

## XXVI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS

### **REGRAS DE OPERAÇÃO DE RESERVATÓRIOS DO SEMIÁRIDO - PARTE 2: EFEITO NAS FALHAS E NOS ARMAZENAMENTOS**

*Dan Lurie Tavares Fonsêca<sup>1</sup>; Luiz Felipe de Araújo Figueirêdo<sup>2</sup>; Adelena Gonçalves Maia<sup>3</sup> &*

*Joana Darc Freire de Medeiros<sup>4</sup>*

**Abstract:** This study evaluates the impact of applying a Zone-Based Hedging Rule (ZHR) on the performance of 41 reservoirs located in the Piancó-Piranhas-Açu river basin, in the Brazilian semi-arid region. Three operating policies were compared: R1, representing the Standard Operating Policy (SOP); R2, a non-optimized hedging rule; and R3, an optimized rule using a Genetic Algorithm (GA). The analysis considered performance indicators such as reliability, average deficit, drought risk index, hedging severity, and scarcity index. The results indicate that adopting the optimized rule significantly improves the fulfillment of priority demands, although it imposes greater restrictions on non-priority demands. It is concluded that the application of optimized hedging policies can contribute to reducing risks associated with water scarcity in systems subject to prolonged drought periods, requiring a detailed preliminary analysis of the hydrological and operational characteristics of each reservoir.

**Resumo:** O presente trabalho avalia o impacto da aplicação de uma Regra de Racionamento Baseada em Zonas (ZHR) sobre o desempenho de 41 reservatórios localizados na bacia do rio Piancó-Piranhas-Açu, no semiárido brasileiro. Foram comparadas três políticas de operação: a R1 sendo a operação padrão (SOP), a R2 uma regra de racionamento não otimizada e a R3 uma regra otimizada por Algoritmo Genético (GA). A análise considerou indicadores de desempenho como confiabilidade, déficit médio, índice de risco de seca, severidade de racionamento e índice de escassez. Os resultados indicam que a adoção da regra otimizada melhora significativamente o atendimento das demandas prioritárias, embora imponha maiores restrições às demandas não prioritárias. Conclui-se que a aplicação de políticas de racionamento otimizadas pode contribuir para a redução dos riscos associados à escassez hídrica em sistemas sujeitos a prolongados períodos de estiagem, sendo necessária uma análise prévia detalhada das características hidrológicas e operacionais de cada reservatório.

**Palavras-Chave** – Racionamento de água, Indicadores de desempenho, Semiárido brasileiro.

#### **1. INTRODUÇÃO**

A escassez hídrica é uma das principais preocupações nas regiões semiáridas brasileiras, onde a sazonalidade acentuada das chuvas e a ocorrência de longos períodos de estiagem impõem desafios significativos à gestão dos recursos hídricos (ANA, 2017). Nesse contexto, os reservatórios exercem papel estratégico ao garantir o abastecimento humano, o suporte à irrigação e o atendimento a múltiplos usos, porém, mesmo estes têm dificuldades de atender integralmente às suas demandas quando sofrem longos períodos de estiagem ou quando não apresentam uma operação otimizada do recurso.

<sup>1)</sup> Dept. de Engenharia Civil e Ambiental – UFRN, Lagoa Nova, Natal, RN 59078-970, tel: (84) 3215-3723, e-mail: danlurie@hotmail.com

<sup>3)</sup> FECFAU, Unicamp, Rua Saturnino de Brito 224, Campinas, SP, CEP 13083-889, luizfgrdo@gmail.com

<sup>2)</sup> Dept. de Engenharia Civil e Ambiental – UFRN, Lagoa Nova, Natal, RN 59078-970, tel: (84) 3215-3723, e-mail: adelenam@gmail.com

<sup>3)</sup> Dept. de Engenharia Civil e Ambiental – UFRN, Lagoa Nova, Natal, RN 59078-970, tel: (84) 3215-3723, e-mail: joanadarc.medeiros@gmail.com

Uma das estratégias de operação de reservatório mais amplamente estudadas e aplicadas em sistemas de reservatórios é a chamada política de operação padrão (SOP – *Standard Operation Policy*), que consiste em liberar toda a água disponível com o objetivo de atender plenamente às demandas existentes (Tu et al., 2008). No entanto, essa abordagem pode levar a sérios prejuízos em períodos posteriores, uma vez que prioriza apenas a eliminação dos déficits presentes, sem considerar as possíveis consequências futuras (Men et al., 2019; Philipose, 1998).

Como resposta a esse problema, novas estratégias operacionais foram desenvolvidas com o propósito de preservar recursos hídricos durante épocas de maior disponibilidade, visando garantir o suprimento em períodos de escassez (Shih; ReVelle, 1994; Tu; Hsu; Yeh, 2003; Tu et al., 2008; Chang et al., 2010; Men et al., 2019; Gomes; Maia; Medeiros, 2021; Silva et al., 2021; Gomes; Maia; Medeiros, 2022). Em contextos onde os reservatórios enfrentam secas recorrentes, a adoção de práticas de racionamento durante os períodos de abundância pode reduzir significativamente os impactos da escassez ao longo do tempo, evitando colapsos severos.

