso, com o auxílio de uma régua milimetrada, foram realizadas medições da altura da superfície livre ao longo do canal a cada 0,10 m. Na região das curvas, não foram realizadas medições de altura devido à instabilidade gerada pela mudança de direção das linhas preferenciais de corrente.

Modelagem analítica

A modelagem analítica do escoamento foi realizada a partir dos dados experimentais obtidos, utilizando relações clássicas da hidráulica de canais de superfície livre para determinar parâmetros hidrodinâmicos como velocidade média, energia específica e número de Froude ao longo das seções analisadas do canal e do vertedor inclinado. Inicialmente, a profundidade da superfície livre foi determinada em pontos distribuídos a montante e a jusante do vertedor, tomando-se como referência o fundo do canal. Com base nesses valores e considerando a hipótese de regime permanente com vazão constante do sistema experimental, calculou-se a velocidade média do escoamento em cada seção por meio da equação da continuidade (Equação 1).

$$Vm_i = \frac{Q}{b \cdot y_i} \quad (1)$$

Onde Vm_i é a velocidade média do escoamento na seção de análise (m/s); Q é a vazão do sistema (m^3/s); b é a largura de fundo do canal (m); e y_i é a profundidade da superfície livre na seção de análise (m).

A energia específica do escoamento em cada seção foi determinada a partir da relação clássica da hidráulica de canais abertos (Equação 2).

$$E_i = y_i + \frac{(Vm_i)^2}{2g} \quad (2)$$

Onde E_i representa energia específica na seção (m); Vm_i é a velocidade média do escoamento na seção analisada (m/s); y_i é a profundidade da superfície livre na seção de análise (m) e g representa a aceleração da gravidade (m/s^2).

Adicionalmente, calculou-se o número de Froude ao longo do canal, parâmetro hidráulico que representa a relação entre forças inerciais e gravitacionais do escoamento (Equação 3).

$$Fr = \frac{Vm_i}{\sqrt{gy_i}} \quad (3)$$

Onde Fr é o número de Froude; Vm_i é a velocidade média na seção analisada (m/s); representa a aceleração da gravidade (m/s^2) e y_i é a profundidade da superfície livre na seção (m).

Além disso, considerando as recomendações da literatura sobre o tema, calculou-se também o coeficiente de descarga real do vertedor inclinado considerando a formulação de Kindsvater e Carter (1957), a de Francis (1905); a de Rehbock (1929) e a de Bazin (1889). Os valores calculados foram comparados com o valor teórico obtido através da equação clássica para vertedores retangulares modificada (Equação 4).

$$C_d = \frac{Q}{\frac{2}{3}bh^{3/2}\sqrt{2g}} \quad (4)$$

Onde C_d é o coeficiente de descarga; Q é a vazão descarregada (m^3/s); b é a largura da soleira (m); h é a carga hidráulica acima do vertedor (m); e g é a aceleração da gravidade (m/s^2).

Por fim, com o objetivo de avaliar diferenças nas condições hidráulicas ao longo do canal, os parâmetros calculados foram submetidos a uma análise estatística inferencial por meio de uma ANOVA de um fator, considerando as seções longitudinais do canal como fator de agrupamento. Esse procedimento permitiu testar a hipótese de igualdade entre as médias dos parâmetros hidráulicos e verificar se as variações observadas estavam associadas à influência do vertedor ou a flutuações aleatórias das medições.

Para verificar as premissas do modelo, aplicou-se o teste de Levene para análise da homogeneidade das variâncias e, quando necessário, o teste F de Welch para comparação robusta entre médias com variâncias desiguais. Adicionalmente, foram estimados indicadores de magnitude de efeito, como o coeficiente ω^2 e o coeficiente de correlação intraclasse (ICC), permitindo avaliar tanto a significância estatística quanto a relevância prática da influência do vertedor no comportamento hidráulico do escoamento.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A caracterização hidrodinâmica do escoamento foi realizada a partir das medições experimentais das profundidades da lâmina d'água a montante e a jusante do vertedor, as quais resultaram, respectivamente, em $y_1 = 0,060$ m e $y_2 = 0,030$ m. A análise do perfil longitudinal da superfície livre (Figura 3a) indicou que o escoamento a montante apresentou comportamento praticamente uniforme, com pequenas oscilações associadas às flutuações naturais do escoamento em canal aberto.

