

## XXVI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HIDRÍCOS

### **MODELAGEM DA FORMA DE HIDROGRAMAS DE CHEIA A PARTIR DE FUNÇÕES DENSIDADE DE PROBABILIDADE**

*Thales Basílio da Circuncisão<sup>1</sup>; Francisco Eustáquio Oliveira e Silva<sup>2</sup> & Wilson dos Santos Fernandes<sup>2</sup>*

**Abstract:** Deriving a design flood hydrograph, which is required for some important hydrological applications, requires some important components such as multivariate frequency analysis and hydrograph shape. The latter, once normalised, is usually modelled with Probability Density Functions (PDF's), which must represent the rise, recession and peak behaviour of flood events, properties that are determined by catchment characteristics, rainfall behaviour and land use, which may imply variability in the shape of hydrographs. Therefore, this paper aims to investigate the reliability of some PDF's for assessing the shape of flood events sampled in Brazilian catchments. To do this, we normalised hydrographs of 507 flood events in Brazil, in different hydrological regions, and fitted the Log-Normal, Gamma and Beta probability functions and compared their performance using the root mean square error. The results show that for large variability, the Beta distribution is the most appropriate PDF to evaluate the normalised flood hydrographs, due to its finite support and versatility.

**Resumo:** A derivação de um hidrograma de projeto, que é necessária para importantes aplicações hidrológicas, requer alguns componentes importantes, como a análise de frequência multivariada e a forma do hidrograma. Este último, uma vez normalizado, é geralmente modelado com funções densidade de probabilidade, que devem representar o comportamento de ascensão, recessão e pico dos eventos de cheia, propriedades que são determinadas pelas características da bacia hidrográfica, pelo comportamento das chuvas e pelo uso do solo, o que pode implicar variabilidade na forma dos hidrogramas. Assim, este artigo tem como objetivo investigar a confiabilidade de determinadas distribuições para avaliar a forma de eventos de cheia amostrados em bacias hidrográficas brasileiras. Para isso, foram normalizados os hidrogramas de 507 eventos de cheia no Brasil, em diferentes regiões hidrológicas, e ajustamos as funções de probabilidade Log-Normal, Gama e Beta, cujos desempenhos foram comparados a partir da raiz do erro quadrático médio. Os resultados mostram que, para grande variabilidade, a distribuição Beta é a mais adequada para avaliar os hidrogramas de cheia normalizados, devido ao seu suporte finito e versatilidade.

**Palavras-Chave** – Eventos de cheia, Hidrograma de Projeto, Distribuição Beta.

1) Afiliação: Engenheiro Civil e Mestre em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos pela Universidade Federal de Minas Gerais/UFMG Campus Pampulha, [thalesbc98@gmail.com](mailto:thalesbc98@gmail.com)

2) Professor do Programa de Pós-Graduação em Saneamento, Meio Ambiente e Recursos Hídricos e do Departamento de Engenharia Hidráulica e Recursos Hídricos da Escola de Engenharia, ambos da UFMG.

## INTRODUÇÃO

Um dos requisitos para a modelagem dos hidrogramas de projeto diz respeito à sua forma, que fornece informações sobre o comportamento da ascensão, da recessão e do tempo de pico associado aos eventos de cheia. A literatura apresenta o ajuste de funções de densidade de probabilidade para que seja possível, a partir dos parâmetros estimados, fornecer a forma normalizada com os quantis obtidos e, por fim, construir hidrogramas sintéticos para diferentes probabilidades de excedência.

Nadarajah (2007), Rai et al. (2009) e Serinaldi & Grimaldi (2011) avaliaram o uso de funções com suporte finito, como a função Beta, que tem sido amplamente utilizada para representar o hidrograma normalizado. Por sua vez, Brunner et al. (2017) e Fischer & Schumann (2023) avaliaram o uso de funções que não têm suporte finito, como as funções Gama e Log-Normal. Brunner et al. (2018) constataram que, ao regionalizar hidrogramas sintéticos, a principal dificuldade está na transferência dos parâmetros relacionados à sua forma.