Uma das técnicas utilizadas para esse fim é a Regra de Racionamento Baseada em Zonas (ZHR - *Zone-based Hedging Rule*), que segmenta o volume armazenado do reservatório em diferentes faixas, cada uma associada a um fator de racionamento específico. Essa metodologia tem demonstrado bons resultados na melhoria do atendimento às demandas em cenários de estiagens severas. A implementação eficiente dessa estratégia geralmente envolve modelos de otimização e algoritmos computacionais, que buscam equilibrar o uso da água de forma a garantir o abastecimento em momentos críticos, sem comprometer demasiadamente o sistema.

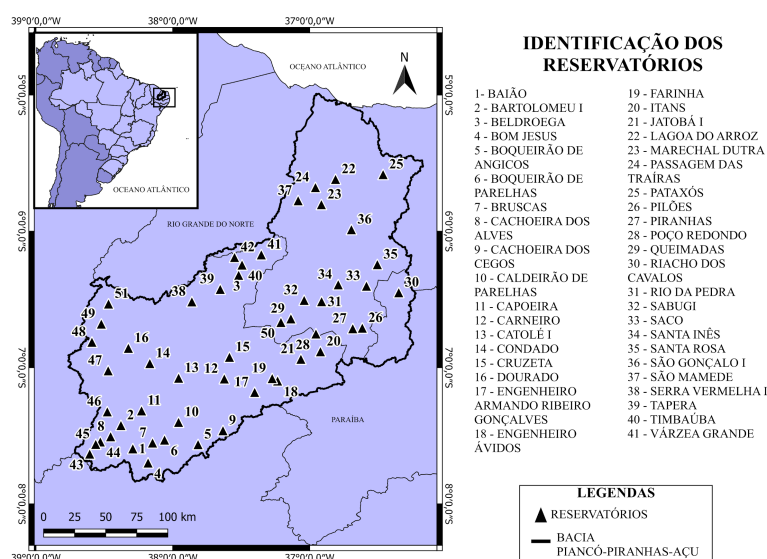
O presente trabalho tem como objetivo avaliar a resposta dos reservatórios da bacia do rio Piancó-Piranhas-Açu frente à aplicação de diferentes estratégias de operação em cenários de escassez. Para isso, são analisados indicadores como a duração e frequência de falhas no atendimento e métricas estatísticas para a análise da variabilidade do armazenamento. A comparação entre os períodos médios e máximos de falha permite mensurar a gravidade dos eventos críticos e avaliar a eficácia das regras de racionamento na gestão da crise hídrica. Espera-se que os resultados obtidos contribuam com a formulação de políticas públicas mais eficientes e com o fortalecimento da resiliência hídrica no semiárido brasileiro.

## **2. METODOLOGIA**

### **2.1. ÁREA DE ESTUDO**

A bacia hidrográfica do rio Piancó-Piranhas-Açu, localizada no domínio semiárido do Nordeste brasileiro, é uma das mais expressivas da Região Hidrográfica Atlântico Nordeste Oriental, com uma extensão aproximada de 43.683 km<sup>2</sup>. Essa bacia se distribui pelos estados da Paraíba e do Rio Grande do Norte, englobando mais de 130 núcleos urbanos (ANA, 2018). Seu rio principal apresenta regime intermitente, e as chuvas, geralmente intensas, se concentram em poucos meses do ano, com recorrência de secas prolongadas e variações sazonais acentuadas na disponibilidade hídrica. Os reservatórios da região exercem papel estratégico no fornecimento de água para abastecimento humano, industrial e para projetos de irrigação (ANA, 2017), tendo sido foco de estudos anteriores como os de Silva et al. (2021) e Maia et al. (2024). Esta pesquisa concentrou-se em 41 reservatórios distribuídos ao longo da bacia, conforme identificados na figura correspondente.

Figura 1 - Mapa da bacia do rio Piancó-Piranhas-Açu



## 2.2. BALANÇO HÍDRICO E REGRAS DE OPERAÇÃO

As simulações de balanço hídrico foram realizadas em base mensal ( $i$ ). Para cada mês, aplicou-se a equação do balanço hídrico (Eq. 1), a qual estima o volume final provisório do reservatório ( $V_{i+1}$ ) considerando o volume inicial ( $V_i$ ), as entradas (vazão afluyente ( $Q_i$ ) e precipitação ( $P_i$ )) e as saídas (evaporação ( $E_i$ ) e adução para demandas ( $D_i$ )).