À medida que o escoamento se aproxima do vertedor, observou-se um discreto aumento da lâmina d'água, caracterizando a formação de uma curva de remanso induzida pelo controle hidráulico imposto pela estrutura. Esse comportamento é consistente com a teoria clássica do escoamento gradualmente variado, segundo a qual obstáculos ou estruturas de controle podem provocar elevação progressiva da lâmina d'água a montante e também associado aos efeitos de parede do canal de pequenas dimensões transversais (canais estreitos).

Na região da crista do vertedor observou-se uma transição hidráulica marcada pela redução abrupta da profundidade da lâmina d'água, seguida por um regime de escoamento mais rápido a jusante (Figura 3b). Essa variação da geometria da superfície livre evidencia a ocorrência de aceleração do escoamento durante a passagem sobre a crista inclinada.

Os cálculos da energia específica (Figura 3c) ao longo do canal indicaram uma redução entre as seções analisadas a montante e a jusante da estrutura, evidenciando a ocorrência de perda

de energia associada ao processo de escoamento sobre o vertedor. Essa perda está relacionada principalmente aos efeitos de turbulência, contração da seção de escoamento e dissipação energética decorrente das mudanças abruptas nas condições de escoamento.

A análise do número de Froude (Figura 3d) permitiu identificar a mudança de regime hidráulico provocada pela presença do vertedor. Os resultados indicaram valores característicos de regime subcrítico nas seções localizadas a montante da estrutura, enquanto à jusante foram observados valores superiores da razão inercial-gravitacional, indicando a transição para condições mais próximas do regime supercrítico. Essa mudança de regime é compatível com o comportamento esperado para vertedores de controle, nos quais a seção de escoamento próxima à crista tende a se aproximar da condição crítica, funcionando como seção de controle hidráulico do sistema.

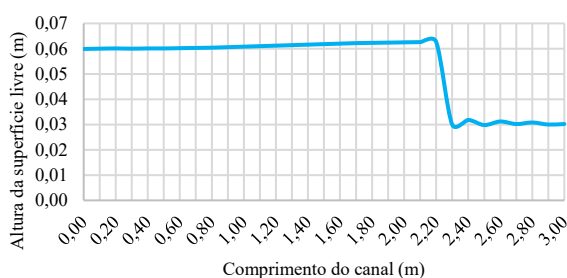


Figura 3a – Variação da superfície livre ao longo do canal.

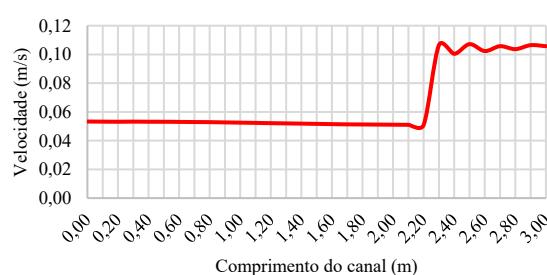


Figura 3b – Variação da velocidade ao longo do canal.

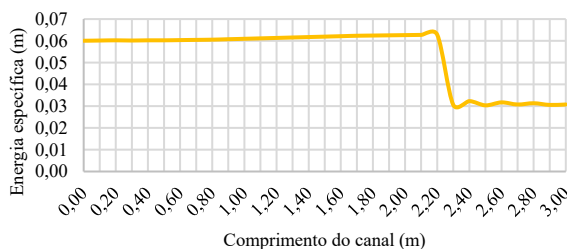


Figura 3c – Variação da energia específica ao longo do canal.