O método usado na literatura para normalizar o hidrograma é tornar sua área igual a 1 e seu domínio entre 0 e 1. Essa estrutura permite o ajuste de distribuições de funções de probabilidade para representar a forma em hidrogramas de projeto sintéticos. As funções Gama e Log-Normal têm a limitação de não fornecer um suporte finito, embora representem muito bem os hidrogramas leptocúrticos (Brunner et al., 2017 e Fischer & Schumann, 2023), o que não é bem assimilado pela função Beta que tem, no entanto, versatilidade como vantagem frente um cenário de variabilidade.

O objetivo deste trabalho é avaliar, entre as distribuições Gama, Log-Normal e Beta, a distribuição mais adequada para derivar a forma de 507 eventos de cheia amostrados em 26 bacias hidrográficas brasileiras, localizadas nas bacias dos rios Amazonas, Tocantins-Araguaia, São Francisco e Paraná. Esses eventos apresentam-se bastante variáveis, principalmente em sua forma. A questão principal é: “como caracterizar a forma de hidrogramas sintéticos considerando sua variabilidade ocasionada pelos atributos das bacias hidrográficas e pelo comportamento das chuvas?”.

## MATERIAL E MÉTODO

### Dados e Separação de Eventos

O conjunto de dados utilizado neste trabalho consiste em 507 eventos de cheia ocorridos em 26 bacias hidrográficas brasileiras, localizadas em diferentes bacias hidrográficas, sob diferentes regimes hidroclimáticos, incluindo as bacias dos rios São Francisco e Amazonas. Essas bacias foram selecionadas incluindo os seguintes critérios:

- Área de drenagem menor que 5000 km<sup>2</sup>;
- Dados telemétricos, discretizados de 15 em 15 minutos;
- Sem estruturas de regularização no curso d’água principal; e
- Dados consistentes de vazão, relacionados ao nível d’água medido.

A localização das bacias é apresentada na Figura 1.

Figura 1. Localização dos 26 postos considerados.

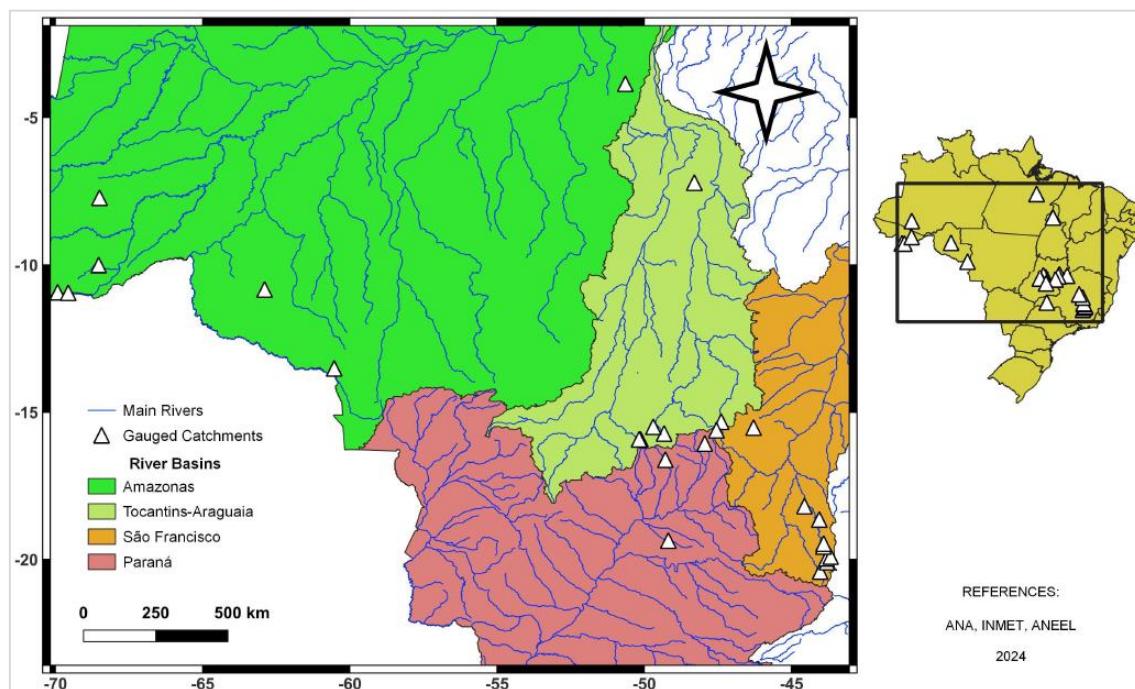
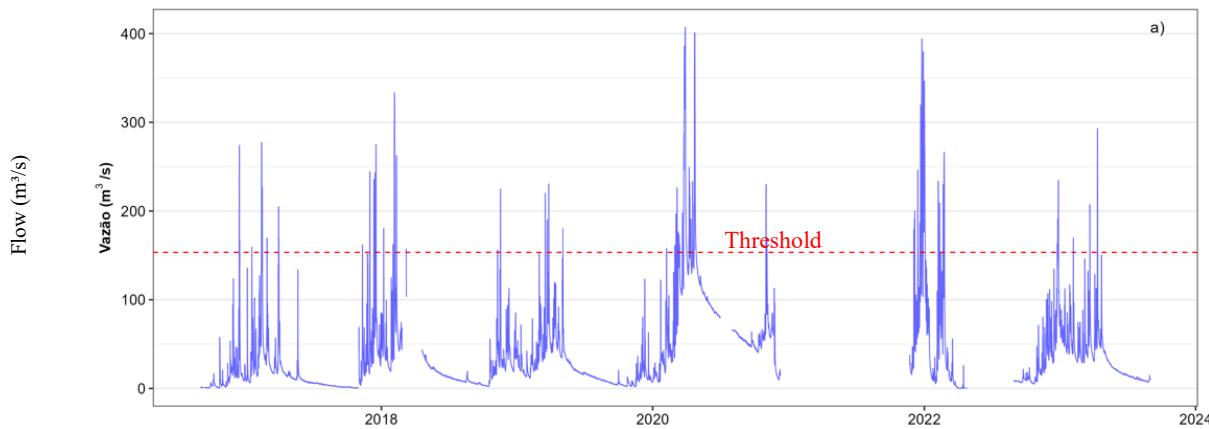


