

## **XXVI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HIDRÍCOS**

# **COMPARAÇÃO DE MÉTODOS PARA DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE EM ESCOAMENTOS VISCOPLÁSTICOS VIA IMAGENS STI**

*Miguel De Jesus Velasquez Teruel<sup>1</sup> ; João Batista Pereira<sup>2</sup> e Geraldo de Freitas Maciel<sup>3</sup>*

**Abstract:** This study presents a preliminary comparative analysis of image gradient-based methods for estimating the orientation of linear patterns in space-time images (STI), with the aim of obtaining velocity profiles along the depth of viscoplastic fluid flows. The experiments were conducted in a transparent channel using Carbopol gel under varying slopes and flow rates. The images were acquired using a high-speed camera and a laser sheet. The evaluated methods include the Two-Dimensional Continuous Wavelet Transform (2D CWT), the Gradient Tensor (GT) method, and manual slopes measurements. The results showed that the 2D CWT provided similar outcomes with a lower mean error (RMSE) compared to the GT method, which is commonly employed in STI-based analyses. Thus, this study highlights the potential of the 2D CWT as a non-intrusive tool for characterizing non-Newtonian flows under controlled laboratory conditions.

**Resumo:** Este estudo apresenta uma análise comparativa preliminar de métodos de análise de gradientes de imagem para estimar a orientação de padrões lineares de imagens espaço-temporais (STI - *Space-Time Images*) a fim de obter velocidade ao longo da profundidade de escoamentos de fluidos viscoplásticos. Os experimentos foram conduzidos em canal transparente com gel de Carbopol, sob diferentes inclinações e vazões. As imagens foram obtidas com câmera de alta velocidade e plano de laser, e os métodos avaliados incluem a Transformada Contínua de Wavelet Bidimensional (CWT 2D), o Gradiente Tensorial (GT) e medições manuais de inclinações. Os resultados mostraram que a CWT 2D foi capaz de fornecer resultados semelhantes e com menor erro médio (RMSE) em comparação ao método GT, o qual é comumente empregado em análises envolvendo imagens STI. Dessa forma, este estudo reforça o potencial da CWT 2D como ferramenta não intrusiva para caracterização de escoamentos não newtonianos em condições laboratoriais controladas.

**Palavras-chave:** Imagem espaço-temporal; escoamento não newtoniano; velocimetria.

## **1. INTRODUÇÃO**

Nos últimos anos, o Brasil tem enfrentado diversos desastres naturais, com grandes impactos socioeconômicos e ambientais em todas as regiões do país. Esses eventos extremos, frequentemente associados às mudanças climáticas e intensificados pelas ações antrópicas, têm se tornado mais frequentes e intensos, resultando em significativas perdas humanas e materiais.

1) Miguel De Jesus Velasquez Teruel, UNESP – Universidade Estadual Paulista Departamento de Engenharia Mecânica, Av. Brasil, 56 – Centro Ilha Solteira – SP, Brasil – CEP 15385-000, Tel: +55 (18) 99606-6303, E-mail: miguel.teruel@unesp.br

2) João Batista Pereira, Prefeitura Municipal de Potirendaba Departamento de Engenharia Civil, Largo Bom Jesus, nº 990, Potirendaba - SP, Brasil CEP 15115-000, Tel: +55 (17) 98173-7870, E-mail: joao.pereira@unesp.br

3) Geraldo de Freitas Maciel, UNESP – Universidade Estadual Paulista Departamento de Engenharia Civil, Av. Brasil, 56 - Centro Ilha Solteira - SP, Brasil - CEP 15385-000, Tel: +55 (18) 99138-5834, E-mail: geraldo.f.maciell@unesp.br

Em particular, no contexto brasileiro, eventos relacionados à movimentação gravitacional de massa, como corridas de lama (*mudflows*), corridas de detritos (*debris flows*) e deslizamentos de terra (*landslides*) têm ganhado destaque. Há de se evidenciar a natureza predominantemente não newtoniana do fluido envolvido nesses eventos (COUSSOT; PIAU, 1994; BATES e ANCEY, 2017), por conseguinte, sua reologia de comportamento distinto da água. O uso de modelos de reologia não newtoniana, basicamente o de Bingham e de Herschel-Bulkley, tem-se mostrado capaz de descrever, de forma satisfatória, o comportamento desse tipo de material (BALMFORTH *et al.*, 2014).

