

XXVI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HIDRÍCOS

COMPARAÇÃO DE MODELOS DE APRENDIZADO DE MÁQUINA COM O MODELO SMAP NA PREVISÃO DE VAZÕES NO RIO MADEIRA EM PORTO VELHO

Bruna Gomes Amancio¹ ; Marcus Suassuna Santos² & Dirceu Silveira Reis Junior³

Abstract: Streamflow forecasting in large basins, such as the Amazon River, is a major challenge due to the great variability of hydrological forcings and contributions from multiple tributaries. This study compares the performance of machine learning models (Multiple Linear Regression, Random Forest, Gradient Boosting, and Neural Networks) with the conceptual SMAP model in forecasting streamflow at the Porto Velho gauging station, considering lead times from 1 to 15 days. Two modeling approaches were tested: (i) direct modeling using local data, and (ii) fusion of forecasts from the Beni and Mamoré rivers, the main upstream contributors. Forecast performance was evaluated using MAE and RMSE metrics. Results indicate that Gradient Boosting performs better during recession periods, while SMAP excels during flood conditions. Monthly error plots revealed seasonal patterns, suggesting that model performance is closely linked to the hydrological cycle, with greater deviations in the flood months (november to january) and smaller errors in the dry season (september). The tributary-fusion approach offered greater stability and lower error dispersion during dry months, although error accumulation was noted during extreme events. These findings highlight the potential of hybrid and adaptive modeling strategies that dynamically select models based on hydrological regimes. For operational applications in water resource management and flood early warning systems, we recommend using a combined approach with model switching based on seasonality and forecast horizon.

Key-Words – Machine Learning, Hydrological Forecasting, Madeira River

Resumo: A previsão de vazões em grandes bacias hidrográficas, como a amazônica, é um desafio devido à grande variabilidade de forçantes hidrológicas e contribuições de múltiplos afluentes. Este estudo compara o desempenho de modelos de aprendizado de máquina (Regressão Linear Múltipla, *Random Forest*, *Gradient Boosting* e Redes Neurais) com o modelo conceitual SMAP na previsão de vazões na estação fluviométrica de Porto Velho, considerando horizontes de 1 a 15 dias. Foram testadas duas abordagens: (i) modelagem direta com dados locais e (ii) combinação das previsões dos rios Beni e Mamoré, principais contribuintes da bacia. As previsões foram avaliadas por meio das métricas MAE e RMSE. Os resultados indicam que o *Gradient Boosting* apresenta melhor desempenho nos períodos de vazante, enquanto o SMAP se destaca em cenários de cheia. Os gráficos mensais de erro revelaram padrões sazonais, sugerindo que o desempenho dos modelos é sensível ao ciclo hidrológico, com maiores desvios nos meses de cheia (novembro a janeiro) e menores erros na seca (setembro). A abordagem com dados da união dos tributários proporcionou menor dispersão dos erros em meses secos, embora tenha acumulado erro em eventos extremos. A análise reforça o potencial de estratégias híbridas e adaptativas que combinem diferentes algoritmos conforme o regime hidrológico. Recomenda-se, para aplicações práticas em gestão de recursos hídricos e sistemas de alerta, o uso combinado de modelos, com alternância conforme a época do ano e o horizonte de previsão.

Palavras-Chave – Aprendizado de máquina, Previsão Hidrológica, Rio Madeira

1) Aluna de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Tecnologia Ambiental e Recursos Hídricos da Universidade de Brasília (PTARH/UnB), Campus Darcy Ribeiro, Brasília/DF, brunagomesamancio@gmail.com

2) Pesquisador em Geociências do Departamento de Hidrologia do Serviço Geológico do Brasil (SGB - CPRM), marcus.santos@sgb.gov.br

3) Professor do Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Universidade de Brasília (ENC/UnB), Campus Darcy Ribeiro, Brasília/DF, dirceureis@unb.br

INTRODUÇÃO

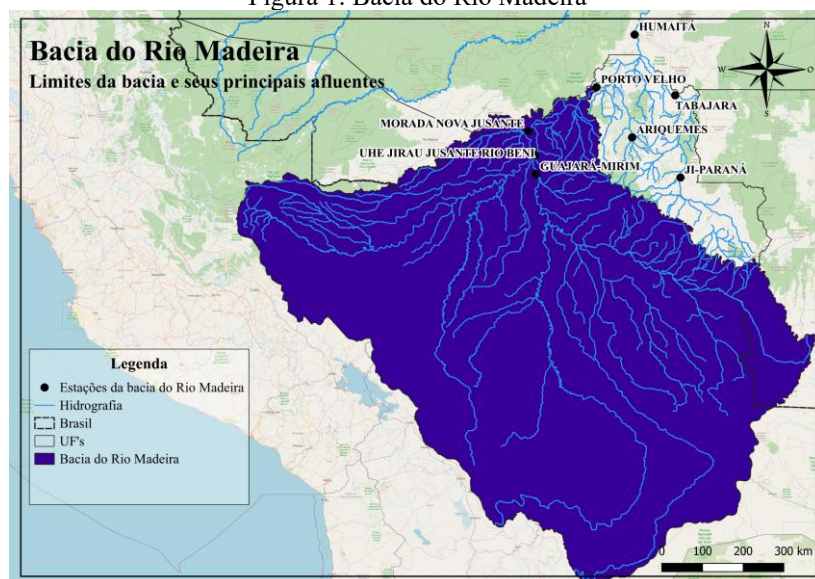
O Rio Madeira é um dos principais afluentes do rio Amazonas, sendo responsável por boa parte da vazão afluente. A sua complexidade hidrológica é amplificada pela influência de eventos extremos (cheias históricas em 2014 e secas históricas em 2024) e ações antrópicas, como as hidrelétricas de Santo Antônio e Jirau (Latrubesse *et al.*, 2017), que alteram os padrões de vazão. A previsão de vazões é essencial para gestão de recursos hídricos, operação de hidrelétricas e mitigação de eventos de cheias e estiagens. Em bacias hidrográficas de grande porte, como a do Rio Madeira, essa tarefa é desafiadora devido à complexidade hidrológica resultante da contribuição de diferentes afluentes. Modelos conceituais como o Soil Moisture Accounting Procedure (SMAP) têm sido aplicados, mas enfrentam limitações na representação de processos complexos. Recentemente, técnicas de aprendizado de máquina vêm demonstrando potencial para capturar não-linearidades em séries temporais, oferecendo uma alternativa promissora aos modelos tradicionais (Kratzert *et al.*, 2019; Shen, 2018).