Tabela 1 – Atributos das bacias selecionadas.

Atributo	Med	Min	Max
Área (km <sup>2</sup> )	2020	16,5	4860
Perímetro (km)	263,9	22,2	628,8
Coeficiente de Compacidade	1,69	1,38	3,75
Precipitação Média Anual (mm)	1600	1200	2100
Densidade de Drenagem (km/km <sup>2</sup> )	1,51	1,19	7,77
Vazão Normalizada Média (m <sup>3</sup> /s . km <sup>2</sup> )	0,016	0,006	0,141

A amostragem dos eventos de cheia foi feita manualmente, pois as ferramentas automáticas não foram adequadas para os dados em questão. A primeira etapa foi a definição de um “limiar” para a seleção de eventos com vazões de pico independentes em série (Solari et al., 2017). A metodologia de seleção do “Threshold” foi baseada no teste de hipóteses de Anderson-Darling, aplicado a simulações sintéticas, indicando o uso do menor valor que atinge a aceitação no teste de hipótese. A Figura 2 mostra um exemplo de uma série temporal com um “limiar”.

Figura 2 – Exemplo de série temporal com “Threshold”.



O escoamento de base foi estimado com base no “*Straight Line Method*” (Chow et. al., 1988), uma vez que os filtros recursivos não foram adequados aos dados em mãos. Destaca-se que a escolha do método de separação do fluxo de base não é tão importante quanto a aplicação consistente de um método (Linsley et al., 1949).

#### Normalização dos Hidrogramas

O ajuste de uma função densidade de probabilidade na forma dos hidrogramas requer sua normalização, buscando uma área igual a 1 e intervalo de duração entre 0 e 1. De acordo com Brunner et al. (2017), um procedimento válido é dividir as ordenadas pela duração do respectivo evento e as ordenadas pelo escoamento médio, que consiste na razão entre o Volume (V) e a Duração (D).

#### Ajuste de Funções Densidade de Probabilidade

Com base na literatura científica (Serinaldi & Grimaldi, 2011 & Brunner et al., 2017), as funções de densidade de probabilidade Log-Normal, Gama e Beta são as mais usadas para a finalidade deste trabalho, que consiste em representar a forma dos hidrogramas de cheia. Assim, ajustou-se TAIS distribuições aos hidrogramas normalizados para cada bacia hidrográfica. Os parâmetros foram estimados a partir do procedimento a seguir.