Nesse sentido, estudos de diferentes naturezas têm sido conduzidos a fim de buscar maior entendimento sobre a dinâmica de escoamento e seus impactos sobre leis de alcance e mancha de inundação de escoamentos naturais (BALMFORTH *et al.*, 2006; AZIMI, 2016). Em laboratório, a técnica PIV tem sido amplamente utilizada para obtenção de perfis de velocidade (PATALANO *et al.*, 2017). Já em campo, métodos de medição de contato intrusivos são comumente empregados para medir a velocidade, como por exemplo medidores de corrente (ABERLE e SMART, 2003), velocímetros Doppler acústicos (ADV) (FUJITA *et al.*, 1998) e perfiladores acústicos Doppler de corrente (ADCP) (DOBSON *et al.*, 2014). Os métodos de velocimetria de imagem da superfície do escoamento surgiram como uma abordagem recente.

Entre as metodologias de métodos não intrusivos de velocimetria por imagem em cenários naturais, pode-se citar a técnica *Space-Time Image Velocimetry* (STIV) (FUJITA *et al.*, 2007), que se baseia na análise da inclinação de estrias visíveis em imagens espaço-temporais para estimar a velocidade do escoamento. Para aumentar a precisão na estimativa de velocidade obtida pela metodologia STIV, têm sido implementados métodos automáticos para a detecção da inclinação das estrias em imagens espaço-temporais (STI) (FREYDIER *et al.*, 2017; FUJITA *et al.*, 2007; HU *et al.*, 2023).

Nesse contexto, este trabalho visa, com base em resultados preliminares, caracterizar perfis de velocidade ao longo da profundidade de escoamentos viscoplásticos em canal retangular, a partir da geração e análise de imagens STI. Para isso, foi empregada uma técnica própria de velocimetria baseada na aplicação da Transformada Wavelet Contínua 2D (2D CWT). A eficácia da abordagem foi avaliada por comparação com o método de gradiente tensorial, comumente empregado na metodologia STIV, visando analisar a robustez da CWT como ferramenta de velocimetria baseada na orientação de estrias em imagens STI.

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

### 2.1 Fluido teste e caracterização reológica

O fluido teste utilizado neste estudo foi o gel de carbopol<sup>1</sup>, preparado a partir do emprego do polímero Carbopol 996, com concentração mássica de 0,17% e 0,14%. A preparação do gel foi realizada conforme protocolo descrito por Pereira *et al.* (2022) e Minussi e Maciel (2012). A fim de compor os traçadores do escoamento, foram adicionadas microesferas de vidro com diâmetro médio de 10  $\mu\text{m}$ , em proporção de  $1,5 \times 10^{-5}$  g por grama de gel de carbopol.

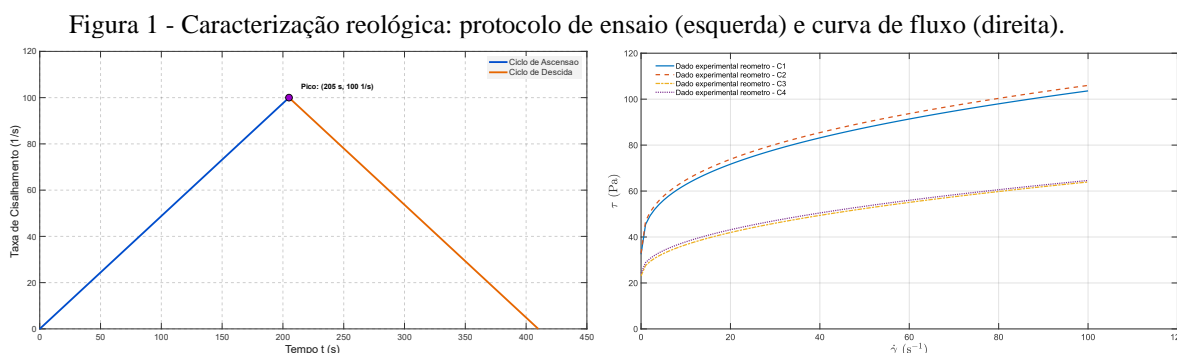
A caracterização reológica foi conduzida com reômetro Brookfield modelo R/S, operando em modo de taxa de cisalhamento controlada, com geometria coaxial (*spindle* CC-45). O procedimento consistiu em aplicar uma varredura de taxa de deformação de  $1 < \dot{\gamma} < 100 \text{ s}^{-1}$ , em dois estágios