Este trabalho avalia o desempenho dos modelos de aprendizado de máquina de Regressão Linear Múltipla, *Random Forest*, *Gradient Boosting* e Redes Neurais em comparação ao modelo SMAP na previsão de vazões na estação fluviométrica de Porto Velho para horizontes de previsão de até 15 dias. Neste momento da investigação, o objetivo é identificar o(s) modelo(s) que realiza(m) a melhor previsão de vazão, para diferentes meses do ano, empregando o critério de erro médio de previsão ao longo dos anos de validação; e discutir a possibilidade de implementar esses novos conjuntos de modelos de forma operacional, com foco nas secas e cheias, no âmbito do Sistema de Alerta Hidrológico do Serviço Geológico do Brasil.

METODOLOGIA

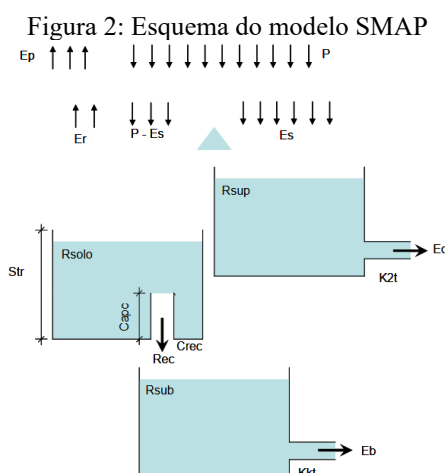
A Figura 1 apresenta área de drenagem da bacia da estação fluviométrica de Porto Velho (15400000) localizada no rio Madeira. A bacia hidrográfica do Rio Madeira em Porto Velho recebe contribuições críticas dos rios Beni, proveniente da Bolívia e Guajará-Mirim (fronteira Brasil-Bolívia). Com o intuito de aprimorar as previsões de vazão, e também de cota em Porto Velho, foram testadas duas diferentes estratégias de modelagem utilizando os seguintes modelos de aprendizado de máquina: Regressão Linear Múltipla, *Random Forest*, *Gradient Boosting* e Redes Neurais, que posteriormente foram comparados com o modelo hidrológico SMAP, esse último já empregado no sistema de previsão atual do SGB para o local.

Figura 1: Bacia do Rio Madeira



O modelo de regressão linear múltipla, por ser um modelo mais simples do que os outros, foi utilizado para fins de comparação com os outros modelos mais complexos, de forma a fornecer uma ideia de ganho na previsão com o aumento da complexidade. A estimativa dos parâmetros do modelo de regressão múltipla foi baseada no método dos mínimos quadrados. Os modelos *Random Forest* e *Gradient Boosting* combinam várias árvores de decisão, porém, enquanto o *Random Forest* gera árvores independentes e descorrelacionadas pela seleção aleatória de variáveis (agregando os resultados por regressão ou classificação), o *Gradient Boosting* gera árvores sequenciais para corrigir os resíduos da árvore anterior com previsões ponderadas por uma taxa de aprendizado (Hastie *et al.*, 2009). Os modelos de previsão baseados em Redes Neurais artificiais são constituídos por modelos estatísticos não lineares, inspirados na estrutura neural biológica, que aprendem representações hierárquicas dos dados através de transformações sucessivas de combinações lineares ponderadas, e possuem arquitetura multicamadas (entrada, camada oculta, saída) e funções de ativação não lineares (Hastie *et al.*, 2009).

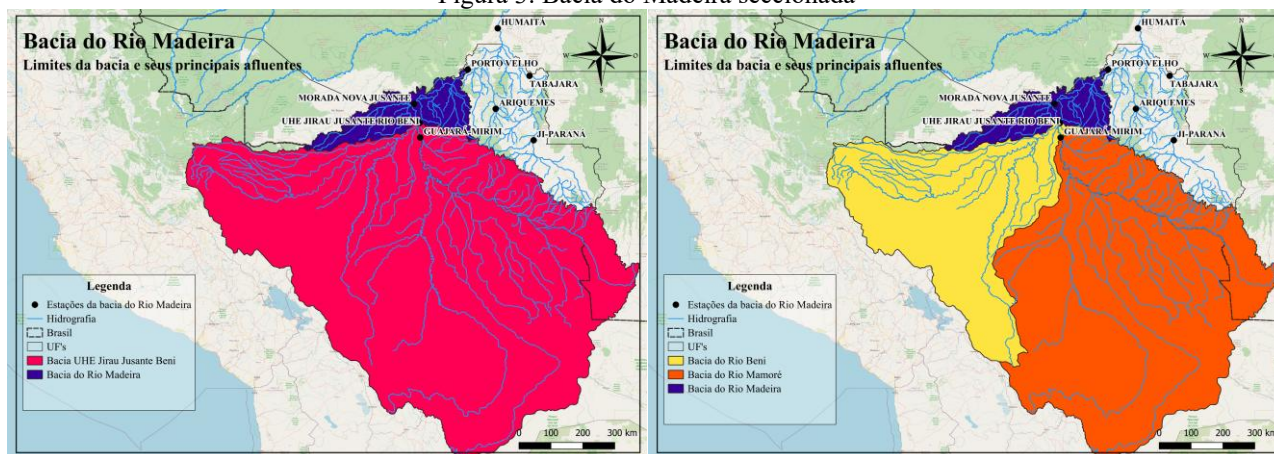
O SMAP (Soil Moisture Accounting Procedure - Lopes *et al.*, 1981) é um modelo concentrado conceitual que pode ser executado em passo diário, mensal ou horário, neste estudo foi utilizado o SMAP diário. A estrutura do modelo contempla 3 reservatórios de acumulação para simulação de processos físicos, sendo um reservatório superficial do solo (Rsolo), um reservatório da superfície da bacia (Rsup) e outro o reservatório subterrâneo Rsub, os quais estão representados na Figura 2.