## RESULTADOS

Após a normalização dos hidrogramas de modo que o suporte seja finito (0 a 1) e a área sob o gráfico seja unitária, as funções de densidade de probabilidade Gama, Log-Normal e Beta foram ajustadas aos hidrogramas médios, que foram ajustados por bacia. A métrica empregada para a avaliação dos ajustes foi a raiz do erro quadrático médio (RMSE). Os resultados demonstram que, em 12 das bacias, o valor de RMSE da distribuição Beta é menor do que os valores nas outras bacias, demonstrando assim um ajuste superior. Além dos valores de raiz do erro quadrático médio (RMSE), foi feita uma avaliação visual do ajuste das distribuições aos hidrogramas normalizados. A morfologia dos eventos de cheia apresenta variabilidade em diferentes regiões, manifestando-se como hidrogramas simétricos e assimétricos nos lados esquerdo e direito, respectivamente.

Os resultados obtidos demonstram que a distribuição Beta apresenta uma vantagem notável na representação da ascensão, recessão e tempo de pico dos hidrogramas de cheia em várias bacias brasileiras. Foi demonstrado que a distribuição Beta fornece um modelo adequado para eventos

positivamente assimétricos e simétricos. A variabilidade pode ser atribuída às variações das condições hidroclimáticas nas regiões examinadas, bem como às diferenças no tamanho das bacias hidrográficas e às possíveis variações no uso da terra, que não foram avaliadas neste estudo.

No contexto da construção de hidrogramas de projeto sintéticos nas regiões da Suíça e da Alemanha, Brunner et al. (2017) e Fischer & Schumann (2023) apresentam a distribuição Log-Normal como a mais adequada para modelar a forma. Uma possível explicação para a discrepância entre os resultados do presente estudo e os dos trabalhos é que os eventos modelados nas regiões em questão não têm a variabilidade exibida aqui. Adicionalmente, esses eventos exibem predominantemente uma assimetria acentuada à direita, com a distribuição Log-normal sendo particularmente saliente.