<sup>1</sup> Fluido teste adotado em estudos experimentais que envolvem propriedades viscoplásticas similares às de escoamentos de lama (Piau 2007; Minussi e Maciel 2012; Freydier *et al.* 2017).

(Figura 1): rampa ascendente (com dados usados para o ajuste segundo ajuste ao modelo de Herschel-Bulkley, conforme Equação 1).

$$\tau = \tau_0 + K_n \dot{\gamma}^n \quad (1)$$

sendo  $\tau_0$  a tensão de escoamento,  $K_n$  o índice de consistência e  $n$  o índice de escoamento.



## 2.2 Aparato Experimental

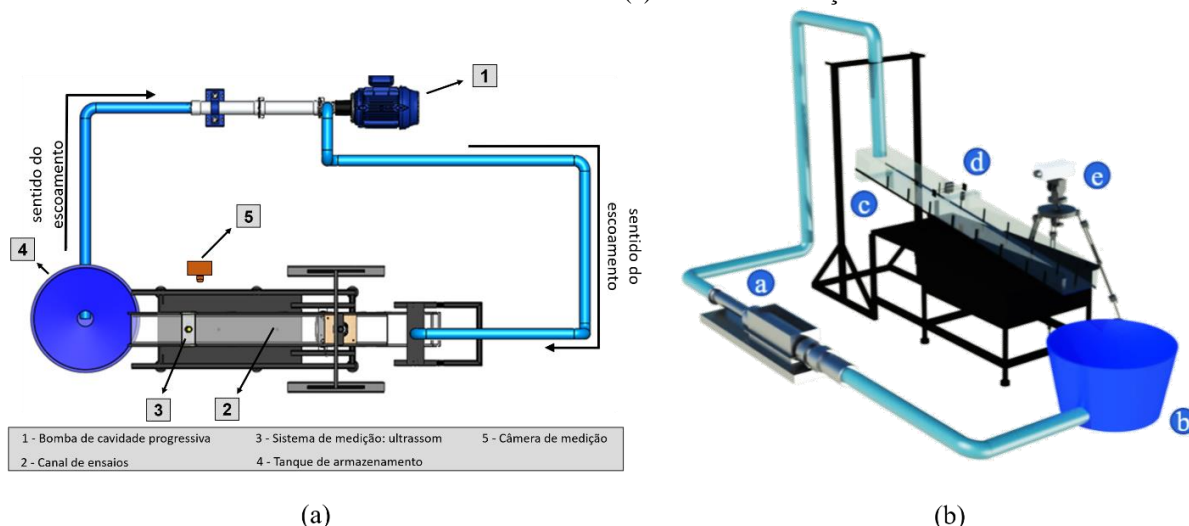
O aparato experimental foi montado no Laboratório de Hidráulica da UNESP - Ilha Solteira e consistiu em um canal retangular, de laterais transparentes em acrílico e fundo em vidro, transparente com 3 m de comprimento, 30 cm de largura e 15 cm de altura, com inclinação variável.

A recirculação do fluido foi realizada por meio de uma bomba de cavidade progressiva, operada por inversor de frequência, permitindo ajustes finos na vazão e minimizando flutuações indesejadas. Essa escolha assegurou condições de escoamento de característica laminar e boa repetibilidade. A região de medição foi posicionada na seção central do canal, onde o escoamento se apresentava totalmente desenvolvido. Essa zona foi selecionada por oferecer estabilidade nas propriedades do escoamento, permitindo uma aquisição precisa das imagens e a extração de dados confiáveis para a análise da velocidade.