$$V_{i+1} = V_i + Q_i + P_i - E_i - D_i \quad (1)$$

A demanda hídrica mensal (Eq. 2) considera dois componentes: prioritário e não prioritário. A demanda prioritária tem precedência, sendo integralmente atendida antes de qualquer alocação à demanda não prioritária. No modelo SOP (Standard Operating Policy), toda a água disponível é liberada até o limite do volume mínimo, sem racionamento, aqui esta regra será considerada a nossa R1.

$$Dt_i = Dp_i + Dn_i \quad (2)$$

Já a política de Zonas de Racionamento Hídrico (ZHR) define faixas de operação com base em curvas de regra que associam a disponibilidade hídrica mensal (Eq. 3,4,5,6) aos fatores de racionamento. A posição dessas curvas varia entre os períodos úmido (jan-jun) e seco (jul-dez), como recomendado por diversos autores (Chang et al., 2010; Gomes et al., 2021, 2022). A metodologia utiliza dois limiares por curva para cada período ( $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ ), estabelecendo níveis crescentes de severidade conforme a redução da disponibilidade hídrica ( $CR_1$  e  $CR_2$ ).

Na simulação, foram aplicadas duas versões da ZHR:

- **R2:** regra não otimizada com curvas e fatores de racionamento padronizados para todos os reservatórios (níveis de 80% para  $CR1_u$ , 70% para  $CR1_s$ , 60% para  $CR2_u$  e 50%  $CR2_s$  da capacidade máxima, com fatores de 75% e 50% para  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  respectivamente ).
- **R3:** regra otimizada por algoritmo genético (GA), baseado no método de Scrucca (2013) no R. O GA simula processos evolutivos, gerando combinações dos seis parâmetros da ZHR, avaliadas por uma função de adequação que incorpora uma função objetivo e penalidades. A

função objetivo adotada foi a confiabilidade volumétrica da demanda prioritária (Eq. 7), definida como a razão entre o volume atendido e o demandado prioritariamente ao longo do período.

$$V_{i+1} \geq CR_1 \rightarrow Y_i = D_i \quad (3)$$

$$CR_2 \leq V_{i+1} \leq CR_1 \rightarrow Y_i = \alpha_1 * D_i \quad (4)$$

$$VM \leq V_{i+1} \leq CR_2 \rightarrow Y_i = \alpha_2 * D_i \quad (5)$$

$$V_{i+1} \leq VM \rightarrow Y_i = 0 \quad (6)$$

$$Rv_p = \frac{\sum_{i=1}^N Yp_i}{\sum_{i=1}^N Dp_i} \quad (7)$$

## 2.3. ÍNDICES DE AVALIAÇÃO

### 2.3.1. ANÁLISE DOS PERÍODOS DE FALHA

Uma forma de se entender a gravidade dos períodos de seca é pela quantidade de períodos de falha consecutivos, ou seja, as durações dos eventos de falha. Desse modo, o presente estudo calculou, para cada reservatório, a quantidade média de períodos consecutivos de falha, chamada de  $F_c$ , e o máximo de períodos consecutivos de falha, chamado de  $F_{cmax}$ . A comparação entre esses dois valores será um instrumento para medir a gravidade dos períodos de seca, visto que altos valores representarão longos períodos sem o atendimento integral das demandas, ou seja analisando falhas integrais e parciais, deixando as comunidades do entorno do reservatório sujeitas a graves prejuízos. Com isso, a relação entre os dois valores foi feita por meio da razão entre os valores máximo e médio de períodos de falha consecutivos, chamada de  $R_{Fc}$  é calculada conforme a equação 8.

$$R_{Fc} = \frac{F_{cmax}}{F_c} \quad (8)$$

Entretanto, também é necessário analisar essa mesma relação para o caso de períodos consecutivos de falha integral. Se longos períodos sem atendimento integral das demandas já se mostra como um problema, a gravidade se torna ainda maior ao se tratar de vários meses consecutivos em que não há nenhuma liberação de água.

### 2.3.2. ANÁLISE DA MÉDIA E DA VARIABILIDADE DO ARMAZENAMENTO

Pode-se supor que reservatórios que conseguem manter seu armazenamento em níveis mais altos devem ter uma maior segurança contra a ocorrência de secas, visto que se terá uma maior disponibilidade de recursos no momento em que a vazão afluente começar a diminuir. Desse modo, considerando que o presente estudo tem o objetivo de identificar a eficácia de regras de racionamento no combate a grandes déficits em períodos secos, é cabível fazer uma análise do armazenamento de cada reservatório ao se aplicar cada regra. Tal análise foi feita pela média e pelo coeficiente de variação do armazenamento ao longo do período simulado, calculadas conforme as equações 9 e 10, em que  $\bar{A}$ ,  $Desv_A$  e  $CV_A$  são, respectivamente, a média, o desvio padrão e o coeficiente de variação do armazenamento, ao passo que representa o total de períodos.

$$\bar{A} = \frac{\sum_{i=1}^N A_i}{N} \quad (9)$$

$$CV_A = \frac{Desv_A}{\bar{A}} \quad (10)$$

Visto que os reservatórios possuem armazenamentos muito diferentes, o valor de foi ponderado pelo armazenamento máximo conforme a Equação 11, resultando em um armazenamento médio percentual chamado de  $p\bar{A}$ . Desse modo, os dados passam a ser melhor interpretados, visto que não são influenciados pelo tamanho do reservatório.