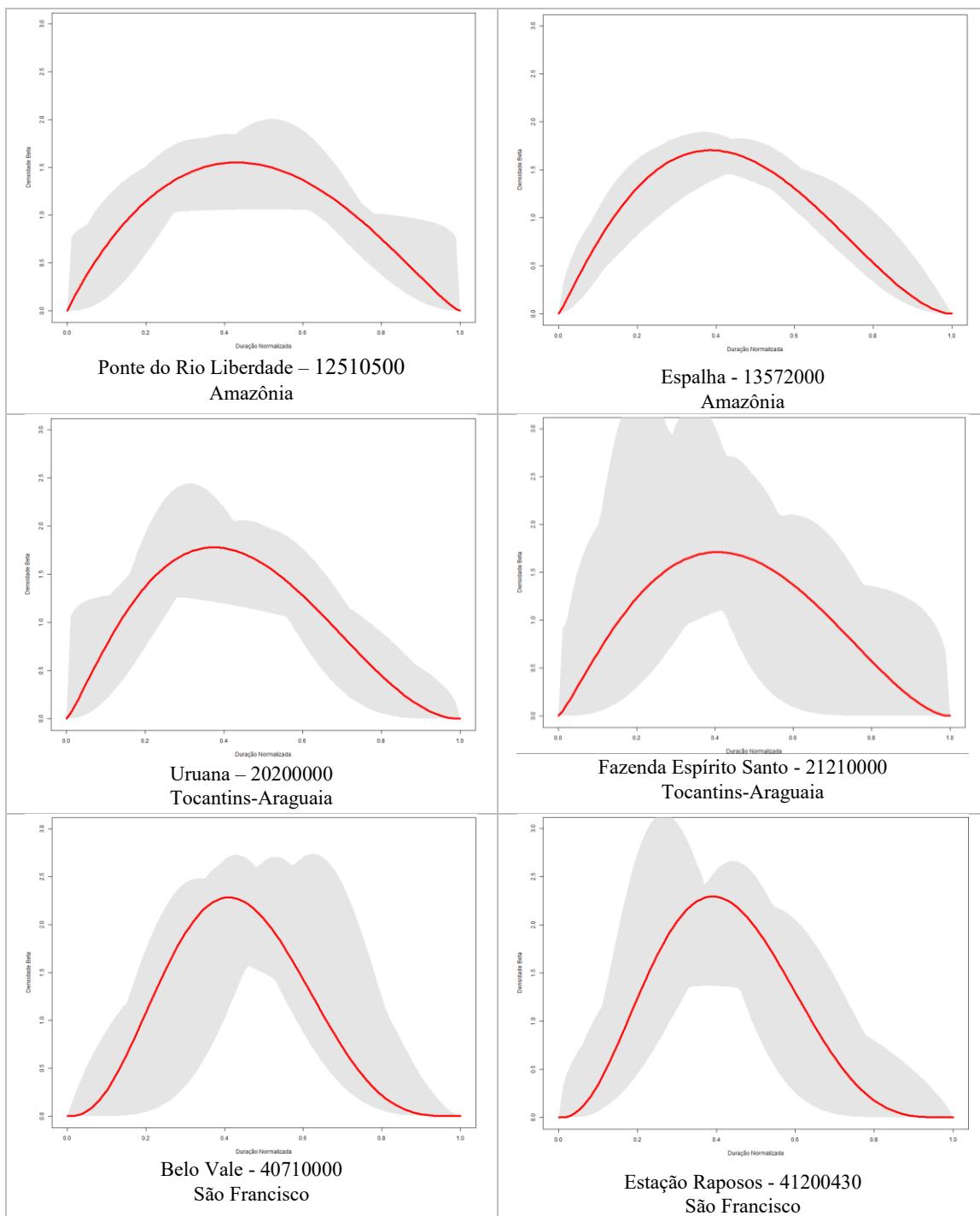
Além disso, é evidente que, para as funções Log-Normal e Gama, a ausência de suporte finito constitui uma limitação fundamental. Isso é verificado pela observação de que os hidrogramas modelados com essas distribuições não atingem uma ordenada de zero quando o tempo normalizado é equivalente a um. Por outro lado, a distribuição Beta, devido ao seu suporte finito entre 0 e 1, alinha-se com a condição de limite estipulada, que determina que as coordenadas inicial e final dos hidrogramas normalizados sejam (0,0) e (1,0).

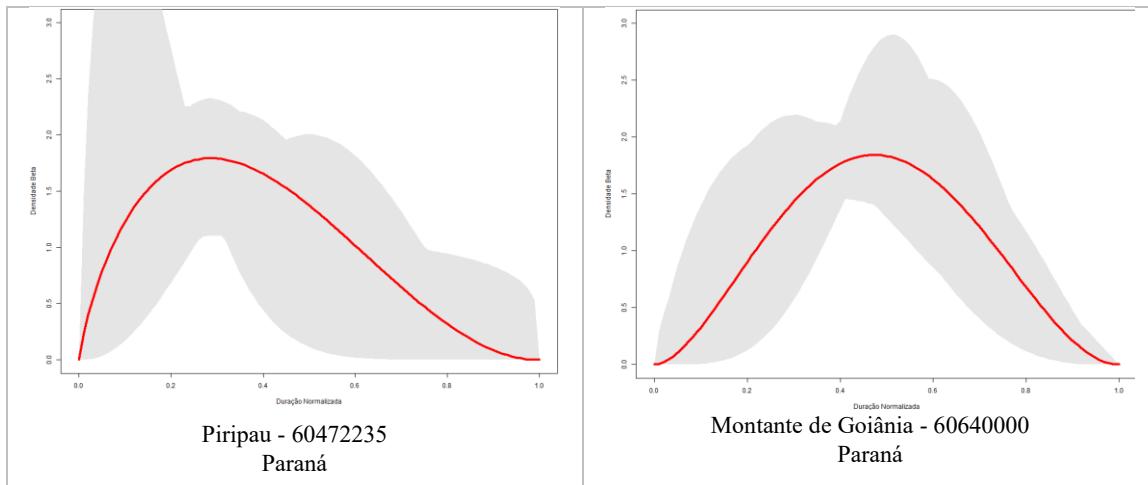
Os resultados apresentados aqui são consistentes com os observados por Serinaldi e Grimaldi (2011), que argumentam que a função Beta é a principal opção para hidrogramas adimensionais. Entretanto, a aplicabilidade da função Beta não é isenta de restrições, pois pode não ser adequada para alguns casos específicos, especialmente quando a forma se comporta de acordo com uma distribuição leptocúrtica, ou seja, com um pico mais pronunciado.