Para realizar as medições, o sistema de recirculação de fluido foi associado ao sistema de medição de escoamento (velocidades e lâminas d'água), conforme Figura 2. Na sequência são indicados os elementos do sistema de medição de escoamento que compõem o aparato experimental: sistema de medição de lâmina (medição de nível em dois pontos do canal ao longo do tempo) e de velocidades: sensores ultrassônicos (medição de nível); sensores de barreira (velocidade superficial); gerador de plano laser (plano luminoso no seio do escoamento); câmera rápida de medição de escoamento (captura do deslocamento de traçadores no plano luminoso); placa de Aquisição de dados (modelo USB-6009 da National Instruments) e processamento em uma interface desenvolvida no software LabVIEW, com taxa de amostragem de 100 Hz.

A geração do plano luminoso foi realizada com um sistema óptico que incluía lentes cilíndricas, possibilitando a geração de um plano luminoso longitudinal no centro do canal, possibilitando a iluminação dos microtraçadores dispersos no fluido. As imagens foram registradas por uma câmera de alta velocidade (câmera FLIR modelo GS3), operando a aproximadamente 300 quadros por segundo (fps). Antes de cada ensaio, uma malha de calibração com quadrados de 10 mm  $\times$  10 mm foi posicionada na região do plano laser, permitindo a obtenção resolução das imagens do escoamento. A posição da câmera foi ajustada para garantir foco e nitidez em toda a região de observação. A Figura 2 ilustra o aparato experimental empregado.

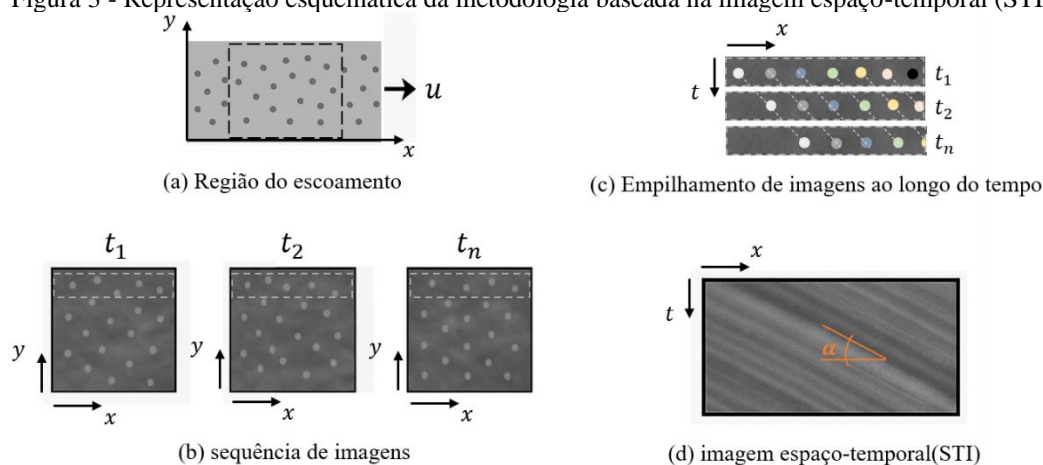
Figura 2 - Aparato experimental empregado: (a) vista superior e (b) vista isométrica com a identificação dos seguintes componentes (a) bomba helicoidal, (b) reservatório de armazenamento, (c) canal retangular de  $3,0 \times 0,30 \times 0,15$  m, (d) sensor ultrassônico e (e) câmera de medição.



### 2.3 Técnica de Velocimetria: *Space-Time Image*

A técnica de velocimetria baseada em imagens STI (Space-Time Image) foca na análise de séries de imagens com informação espaço-temporal. Tais imagens são geradas a partir da variação de brilho ao longo de uma linha de análise, seja da superfície do escoamento (trabalho originário da técnica STIV - FUJITA *et al.*, (2007)) ou da profundidade do escoamento (caso deste trabalho). Para este trabalho, o método baseado em imagens STI foi empregada para obtenção de perfil de velocidade ao longo da profundidade de escoamento em situação de escoamento em regime uniforme e laminar. O escoamento foi monitorado a partir de uma câmera rápida a uma taxa de captura de aproximadamente 270 *fps*. Os vídeos capturados nos experimentos foram avaliados a partir de sua análise quadro a quadro de forma a obter, via Matlab, a imagem STI (ver Figura 3.d).