Legenda: Ep/Er: Evapotranspiração potencial/real; P: Precipitação; Str: Capacidade de armazenamento do solo; K2t: Constante de recessão de escoamento superficial; Crec: Parâmetro de recarga subterrânea; Ai: Abstração inicial; Capc: Capacidade de campo (capc); Kkt: Constante de recessão do escoamento de base; Rec: Recarga subterrânea; Ed: Escoamento direto; Es: Escoamento superficial; Eb: Escoamento de base.

Inicialmente foi criado um conjunto de dados para o rio Beni utilizando dados de satélite de precipitação (dados do produto MERGE do Centro de Previsão do Tempo e Estudos Climáticos - CPTEC) e evapotranspiração (dados de estimacão de evapotranspiração real SSEBOP/USGS - Simplified Surface Energy Balance approach) para a área da bacia do rio Beni à montante da estação UHE Jirau Jusante Beni (15318000). Para os dados de vazão, uma série sintética foi obtida a partir da diferença de vazão entre as estações UHE Jirau Jusante Beni (15318000) e Guajará-Mirim (15250000). Após isso, foram executados os modelos individuais para cada uma das estações fluviométricas (Porto Velho e Guajará-Mirim), e para o conjunto sintético dos dados do rio Beni, utilizando seus respectivos dados de precipitação, evapotranspiração e vazão. Em seguida, foi testada uma abordagem da fusão de previsões, combinando os resultados das simulações individuais das bacias do Beni e Guajará-Mirim através de modelos de machine learning independentes, cujos resultados foram somados para estimar a vazão em Porto Velho. A Figura 3 demonstra como a bacia UHE Jirau Jusante Beni foi dividida e a Figura 4 resume as abordagens utilizadas.

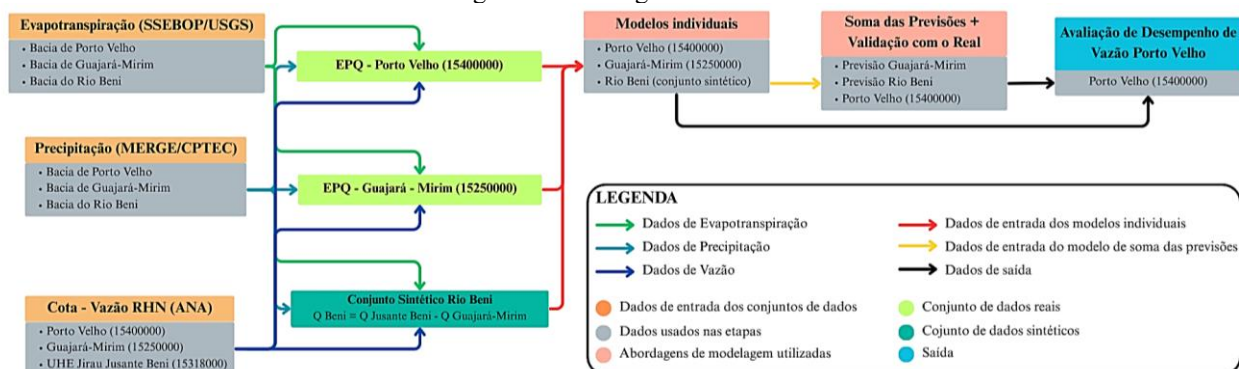
Figura 3: Bacia do Madeira seccionada



(a) Área de drenagem da estação UHE Jirau Jusante Beni (jusante do Rio Beni)

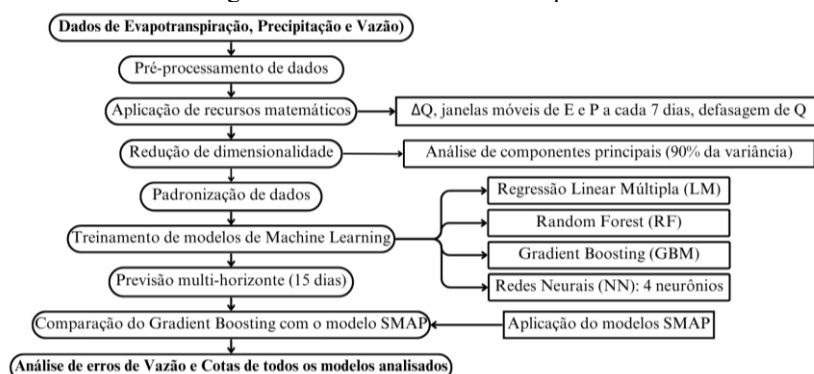
(b) Divisão da área da estação à jusante do Rio Beni em Bacia do Rio Mamoré (Guajará-Mirim) e Rio Beni

Figura 4: Abordagens Utilizadas



Em todas as abordagens foi fixada a semente 123 e foi aplicado um protocolo de pré-processamento, incluindo a diferença entre vazões a cada dia, acumulados móveis de precipitação e evapotranspiração em janelas de 7 a 28 dias, e defasagens de vazão. Depois foi realizada a redução de dimensionalidade via Análise de Componentes Principais (PCA), para seleção de componentes que representassem pelo menos 90% da variância dos dados. As séries temporais foram particionadas em três períodos distintos: treinamento (outubro/2012 até setembro/2017), teste (outubro/2017 a setembro/2019) e validação final (outubro/2019 a setembro/2022), garantindo avaliação robusta e temporalmente independente. Além disso, essas datas foram estabelecidas para que o modelo iniciasse ao final da estação seca das estações. A Figura 2 resume o funcionamento do script base.