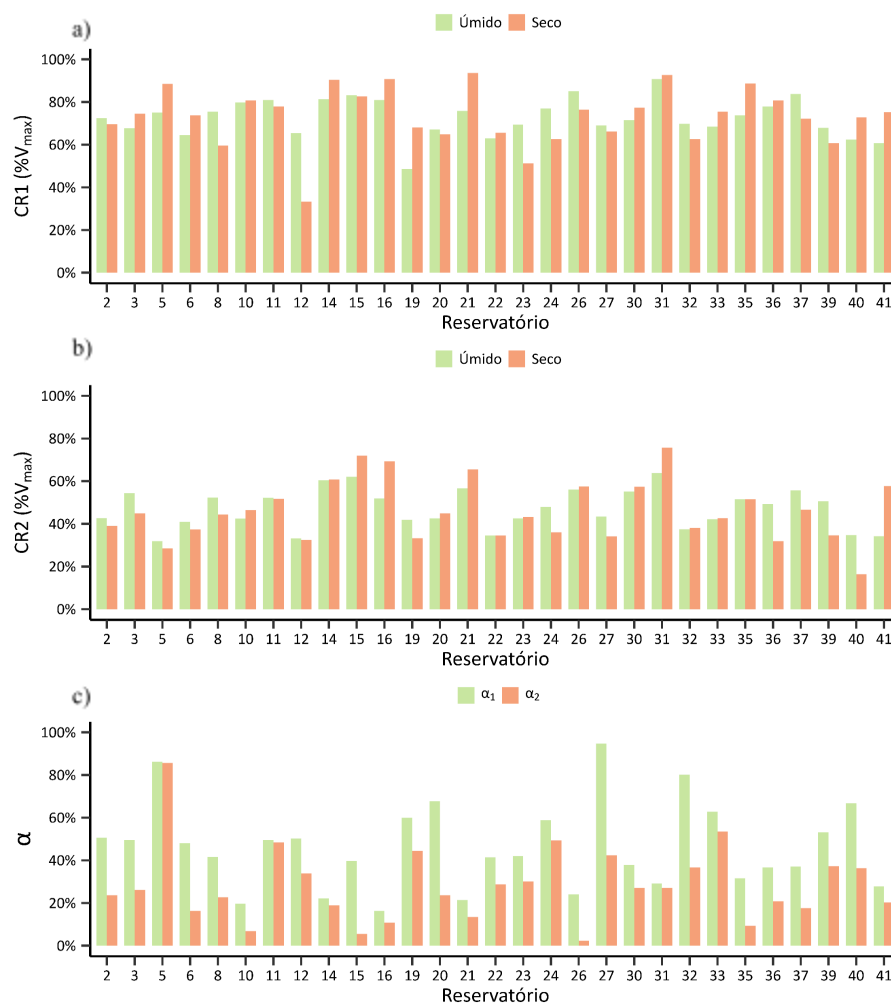
$$p\bar{A} = \frac{\bar{A}}{A_{max}} \quad (11)$$

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

#### 3.1. CURVAS DE REGRA E FATORES DE RACIONAMENTO RESULTANTES

São apresentados, na Figura 2, os resultados obtidos para as curvas de regra e para os fatores de racionamento por meio do processo de otimização com algoritmos genéticos, Regra 3. Por meio dos gráficos, não é possível perceber um padrão, mostrando que o perfil ideal de racionamento para melhoria de atendimento da demanda prioritária varia muito a depender das características de cada reservatório.