Em resumo, a modelagem da forma dos hidrogramas adimensionais não é uma etapa trivial e não deve ser realizada sob um ponto de vista sem levar em conta a variabilidade, e não há uma família universalmente aceita ou adequada para essa avaliação. A representação de um hidrograma depende das características geométricas, geomorfológicas e hidroclimáticas das bacias hidrográficas, que exercem uma influência direta na resposta aos eventos de cheia. Consequentemente, o processo de representação de um hidrograma pode ser executado por meio de uma variedade de metodologias.

A adoção da distribuição Beta para os dados em questão produziu um número maior de resultados. Foram estimados os parâmetros de forma da distribuição Beta, o tempo de pico e a assimetria. Os hidrogramas adimensionais, modelados pela distribuição Beta, são mostrados na Figura 3.

Figura 3 – Hidrogramas ajustados a partir da distribuição Beta.





Fonte: o autor

A Figura 4 ilustra a variabilidade na forma dos hidrogramas médios normalizados nas várias bacias e regiões hidrográficas avaliadas neste estudo. Essas variações se manifestam principalmente em relação às características de assimetria e intervalos dos hidrogramas obtidos por bacia. Para parametrizar a variabilidade nesse contexto, foram calculados os desvios padrão dos parâmetros de forma da distribuição Beta por região hidrográfica.

Tabela 2 – Média e desvio-padrão dos parâmetros da distribuição Beta.

Região	$\alpha$		$\beta$	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Amazônia	2,323	0,647	3,182	1,323
Tocantins-Araguaia	2,406	0,882	3,709	2,318
São Francisco	2,575	1,034	3,582	1,466
Paraná	2,802	1,542	3,729	1,897

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 2, a bacia Amazônica apresentou a menor variabilidade em ambos os parâmetros de forma. A bacia do Paraná apresentou o maior desvio padrão para o parâmetro de forma relativo à cauda inferior ( $\alpha$ ), enquanto a bacia do Tocantins apresentou o maior desvio padrão para o parâmetro de forma relativo à cauda superior ( $\beta$ ).

Além disso, os valores do tempo de pico (tp) e do coeficiente de assimetria foram extraídos das distribuições para os parâmetros estimados por bacia hidrográfica. Esses parâmetros foram empregados como uma métrica para deliberações relativas aos hidrogramas e à caracterização por região hidrográfica.

Tabela 3 – Tempo de Pico e Assimetria medianos.

Região	Tempo de Pico	Assimetria
Amazônia	0,394	0,171
Tocantins-Araguaia	0,349	0,215
São Francisco	0,366	0,224
Paraná	0,369	0,163
Brasil	0,370	0,205

As bacias do Amazonas e do Paraná apresentam períodos mais curtos de pico de atividade, resultando em uma assimetria comparativamente menor. No caso da bacia do Paraná, há maior variabilidade geométrica em relação aos parâmetros calculados por evento amostrado, bem como menor amostragem em comparação com a bacia Amazônica.

Por outro lado, os hidrogramas observados na bacia Amazônica apresentam picos prolongados e variabilidade diminuída, o que indica um padrão mais pronunciado em sua forma, manifestando-se como maior simetria quando comparados aos hidrogramas das outras bacias. O fenômeno observado pode ser atribuído a vários fatores potenciais, incluindo a presença de áreas de drenagem maiores nas bacias selecionadas nessa região específica. Além disso, a uniformidade no uso do solo, predominantemente floresta densa, pode desempenhar um papel nos padrões observados. As características hidráulicas da camada superficial do solo na região também podem ser um fator contribuinte, embora seja necessária uma investigação mais aprofundada para determinar sua influência.