Figura 5: Funcionamento do script base



A abordagem de fusão de previsões foi implementada a partir das contribuições dos rios Beni e Mamoré (Guajará-Mirim). Inicialmente, as previsões de vazão geradas por modelos de machine learning (Regressão Linear, Florestas Aleatórias, *Gradient Boosting* e Redes Neurais) treinados individualmente para cada tributário foram combinadas por meio de soma direta. Essas previsões foram validadas por meio de dados observados em Porto Velho para horizontes de previsão de 1 a 15 dias. Paralelamente, o modelo hidrológico SMAP foi simulado para os mesmos tributários, e suas saídas combinadas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os modelos de machine learning (Regressão Linear - LM, *Gradient Boosting* - GBM, *Random Forest* - RF e Redes Neurais - NN) e o modelo hidrológico SMAP foram avaliados para previsão de vazão/cota na estação de Porto Velho (15400000), utilizando duas abordagens: (a) Dados diretos de Porto Velho; (b) Combinação das simulações dos rios Beni e Mamoré (Guajará-Mirim). As Figuras 6 e 7 apresentam os resultados das simulações no período de validação para cada uma das abordagens.

Figura 6: Hidrograma resultante das simulações para Porto Velho por dados diretos de Porto Velho
Machine Learning Models and SMAP forecasting at the Porto Velho stream gauge

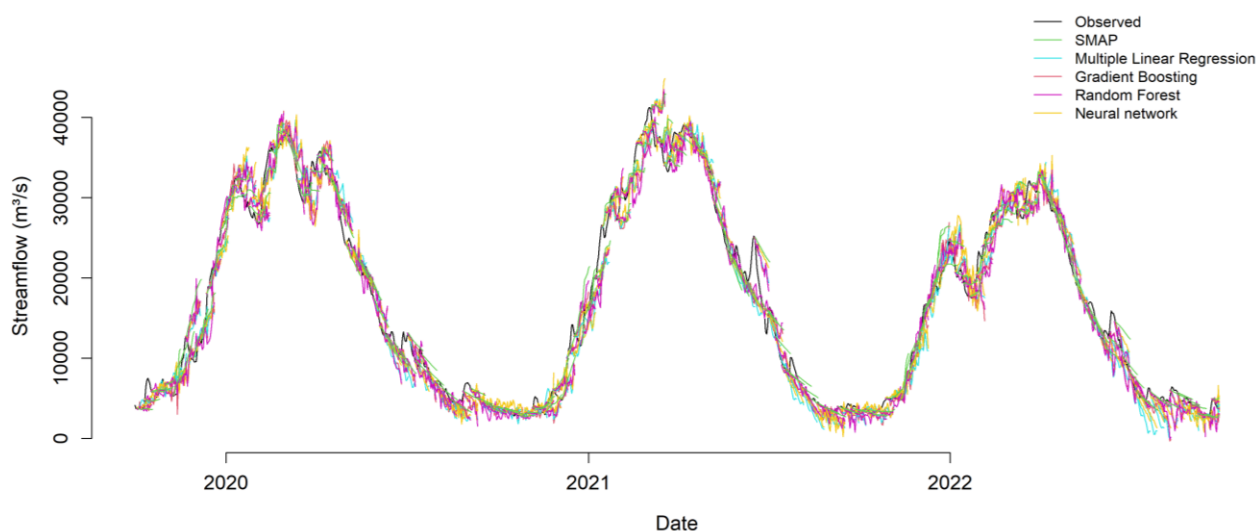
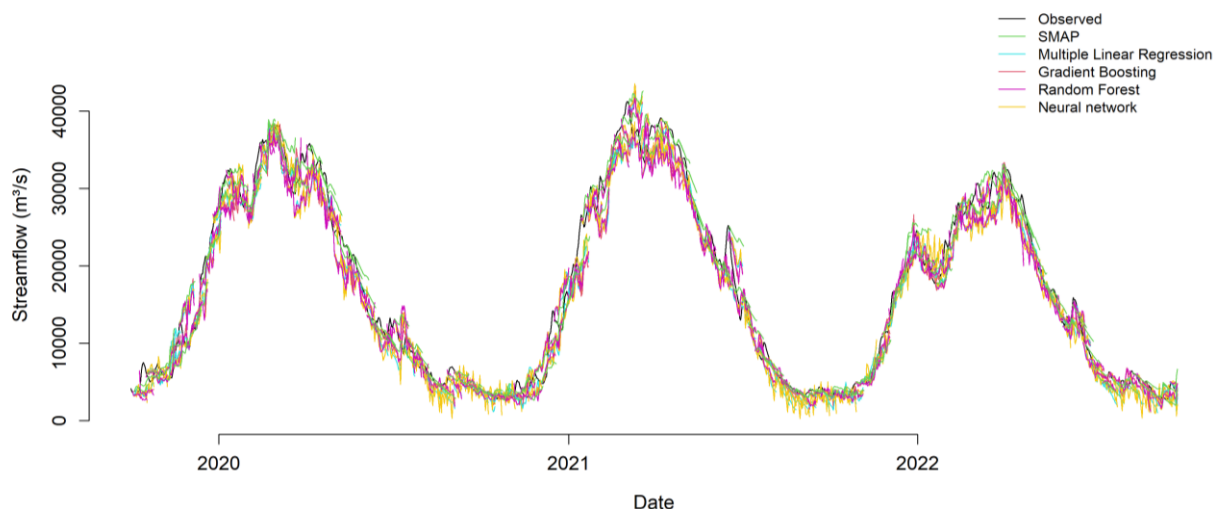