Figura 2 - Resultados de R3 para a) CR1, b) CR2 e c)  $\alpha$



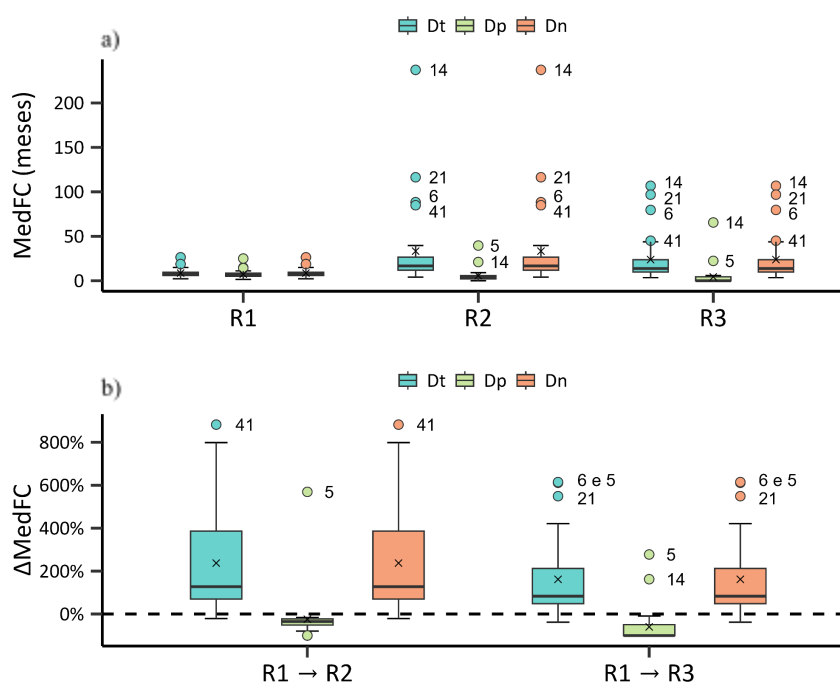


### 3.2. ANÁLISE DOS PERÍODOS DE FALHA

#### 3.2.1. MÉDIA DE FALHAS CONSECUTIVAS

Os resultados para a média de falhas consecutivas são mostrados na Figura 3, na qual é possível perceber que os resultados para as demandas total e não prioritária são os mesmos, visto que um período de falha para um é, necessariamente, um período de falha para o outro. Os aumentos dos valores de *MedFC* para *Dt* e *Dn* se justifica pela ocorrência, com a aplicação do racionamento, de déficits a partir do momento em que a disponibilidade hídrica se encontra abaixo da primeira curva de regra. Em geral, a maioria dos reservatórios apresentou valores de  $\alpha$  superiores à razão  $Dp/Dt$ , o que significa que a demanda prioritária deixa de ser atendida apenas quando se chega ao volume morto. As únicas exceções para esta regra foram os reservatórios 5, tanto em R2 quanto em R3, e o reservatório 14, apenas em R3. Este fato justifica a ocorrência de tais reservatórios como outliers para a demanda prioritária, visto que cada período em que ela é racionada contará como um período de falha, o que acontece ao se alcançar uma *CR* sob a qual um fator  $\alpha$  inferior a  $Dp/Dt$  é aplicado.

Figura 3 - Resultados de a) *MedFC* e b)  $\Delta MedF$



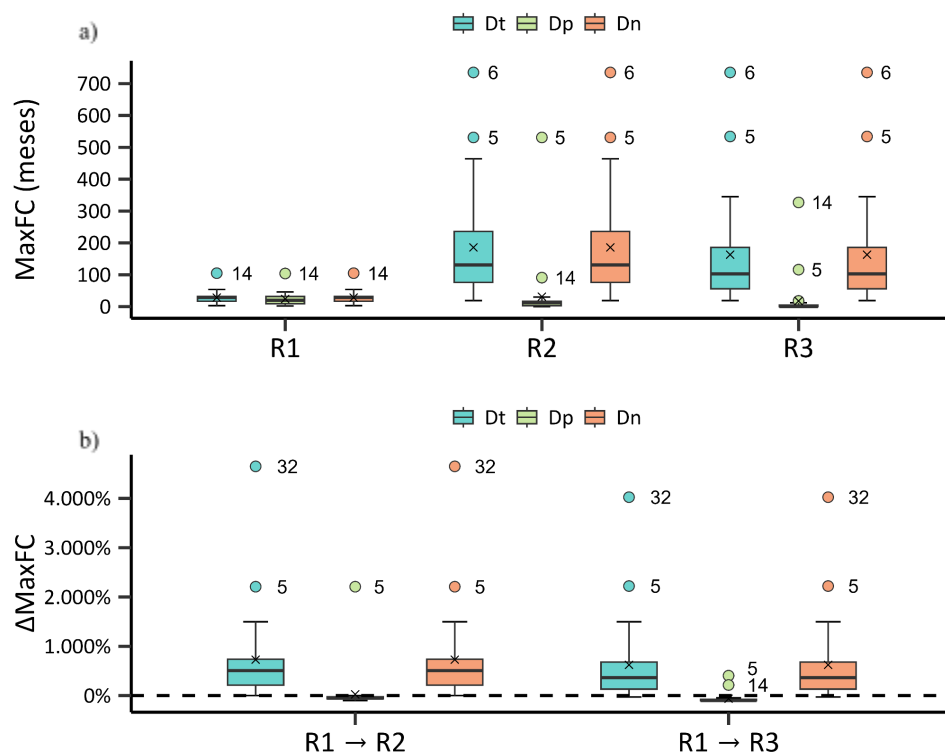
Outro ponto a ser citado é o fato de a R3 ter apresentado, em relação à R2, menores aumentos para *Dt* e *Dn* e maiores reduções para *Dp*. Isto indica que a regra otimizada tem uma melhor atuação no que se trata de média de falhas consecutivas.