Na bacia do São Francisco, há maior variabilidade nos hidrogramas, com valores comuns de tempo de pico sendo obtidos. Esse fenômeno é atribuído principalmente à maior variabilidade no uso da terra e ao tamanho médio das bacias, especialmente na região da bacia do Rio das Velhas, onde está situada a maioria das estações examinadas na região hidrográfica.

Na bacia do Tocantins-Araguaia, também há variabilidade no uso da terra, bem como a proximidade de áreas urbanas e áreas de drenagem menores. Essas características podem oferecer uma possível explicação para as discrepâncias observadas em relação aos resultados obtidos na bacia amazônica.

## CONCLUSÕES

Este artigo apresentou uma avaliação da modelagem de forma de hidrogramas de cheias em bacias brasileiras com base em distribuições de probabilidade. De fato, essa é uma etapa importante e necessária para se estimar, com aceitável nível de incerteza, eventos de cheias para compor verificação, projetos e gestão de recursos hídricos. Para tanto, foram separadas centenas de eventos de cheia em 26 bacias brasileiras.

Os eventos de cheia foram submetidos a um processo de normalização, durante o qual as funções de densidade de probabilidade Gama, Log-Normal e Beta foram ajustadas aos dados. No contexto dos dados em consideração, a utilização de uma distribuição Beta para a modelagem dos hidrogramas surgiu como a abordagem mais adequada, uma determinação que foi informada pela característica de suporte finito da distribuição Beta e sua notável versatilidade. A última foi considerada predominante, pois foi detectada variabilidade entre as formas dos eventos de cheia amostrados. Especificamente, os hidrogramas da região amazônica apresentaram maior simetria, enquanto os da região Tocantins-Araguaia demonstraram maior assimetria à direita.

Ademais, percebe-se que um possível entrave para a utilização de um hidrograma normalizado modelado com base em distribuição de probabilidade pode ser a variabilidade experimentada, como visto na Figura 4, que pode ser uma fonte de incerteza na estimativa dos eventos de cheia e acarretar previsões errôneas. Destaca-se, contudo, que o comportamento dos eventos de precipitação não foi endereçado nesta abordagem metodológica. Isso, entretanto, exerce influência significativa na forma dos hidrogramas.

É importante mencionar que o número de estações/eventos de cheia selecionados dificulta uma avaliação pormenorizada dos resultados da regionalização. Independentemente, acredita-se que os critérios adotados para seleção das estações, em especial, a discretização temporal das informações consideradas (15 min), permitem uma representação suficientemente adequada das variáveis aleatórias que definem os hidrogramas de cheia. Esse fator é crítico para aplicação da presente abordagem metodológica.

## REFERÊNCIAS

- BHUNYA, P. K. et al. Suitability of Gamma, Chi-square, Weibull, and Beta distributions as synthetic unit hydrographs. v. 334, n. 1-2, p. 28–38, 20 fev. 2007.
- BRUNNER, M. I. et al. Flood type specific construction of synthetic design hydrographs. v. 53, n. 2, p. 1390–1406, 1 fev. 2017.
- BRUNNER, M. I. et al. Synthetic design hydrographs for ungauged catchments: a comparison of regionalization methods. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, v. 32, n. 7, p. 1993–2023, 1 jul. 2018.
- CHOW, V. T.; MAIDMENT, D. R.; MAYS, L. W. Applied hydrology. New York: McGraw-Hill, 1988.
- ECKHARDT, K. How to construct recursive digital filters for baseflow separation. Hydrological Processes, v. 19, n. 2, p. 507–515, 2005.
- FISCHER, S.; SCHUMANN, A. Generation of type-specific synthetic design flood hydrographs. p. 1–16, 28 mar. 2023.
- LINSLEY, R. K.; KOHLER, M. A.; JOSEPH. Applied Hydrology. [s.l: s.n.].
- NADARAJAH, S. Probability models for unit hydrograph derivation. Journal of Hydrology, v. 344, n. 3-4, p. 185–189, out. 2007.
- SERINALDI, F.; GRIMALDI, S. Synthetic Design Hydrographs Based on Distribution Functions with Finite Support. Journal of hydrologic engineering, v. 16, n. 5, p. 434–446, 1 maio 2011.