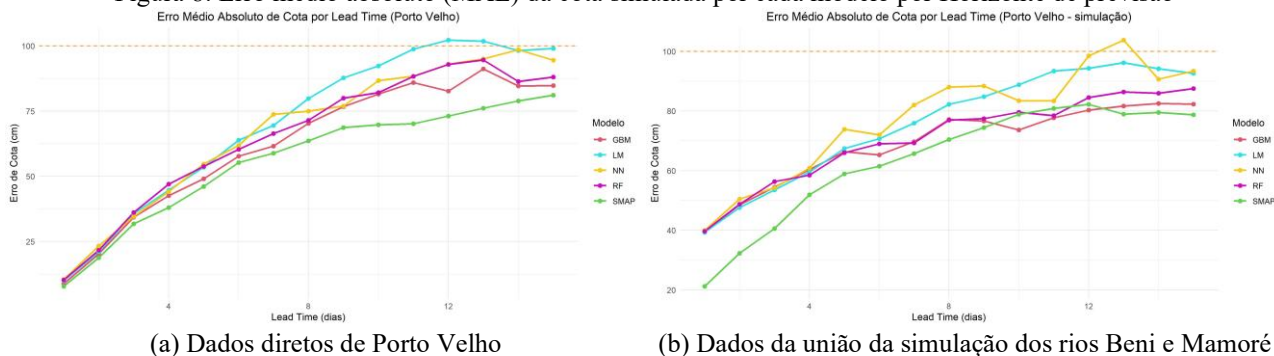
Figura 7: Hidrograma resultante das simulações para Porto Velho pela união da simulação dos rios Beni e Mamoré
Machine Learning Models and SMAP forecasting at the Porto Velho (simulation) stream gauge



Nos períodos de recessão, (abril a agosto), os modelos de aprendizado de máquina mostraram desempenho mais próximo ao do SMAP, sendo mais eficazes na representação da curva de vazante. A Figura 7 mostra que, no caso da abordagem por união dos tributários (Beni e Mamoré), essa capacidade de prever a tendência de recessão foi impactada pela acumulação de erros na previsão dos dois sistemas, levando a um desempenho levemente inferior em comparação ao uso direto dos dados de Porto Velho (Figura 6).

A fim de realizar comparações, as vazões calculadas e observadas foram transformadas em cotas via curvas-chave locais, e o Erro Médio Absoluto (MAE) das diferenças entre as cotas observadas e simuladas ao longo dos horizontes de previsão foram calculados. Após o cálculo, os valores foram plotados por horizonte de previsão a fim de verificar se o erro estava dentro do limiar de admissibilidade de 1 m (100 cm), conforme mostrado pela Figura 8.

Figura 8: Erro médio absoluto (MAE) da cota simulada por cada modelo por Horizonte de previsão

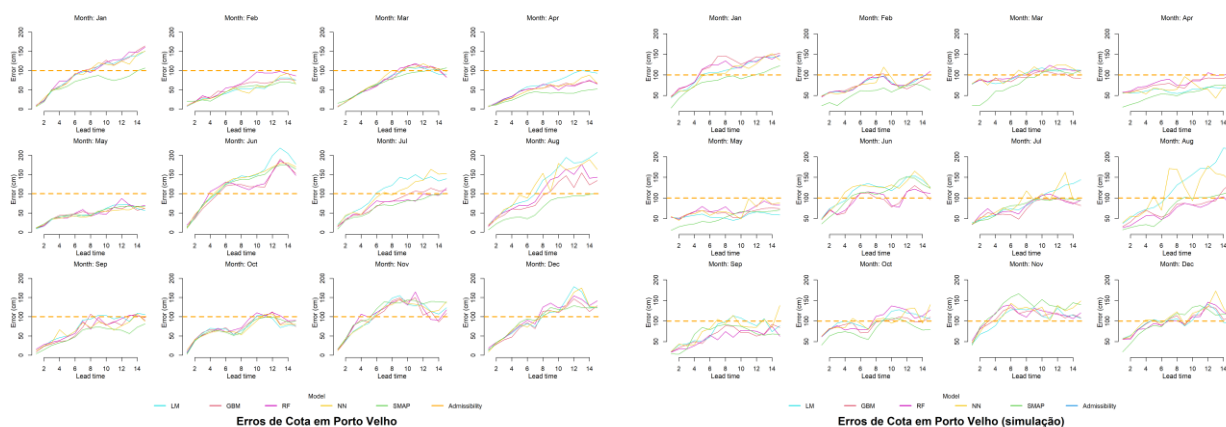


Conforme ilustrado na Figura 8, ambos os gráficos (a) e (b) indicam um aumento gradual do MAE à medida que o horizonte de previsão se estende, uma tendência esperada em modelos preditivos. Embora os Erros Médios Absolutos (MAE) das cotas simuladas por ambos os modelos tenham se mantido abaixo do limiar de 100 cm (1 m) para maioria dos horizontes de previsão (lead times) avaliados, a maioria dos modelos, especialmente em horizontes de previsão mais longos, tende a se aproximar ou até mesmo exceder esse limiar. A comparação entre (a) e (b) sugere que a incorporação de dados de rios afluentes pode aumentar a magnitude do erro e reduzir a sua amplitude.

A fim de verificar a magnitude do erro nos diferentes meses do ano para cada horizonte de previsão e investigar eventuais padrões de erro residual para aprimoramentos futuros do modelo, foi calculada a Raiz Quadrada do Erro Quadrático Médio (RMSE) das diferenças entre as cotas observadas e simuladas ao longo dos horizontes de previsão para cada modelo. Após o cálculo, os valores foram plotados por horizonte e mês de previsão para avaliar a variação de erros em cada mês, e verificar se o erro estava dentro do limiar de admissibilidade de 1 m, como mostrado na Figura 9.

As figuras 9-a) e 9-b) revelam a variabilidade mensal dos erros, permitindo identificar padrões sazonais que podem influenciar a precisão das previsões. De modo geral, os erros tendem a ser mais acentuados nos meses de cheia (principalmente entre novembro e janeiro), principalmente em relação à simulação direta de Porto Velho. Nos meses de seca (setembro), os erros tendem a ser menores e mais estáveis. Embora a simulação baseada na união dos rios Beni e Mamoré tenha apresentado maior magnitude do erro, essa simulação apresentou menor amplitude mensal do erro, o qual apresenta oscilações com o aumento do horizonte de previsão, diferente da simulação direta que apresentou maior dispersão e picos de erro. Esses padrões sugerem que o desempenho dos modelos é ligado ao ciclo hidrológico anual, e que a calibração e a seleção de modelos podem precisar ser adaptadas para diferentes épocas do ano, a fim de otimizar a precisão da previsão.