#### 3.2.2. MÁXIMO DE FALHAS CONSECUTIVAS

Em relação aos valores máximos, os resultados são apresentados na Figura 4, também possuindo a característica de ter dados para *Dt* iguais aos dados para *Dn*. Assim como os resultados para *MedFC*, os valores de *MaxFC* também apresentaram as características de aumento dos valores para *Dt* e *Dn*, de redução dos valores para *Dp*, de resultados da R3 mais satisfatórios do que os da R2 e de aparecimento dos reservatórios 5 e 14 como outliers. Entretanto, o que os diferencia dos resultados da Figura 3 é o aparecimento do reservatório 32 como outlier. Ao analisar os dados, foi

percebido que tal reservatório foi o que melhor conseguiu atender suas demandas quando aplicada a R1, aduzindo 99,60% do volume demandado ao longo do período simulado. Logo, enquanto seu valor de  $MaxFC$  para  $Dt$  e  $Dn$  com a R1 foi de 4 meses, ele passou para 190 meses com a R2 e para 165 meses com a R3. Logo, os resultados mostram que deve ser dada uma atenção aos reservatórios que já possuem um bom atendimento, pois seus períodos de racionamento mais duradouros podem chegar a valores muito superiores aos que se tinham antes da aplicação do racionamento.

Figura 4 - Resultados de a)  $MaxFC$  e b)  $\Delta MaxFC$



### 3.3. ANÁLISE DA MÉDIA E DA VARIABILIDADE DO ARMAZENAMENTO

#### 3.3.1. MÉDIA E COEFICIENTE DE VARIAÇÃO DO ARMAZENAMENTO

Os resultados para  $MedV$  e  $CVV$  são apresentados nas figuras 6 e 7, respectivamente. Por meio delas, entende-se que o processo de otimização faz com que o reservatório tenda a manter seu nível mais alto e menos variável, com tal fenômeno sendo mais intenso na R3 do que na R2. O fato de o reservatório 14 ter aparecido como outlier em ambas as figuras abre o questionamento sobre o impacto que um atendimento deficitário tem nos valores de  $MedV$  e  $CVV$ , visto que, com a aplicação da R1, tal reservatório foi o que menos conseguiu atender suas demandas. No cenário sem racionamento, ele obteve um valor de 12,49% de confiabilidade ( $Rv$ ), a qual é a relação entre o volume atendido e o volume demandado ao longo do período. Essa condição fazia com que possuísse um baixo nível médio e uma alta variação de armazenamento. Porém, com o racionamento, foi observada uma melhora considerável do reservatório em ambos os índices. Desse modo, foi feita uma análise da relação entre armazenamento e confiabilidade, apresentada no item 3.3.2.

Figura 5 - Resultados de a)  $MedV$  e b)  $\Delta MedV$

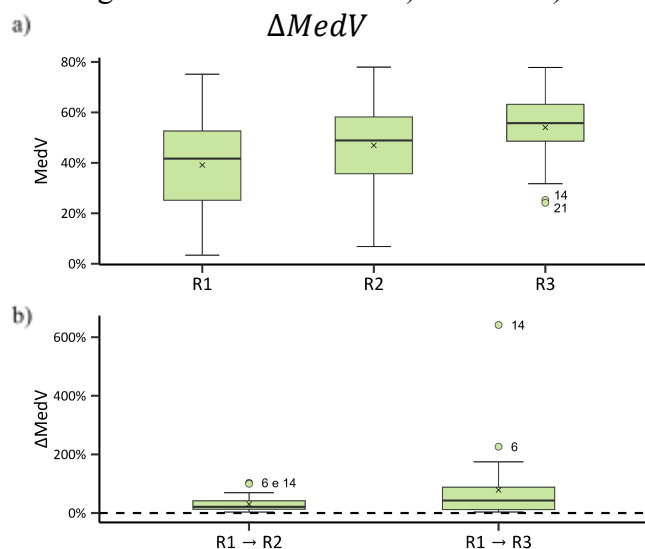
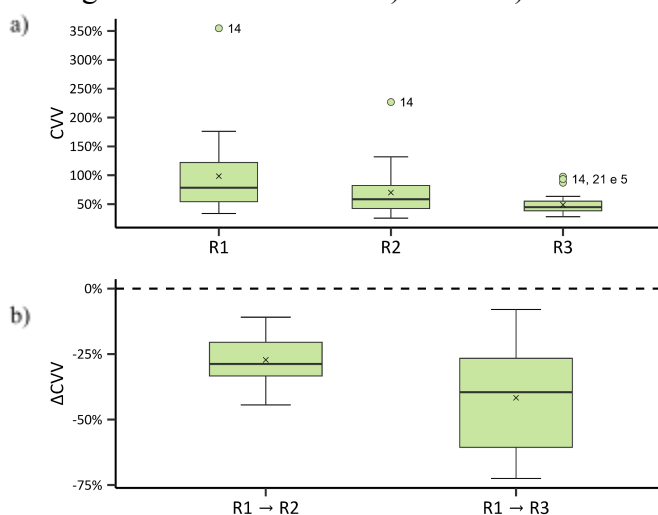