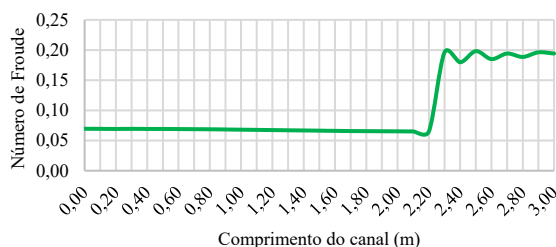


Figura 3d – Variação do Número de Froude ao longo do canal.

Outro resultado relevante obtido na investigação refere-se à relação entre a carga hidráulica sobre a crista do vertedor e a profundidade crítica do escoamento. A análise dos dados experimentais indicou que a carga hidráulica medida (0,0110 m) apresentou valor muito próximo da profundidade crítica estimada (0,0101 m) para as condições de escoamento do experimento.

Esse resultado sugere que o vertedor inclinado atua efetivamente como uma seção de controle hidráulico, condição amplamente discutida na literatura de hidráulica de canais abertos para vertedores e dispositivos de medição de vazão. A proximidade entre esses valores constitui uma evidência experimental importante da ocorrência da condição crítica na região da crista.

Somado a isso, a estimativa do coeficiente de descarga do vertedor foi realizada a partir de diferentes formulações clássicas reportadas na literatura, permitindo avaliar a consistência dos resultados obtidos experimentalmente. A aplicação da formulação proposta por Kindsvater e Carter resultou em $C_d = 0,6138$, valor bastante próximo daqueles obtidos pelas equações empíricas de Francis ($C_d = 0,6179$) e de Rehbock ($C_d = 0,6197$). Essa proximidade indica que o

comportamento hidráulico observado no experimento apresenta boa concordância com as formulações clássicas desenvolvidas para vertedores retangulares de crista delgada, sugerindo que, apesar da inclinação da crista, o escoamento mantém características hidrodinâmicas semelhantes às consideradas nos modelos tradicionais de descarga. Por outro lado, a equação proposta por Bazin resultou em um valor significativamente mais elevado ($C_d = 1,0269$), o que pode estar associado às hipóteses simplificadoras inerentes à formulação ou à sua faixa original de aplicação experimental.

Em termos práticos, a convergência dos valores obtidos pelas demais metodologias reforça a confiabilidade da estimativa experimental do coeficiente de descarga, ao mesmo tempo em que evidencia que determinadas formulações empíricas podem apresentar limitações quando aplicadas a geometrias não convencionais, como vertedores de crista inclinada. Esses resultados indicam que, para as condições analisadas, o vertedor estudado apresenta coeficiente de descarga compatível com aqueles usualmente reportados para vertedores retangulares, aspecto relevante para sua eventual utilização em aplicações de controle de nível ou medição de vazão em canais de superfície livre.

Por fim, a ANOVA (Tabela 1) indicou diferenças estatisticamente significativas entre as seções analisadas ao longo do canal. Estatisticamente, observou-se um valor de $F = 14,84$ com nível de significância $p = 2,804 \times 10^{-8}$, evidenciando a rejeição da hipótese nula de igualdade entre as médias dos grupos.

Tabela 1 – ANOVA dos resultados obtidos.

Fonte de variação	Soma dos quadrados	gl	Quadrado médio	F	p-valor
Entre grupos	0,0442105	3	0,0147368	14,84	2,80E-08
Dentro dos grupos	0,119173	120	0,000993104		
Total	0,163383	123			

Esse resultado demonstra que as variações observadas nos parâmetros hidrodinâmicos ao longo do perfil do escoamento não podem ser atribuídas apenas a flutuações aleatórias associadas às medições experimentais, mas refletem alterações reais nas condições hidráulicas induzidas pela presença do vertedor. Adicionalmente, a magnitude do efeito estimada pelo coeficiente $\omega^2 = 0,2508$ indica que aproximadamente 25% da variabilidade total observada nos dados pode ser explicada pelas diferenças entre as seções do canal, enquanto o coeficiente de correlação intraclasse $ICC = 0,3086$ sugere que cerca de 31% da variabilidade total está associada à variabilidade entre grupos.