Figura 9: Raiz quadrada do erro quadrático médio (RMSE) dos erros de cota de cada modelo para cada Horizonte de previsão (Lead Time) por mês

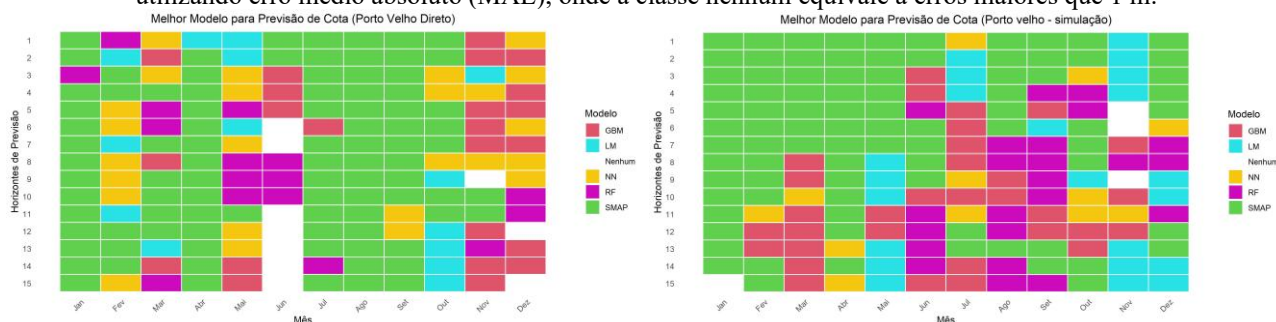


(a) Dados diretos de Porto Velho

(b) Dados da união da simulação dos rios Beni e Mamoré

Para otimizar a escolha do modelo hidrológico para diferentes períodos do ano, a fim de subsidiar decisões operacionais, comparou-se mensalmente o desempenho dos modelos analisados para as duas abordagens em diferentes horizontes de previsão. A seleção baseou-se no menor erro de cota, utilizando as métricas MAE (Figura 10) e RMSE (Figura 11), além da classe "nenhum" para casos onde todos os modelos apresentaram erro superior ao limiar de admissibilidade de 1 m. Esse critério permitiu identificar quando nenhum dos modelos atingiu o nível desejado de confiabilidade.

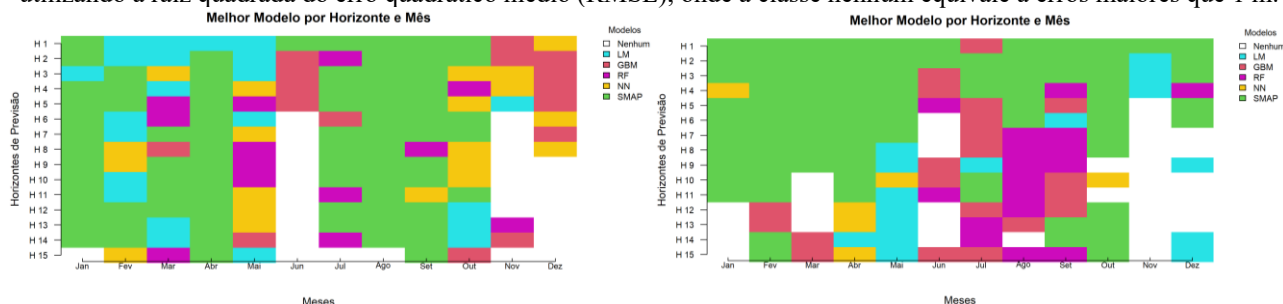
Figura 10: Seleção de melhor modelo por mês e horizonte de previsão por meio do cálculo do menor erro de cota utilizando erro médio absoluto (MAE), onde a classe nenhum equivale a erros maiores que 1 m.



(a) Dados diretos de Porto Velho

(b) Dados da união da simulação dos rios Beni e Mamoré

Figura 11: Seleção de melhor modelo por mês e horizonte de previsão por meio do cálculo do menor erro de cota utilizando a raiz quadrada do erro quadrático médio (RMSE), onde a classe nenhum equivale a erros maiores que 1 m.



(a) Dados diretos de Porto Velho

(b) Dados da união da simulação dos rios Beni e Mamoré

A análise baseada no MAE (Figura 10) demonstra que pelo menos um modelo manteve erro aceitável (<100 cm) na maioria das combinações mês/horizonte. Além disso, a frequência da classe “Nenhum” foi menor no cenário com dados da união dos rios Beni e Mamoré, indicando que, mesmo com erros individuais de maior magnitude, a abordagem da união mantém um erro médio dentro de limites aceitáveis ao longo dos meses. É possível observar que, mesmo que os modelos SMAP e *Gradient Boosting* apresentem a predominância como melhor modelo no geral, para os meses de novembro e dezembro o modelo *Gradient Boosting* obteve melhor desempenho para a simulação dos dados diretos, enquanto, para o mesmo período, a Regressão Linear Múltipla apresentou melhor desempenho para a abordagem da união dos rios Beni e Mamoré. A Figura 11, que avalia a Raiz Quadrada do Erro Quadrático Médio (RMSE), demonstra que há uma similaridade com os padrões observados para o MAE, exceto pelo fato de que a métrica penaliza maiores magnitudes de erro e aumenta a incidência da classe “Nenhum”. Para os dados diretos (11-a), a degradação da performance com o aumento do horizonte é evidente pela crescente incidência da classe “Nenhum”, especialmente no mês de vazante (junho) ou início da cheia (novembro e dezembro). Nos dados com a união Beni e Mamoré (11-b), a distribuição dos melhores modelos e da classe “Nenhum” reflete uma complexidade na influência dos dados afluentes, sendo que, em alguns casos, a performance pode ser ligeiramente otimizada. Em conjunto, o MAE e o RMSE oferecem perspectivas complementares do desempenho dos modelos. Enquanto o MAE fornece uma visão clara sobre o erro médio cometido, o RMSE traz à tona a existência de outliers e variações extremas que podem comprometer a confiabilidade das previsões. Essa análise comparativa reforça a necessidade de adotar estratégias de modelagem que não só minimizem os erros em média, mas também limitem os desvios mais acentuados, garantindo previsões mais confiáveis e consistentes para ambos os cenários analisados.