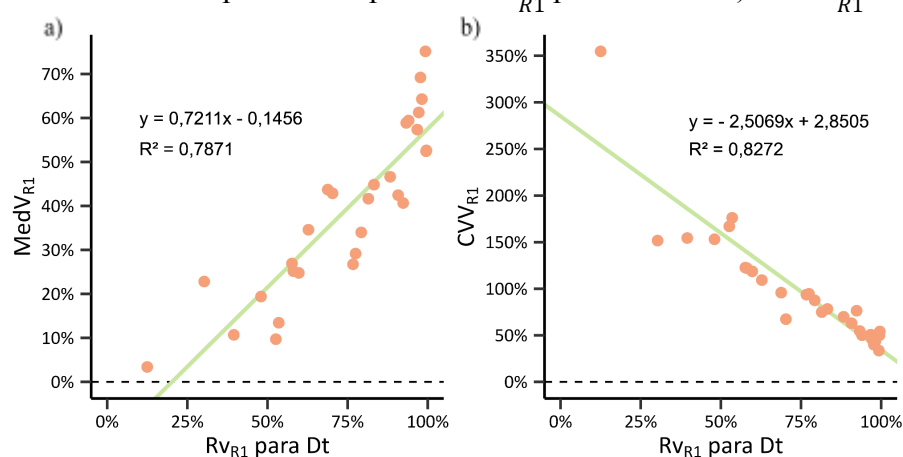
Figura 6 - Resultados de a)  $CVV$  e b)  $\Delta CVV$



### 3.3.2. RELAÇÃO ENTRE ARMAZENAMENTO E CONFIABILIDADE

A figura 7 apresenta gráficos de dispersão que relacionam as confiabilidades para  $Dt$  obtidas com a aplicação da R1 com os valores de  $MedV$  e  $CVV$  para a mesma regra. Os gráficos corroboram com a hipótese de que reservatórios que de maiores confiabilidades são aqueles que conseguem manter seu nível mais alto e menos instável, ou seja, com valores mais altos de  $MedV$  e mais baixos de  $CVV$ . Logo, é necessário entender como o racionamento impacta nesses dois indicadores para reservatórios de confiabilidades diferentes, visto que aqueles que possuíam valores mais baixos de  $Rv$  na R1 são os que mais precisam aumentar  $MedV$  e diminuir  $CVV$ .

Figura 7 - Gráficos de dispersão comparando  $Rv_{R1}$  para  $Dt$  com a)  $MedV_{R1}$  e b)  $CVV_{R1}$

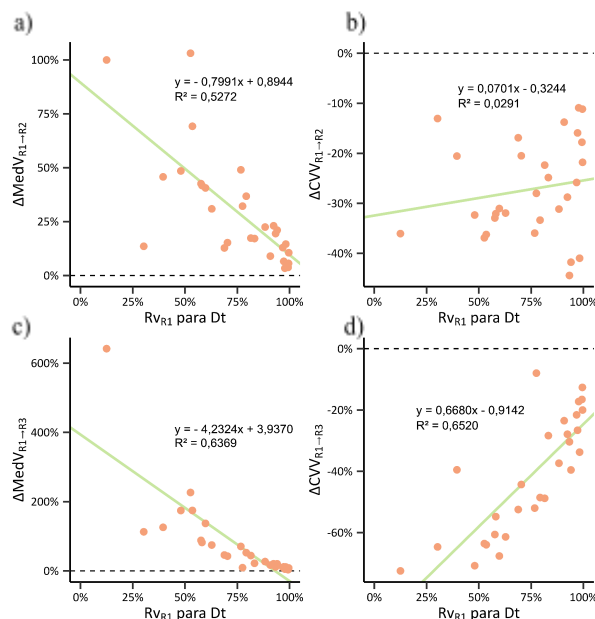


A Figura 8 apresenta gráficos de dispersão que relacionam os mesmos valores de  $Rv_{R1}$  da Figura 7 com os valores de  $\Delta MedV$  e  $\Delta CVV$ . Ao analisar os resultados, entende-se que a R3 é capaz de, com uma certa uniformidade, aumentar os valores de  $MedV$  e diminuir os valores de  $CVV$  para aqueles reservatórios que possuíam um pior atendimento de suas demandas no cenário padrão. Isto



faz com que o nível médio d'água aumente e varie menos, gerando uma melhor performance. Entretanto, essa uniformidade não foi percebida para os dados referentes à aplicação da R2, os quais obtiveram menores valores de  $R^2$ . Tal resultado caracteriza um benefício de se utilizar a regra otimizada no lugar de uma não otimizada.