Figura 3 - Representação esquemática da metodologia baseada na imagem espaço-temporal (STI)



A imagem STI consiste na construção de um diagrama espaço-temporal (conforme Figura 3) para um dado comprimento horizontal do escoamento, segundo o empilhamento dos níveis de brilho registrados ao longo de tal comprimento nos diferentes tempos de captura. A partir da medição da



inclinação das estrias (representa a advecção do brilho das partículas de traçadores) presentes nas imagens STI, foi possível quantificar a velocidade em diferentes profundidades do escoamento. De forma geral, a obtenção da velocidade do escoamento ocorre a partir da definição da inclinação das estrias a partir da Equação 2:

$$u = \frac{F}{R} \cdot \frac{1}{\tan \alpha} \quad (2)$$

sendo  $u$  a velocidade superficial (mm/s ou m/s),  $F$  a taxa de aquisição da câmera (em quadros/s),  $R$  é a resolução espacial da imagem (em pixels/mm),  $\alpha$  é o ângulo de inclinação da estria da imagem STI.

Para aumentar a precisão na estimativa da velocidade do escoamento, tem sido implementados métodos automáticos para determinar a inclinação das estrias em imagens espaço-temporais (STI), como o método do Tensor Gradiente (GT) e a Transformada Rápida de Fourier (FFT). Nesse contexto, a transformada Wavelet, devido à sua análise multiescala, alta resolução local e detecção de orientações direcionais, é uma ferramenta com potencial de aplicação. Neste trabalho, a inclinação das estrias das imagens STI foi obtida pela Transformada Contínua de Wavelet 2D (2D-CWT) e comparada ao método GT, usando 4 (quatro) experimentos laboratoriais.

A Transformada Contínua de Wavelet Bidimensional (2D CWT) foi empregada para estimar a orientação dominante das estrias presentes em imagens espaço-temporais, que representam o movimento de traçadores no campo de escoamento. O método baseia-se no cálculo dos coeficientes de wavelet em uma faixa de escalas e orientações, identificando o ângulo que maximiza a resposta da wavelet às características lineares (estrias) na imagem.

Neste estudo, adotou-se a wavelet de Cauchy de valor complexo devido à sua seletividade direcional acentuada e eficácia na detecção de características lineares (como estrias) em dados espaço-temporais. A 2D CWT foi aplicada utilizando escala fixa de 5 pixels e amostragem angular fina (aproximadamente  $0,18^\circ$ ), permitindo identificar a orientação que maximiza a energia dos coeficientes de wavelet, associada à direção predominante das estrias. Devido à simetria rotacional de  $180^\circ$  da wavelet de Cauchy, a resposta da wavelet para uma determinada orientação  $\alpha$  é equivalente à resposta em  $\alpha + 180^\circ$ . Por esse motivo, é geralmente suficiente restringir o domínio angular a  $[0^\circ, 180^\circ]$ , como realizado neste estudo, para evitar redundância e simplificar a identificação da orientação dominante.

O método do Tensor Gradiente (GT) foi utilizado para estimar a orientação dominante das estrias nas imagens espaço-temporais (STIs) com base nos gradientes locais da imagem. Neste trabalho, para as análises, foi escolhido um tamanho de janela de  $5 \times 5$  pixels. Essa escolha equilibra a necessidade de informações localizadas com a eficiência computacional. Um filtro derivativo Gaussiano de ordem 4, com desvio padrão  $\sigma = 0.75$  e tamanho de kernel de 5 pixels, foi aplicado dentro de cada janela. A orientação foi obtida por uma relação trigonométrica entre os componentes do tensor, com a coerência local sendo usada como peso para o cálculo da orientação média.