Figura 12: Variação das vazões simuladas x Variação das vazões observadas para cada mês e horizonte de previsão resultante das simulações *Gradient Boosting* e SMAP para Porto Velho por dados diretos de Porto Velho

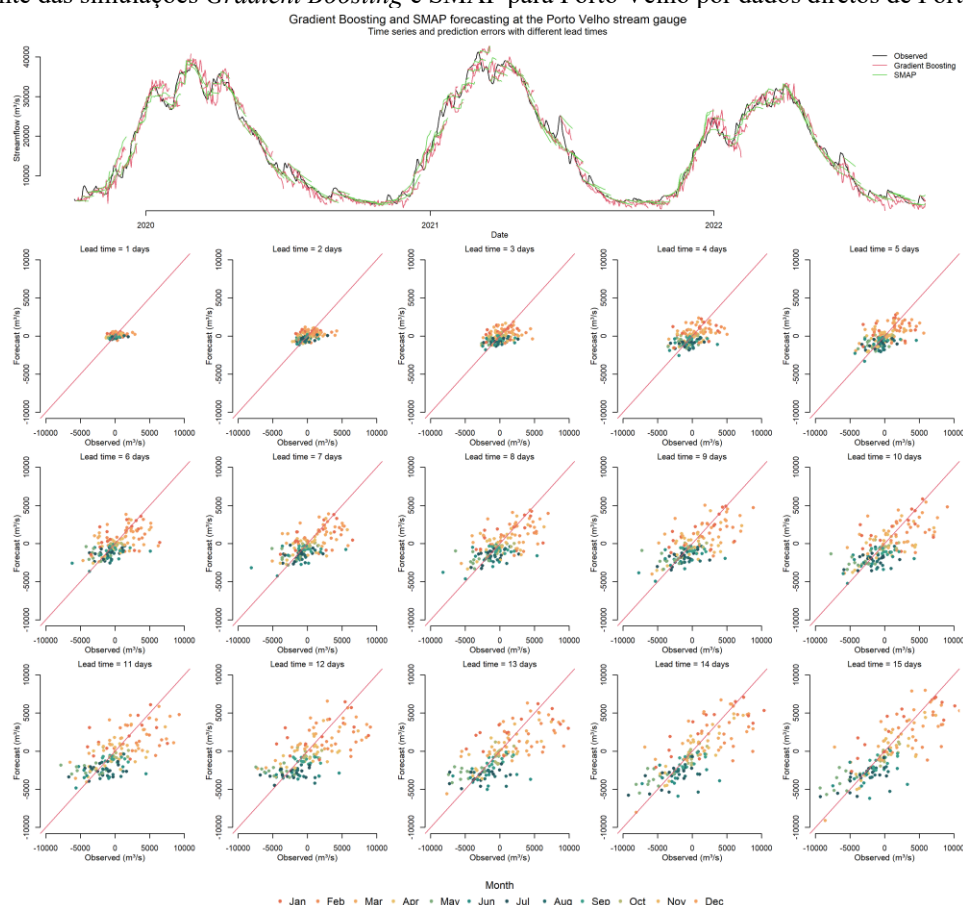
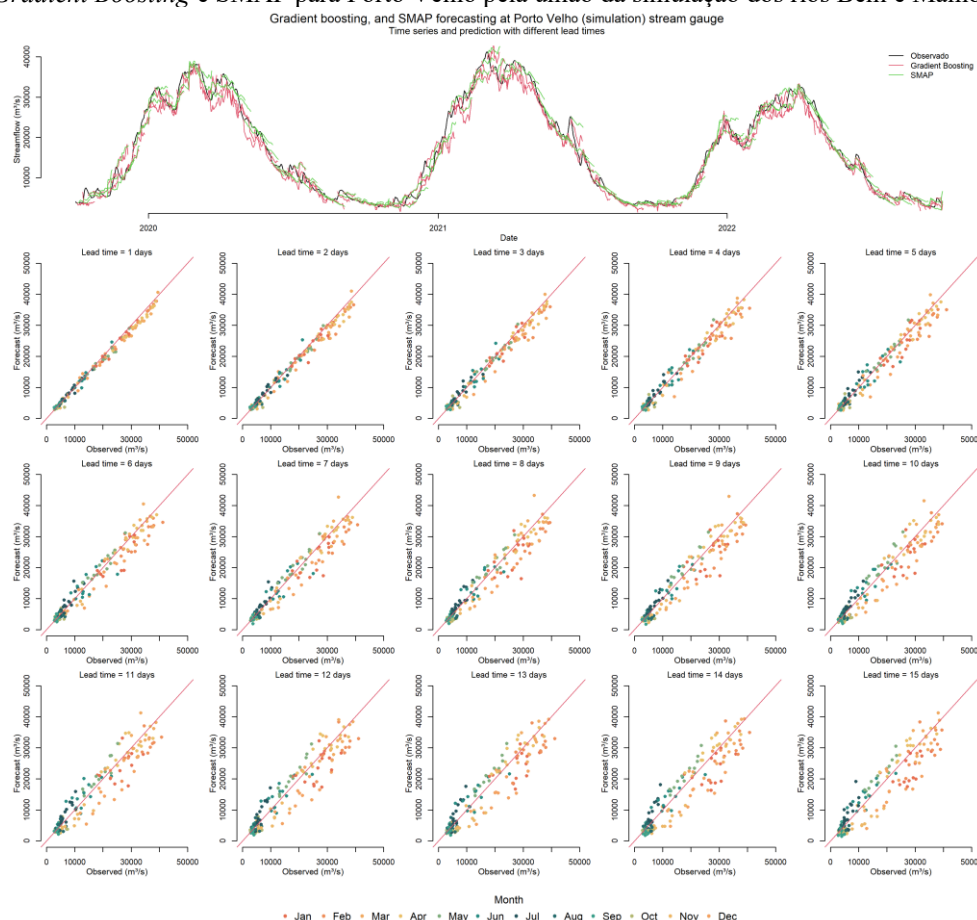