Figura 8 - Gráficos de dispersão comparando  $Rv_{R1}$  para  $Dt$  com a)  $\Delta MedV_{R1 \rightarrow R2}$ , b)  $\Delta CVV_{R1 \rightarrow R2}$ , c)  $\Delta MedV_{R1 \rightarrow R3}$  e d)  $\Delta CVV_{R1 \rightarrow R3}$



#### 4. CONCLUSÕES

Este estudo permitiu analisar o impacto que a aplicação de regras de operação baseadas em zonas tem na redução da duração de períodos consecutivos de falha do atendimento de demandas prioritárias, além de avaliar como essas mesmas regras impactam na média e na variação do nível d'água dos reservatórios. Foi possível perceber que a otimização da regra é capaz de impor uma melhor performance ao atendimento de demandas para abastecimento humano e dessedentação animal, propiciando menores durações de falha tanto em termos médios quanto em termos máximos. Além disso, tais regras otimizadas conseguem aumentar e estabilizar melhor o armazenamento do reservatório, dificultando a chegada ao volume morto.

Um ponto a se atentar é a questão da confiabilidade dos reservatórios no cenário sem racionamento. Os resultados indicam que reservatórios que não atendiam bem suas demandas são beneficiados com a aplicação do racionamento, pois tiveram melhoras consideráveis em termos de armazenamento em relação a outros que já possuíam um bom atendimento. Além disso, reservatórios de boa performance sem a consideração do racionamento, podem ter aumentos consideráveis das durações de períodos consecutivos de falha em relação ao que já possuíam na situação padrão.

Por fim, supõe-se que fatores hidrológicos e morfológicos influem nos resultados, tema que poderia ser tratado em pesquisas futuras. Tendo em vista que características como curva cota-área-volume, demanda, capacidade de armazenamento e taxas de precipitação e evaporação são agentes importantes no balanço hídrico, é possível que os resultados de performance possam estar associados a eles. São recomendadas novas análises para relacionar estas características a variados indicadores de performance que podem ser levantados por meio dos dados das simulações.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) pelo apoio ao projeto de iniciação científica PIG19826-2022 de tipo PIBIC PROPESQ.

## 5. REFERÊNCIAS

- AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS (Brasil). **Reservatórios dos Semiárido Brasileiro: Hidrologia, Balanço Hídrico e Operação: Anexo B**. Brasília, DF: ANA, 2017. 140 p. ISBN 978-85-8210-048-6. Disponível em: <https://metadados.snirh.gov.br/geonetwork/srv/api/records/ccc25b76-f711-41ea-a79e-c8d30c287e53>. Acesso em:
- BAYAZIT, M.; ÜNAL, N. E. Effects of Hedging on Reservoir Performance. **Water Resources Research**, [s.l.], v. 26, n. 4, p. 713-719, abr. 1990.
- CHANG, L. C.; CHANG, F. J.; WANG, K. W.; DAI, S. Y. Constrained genetic algorithms for optimizing multi-use reservoir operation. **Journal of Hydrology**, [s.l.], v. 390, n. 1-2, p. 66-74, ago. 2010.
- GOMES, L. S.; MAIA, A. G.; MEDEIROS, J. D. F. Fuzzifield hedging rules for a reservoir in the Brazilian semiarid region. **Environmental Challenges**, [s.l.], v. 4, ago. 2021.
- GOMES, M. G.; MAIA, A. G.; MEDEIROS, J. D. F. Reservoir operation rule in semiarid areas: The quantity-quality approach. **Journal of Hydrology**, [s.l.], v. 610, jul. 2022.
- HASHIMOTO, T.; STEDINGER, J. R.; LOUCKS, D. P. Reliability, Resilience and Vulnerability Criteria for Water Resource System Performance Evaluation. **Water Resources Research**, [s.l.], v. 18, n. 1, p. 14-20, fev. 1982.
- MCMAHON, T. A.; ADELOYE, A. J.; ZHOU, S. L. Understanding performance measures of reservoirs. **Journal of Hydrology**, [s.l.], v. 324, n. 1-4, p. 359-382, jun. 2006.
- MEN, Baohui et al. Research on hedging rules based on water supply priority and benefit loss of water shortage—A case study of Tianjin, China. **Water**, v. 11, n. 4, p. 778, 2019.
- SRINIVASAN, K.; PHILIPOSE, M. C. Effect of Hedging on Over-Year Reservoir Performance. **Water Resources Management**, v. 12, n. 2, p. 95-120, abr. 1998.
- TU, M. Y.; HSU, N. S.; TSAI, F. T. C.; YEH, W. W. G. Optimization of Hedging Rules for Reservoir Operations. **Journal of Water Resources Planning and Management**, Reston, v. 134, n. 1, p. 3-13, jan. 2008.
- SHIH, J. S.; REVELLE, C. Water-Supply Operations During Drought: Continuous Hedging Rule. **Journal of Water Resources Planning and Management**, Reston, v. 120, n. 5, p. 613-629, set./out. 1994.