A verificação das premissas do modelo indicou heterogeneidade das variâncias entre os grupos, conforme evidenciado pelos resultados do teste de Levene ($p < 0,01$), indicando que a dispersão dos parâmetros hidráulicos varia ao longo do canal. Essa característica é compatível com o comportamento físico do escoamento, uma vez que a região a jusante do vertedor tende a apresentar maior variabilidade devido ao aumento da turbulência e às rápidas mudanças nas condições de escoamento.

Considerando essa violação da homogeneidade das variâncias, foi também aplicado o teste F de Welch, que confirmou a existência de diferenças significativas entre os grupos ($F = 8,796$; $p = 5,851 \times 10^{-5}$). Adicionalmente, o fator de Bayes obtido ($BF = 4,166 \times 10^5$) indica evidência decisiva para a hipótese de diferenças entre as médias, reforçando a robustez dos resultados. Em conjunto, essas evidências estatísticas corroboram a interpretação hidráulica obtida a partir da análise experimental, demonstrando que o vertedor inclinado exerce influência significativa na organização do escoamento ao longo do canal e na distribuição espacial dos parâmetros hidrodinâmicos analisados.

CONCLUSÃO

Os resultados experimentais e analíticos obtidos permitiram caracterizar o comportamento hidrodinâmico do escoamento sobre um vertedor retangular com crista inclinada instalado em canal de superfície livre. Observou-se que a presença da estrutura hidráulica promoveu uma modificação significativa no perfil da superfície livre, com formação de leve remanso a montante e redução da profundidade do escoamento a jusante, indicando a ocorrência de perda de energia associada à passagem do escoamento sobre a rampa inclinada.

A análise dos parâmetros hidráulicos indicou a transição do regime subcrítico a montante para condições próximas ao regime crítico na região de controle do vertedor, comportamento consistente com a teoria clássica da hidráulica de vertedores. A estimativa do coeficiente de descarga por diferentes formulações da literatura apresentou valores próximos entre si, especialmente para as equações de Francis, Rehbock e Kindsvater e Carter, enquanto a formulação de Bazin apresentou maior discrepância, possivelmente associada às particularidades geométricas da crista inclinada.

A análise estatística por meio de ANOVA confirmou a existência de diferenças significativas entre as condições hidráulicas observadas ao longo do canal, evidenciando a influência direta do vertedor no campo de escoamento. Dessa forma, os resultados obtidos contribuem para a compreensão do comportamento hidráulico de vertedores inclinados e fornecem subsídios experimentais relevantes para aplicações de engenharia relacionadas ao dimensionamento, à calibração e ao monitoramento de estruturas hidráulicas utilizadas em sistemas de drenagem, irrigação e tratamento de água e efluentes.

REFERÊNCIAS

- BAPTISTA, M. B.; COELHO, M. M. L. P. Fundamentos de engenharia hidráulica. Belo Horizonte: Ed. da UFMG, 2018.
- BOS, M.G. (ed.) (1976) *Discharge Measurement Structures*, Laboratorium voor Hydraulica en Afvoerhydrologia, Wageningen.
- BREUSERS, H.N.C. e RAUDKIVI, A.J. (1991) *Scouring*, IAHR Hydraulic Structures Design Manual, Vol. 2, Balkema, Rotterdam.
- CHOW, V.T. (1983) *Open Channel Hydraulics*, McGraw-Hill, New York.
- KINDSVATER, C.E., CARTER, R.W. e TRACY, H.J. (1953) *Computation of Peak Discharge at Contractions*, Circular 284, USGS.
- MARTIN-VIDE, J.P. e PRIO, J.M. (2005) Backwater of arch bridges under free and submerged conditions, *J. of Hydraulic Research*, IAHR, 43, No. 5: 515–21.
- MAYS, L.W. (ed.) (1999) *Hydraulic Design Handbook*, McGraw-Hill, New York.
- PORTO, R. M. Hidráulica básica. 4. ed. rev. São Carlos: EESC-USP, 2006.