Figura 13: Vazões simuladas x Vazões observadas para cada mês e horizonte de previsão resultante das simulações *Gradient Boosting* e SMAP para Porto Velho pela união da simulação dos rios Beni e Mamoré



Os hidrogramas das Figuras 12 e 13 mostram que tanto o *Gradient Boosting* quanto o SMAP demonstram capacidade satisfatória de reproduzir o ciclo hidrológico anual de cheias e vazantes em Porto Velho, acompanhando as vazões observadas ao longo do tempo. Porém, ambos os modelos tendem a subestimar os picos máximos de cheia e superestimar os vales mínimos de vazante, sendo que o SMAP exibe desvios ligeiramente mais acentuados em eventos extremos comparado ao *Gradient Boosting*, que mostra melhor aderência aos dados reais, especialmente durante as cheias. A incorporação das contribuições dos rios Beni e Mamoré pareceu melhorar a representação da subida e recessão dos hidrogramas no ano de 2021, onde houve uma cheia mais pronunciada.

Os gráficos de dispersão das Figuras 12 e 13 apresentam a performance do modelo *Gradient Boosting* com gráficos de dispersão entre vazões observadas e previstas para diferentes horizontes de previsão. Eles confirmam o que foi dito anteriormente sobre o aumento da magnitude conforme o aumento do horizonte de previsão e sobre a prevalência de erros no período de cheias (entre novembro e março) para o modelo *Gradient Boosting*. Em contraste, nos meses de vazante (julho a setembro), os modelos apresentam erros proporcionalmente menores com menor dispersão, indicando melhor desempenho dos modelos em condições hidrológicas mais estáveis, embora os erros ainda sejam amplificados pelo aumento do horizonte de previsão. Essa assimetria sugere maior dificuldade em prever transições hidrológicas rápidas em períodos úmidos. A comparação dos gráficos de dispersão das Figuras 12 e 13 reforça a ideia de que a abordagem de união das vazões dos rios Beni e Mamoré, embora não elimine totalmente a dispersão em horizontes longos, reduz erros críticos ($> 1\text{m}$) no período de vazante (julho a setembro) e apresenta menor dispersão dos erros do que a abordagem de modelagem direta.

CONCLUSÃO

Este estudo demonstra o desempenho de modelos de aprendizado de máquina (Regressão Linear Múltipla, *Random Forest*, *Gradient Boosting*, Redes Neurais) e do modelo SMAP para a previsão de vazão e níveis de água na bacia do Rio Madeira em Porto Velho considerando horizontes de até 15 dias de previsão e duas abordagens de entrada de dados: direta e a união da simulação dos rios Beni e Mamoré. Os resultados indicam que o SMAP é superior para previsões em períodos de cheia, enquanto o *Gradient Boosting* (GBM) é mais eficiente no período de recessão. A abordagem da união dos dados dos rios Beni e Mamoré apresentou um aspecto complexo, embora a união aumente a magnitude do erro em alguns períodos, ela reduz a amplitude e sensibilidade do erro a oscilações sazonais em comparação com a abordagem direta. Esses resultados indicam que, embora os modelos de aprendizado de máquina apresentem bom desempenho, sua eficácia é influenciada pelo período do ano hidrológico analisado. Isso sugere que a aplicação desses modelos pode ser otimizada por estratégias híbridas ou adaptativas, que considerem diferentes modelos conforme o regime hidrológico. A análise com a RMSE expôs falhas nas previsões durante eventos rápidos ou complexos, a métrica revelou que, mesmo quando o MAE aparentava estar dentro do limite de 1 metro, a presença de valores extremos elevava o RMSE, encaminhando para momentos em que as previsões apresentavam desvios maiores. Isso destaca a importância de olhar para os picos de erro que podem impactar a confiabilidade global do modelo. Em resumo, este estudo fornece compreensões valiosas para aprimorar a previsão hidrológica em Porto Velho, contribuindo para uma gestão mais eficaz dos recursos hídricos do Rio Madeira. Para estudos futuros de previsão hidrológica no rio Madeira, recomenda-se desenvolver modelos híbridos para reduzir o viés nos diferentes períodos do ano hidrológico, e adotar protocolos operacionais adaptativos que utilizem diferentes modelos para cheias e vazantes, conforme indicado pela análise de dominância de desempenho.

REFERÊNCIAS

- HASTIE, T.; TIBSHIRANI, R.; FRIEDMAN, J. (2009). *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction*. 2. ed. New York: Springer, 745 p.
- KRATZERT, F.; KLOTZ, D.; HERRNEGGER, M.; SAMPSON, A. K.; HOCHREITER, S.; NEARING, G. S. (2019). "Toward improved predictions in ungauged basins: Exploiting the power of machine learning". *Water Resources Research*, 55.
- LATRUBESSE, E.M.; ARIMA, E.Y.; DUNNE, T.; PARK, E.; BAKER, V.R.; D'HORTA, F.M.; WIGHT, C.; WITTMANN, F.; ZUANON, J.; BAKER, P.A.; RIBAS, C.C.; NORGAARD, R.B.; FILIZOLA, N.; ANSAR, A.; FLYVBJERG, B.; STEVEAUX, J.C. (2017). "Damming the rivers of the Amazon basin". *Nature* 546(7658), pp. 363–369.
- LOPES, J.E.G.; BRAGA, B.P.F.; CONEJO, J.G.L. (1981). "Simulação Hidrológica: Aplicações de um Modelo Simplificado". *Anais do III Simposio Brasileiro de Recursos Hidricos*, v.2, 42-62, Fortaleza.
- SHEN, C. (2018). "A transdisciplinary review of deep learning research and its relevance for water resources scientists". *Water Resources Research* 54, pp. 8558–8593.