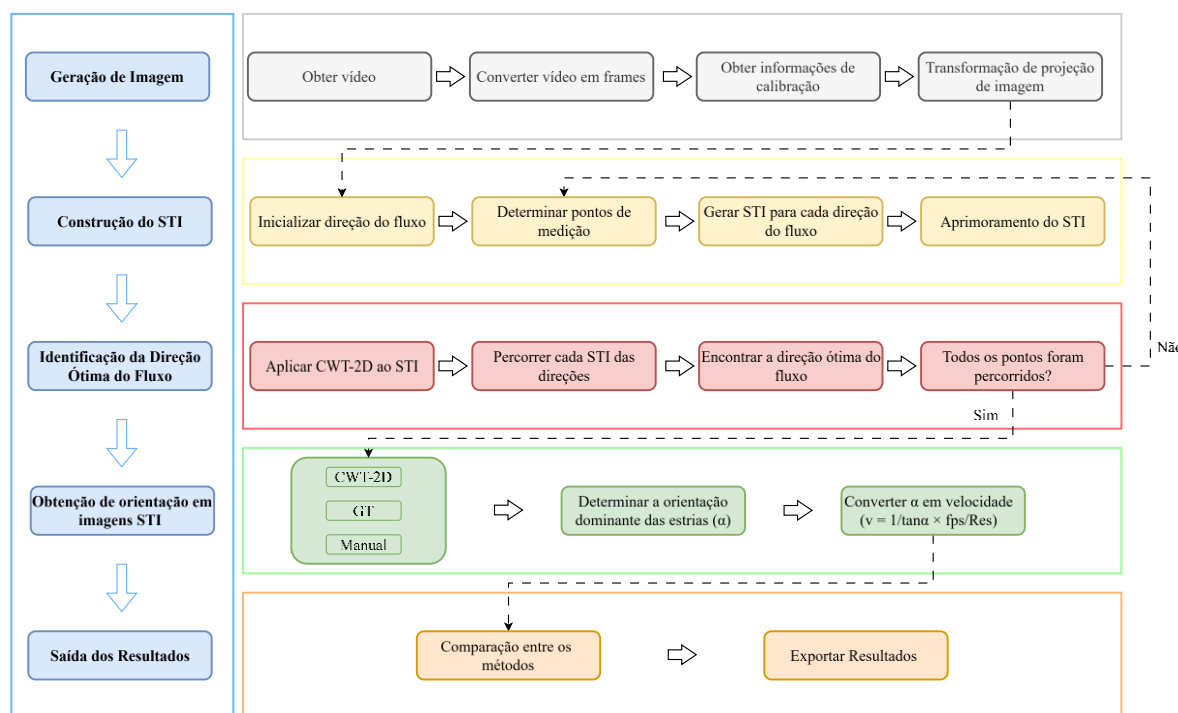
## 2.4 Experimentos

Para a realização dos experimentos de medição de perfis de velocidade ao longo da profundidade de escoamentos viscoplásticos foram utilizados diferentes materiais e equipamentos (conforme subseções 2.1 e 2.2). Os experimentos foram conduzidos utilizando o gel de carbopol na concentração mássica de 0,17% e 0,14%, segundo diferentes inclinações do canal ( $6^\circ$  e  $8^\circ$ ) e 4 (quatro) vazões.

Após o início do escoamento, garantido a sua uniformidade, as seguintes informações foram obtidas: vazão do escoamento ( $Q$ ) a partir do método gravimétrico e determinação do fluxo de massa - total de 10 repetições; profundidade do escoamento uniforme ( $h_0$ ) por meio do transdutor ultrassônico; velocidade média do escoamento ( $V$ ) segundo relação entre a vazão (uso do método gravimétrico) e seção transversal do escoamento; velocidade superficial ( $u_s$ ) usando sensores de barreira instalados em duas seções do canal - total de 10 repetições; e captura do escoamento na seção central do canal a partir da gravação do escoamento ao longo do plano laser gerado.

Realizada a campanha experimental, foi realizada a exploração e confrontação dos resultados com base nos métodos CWT 2D e o Gradiente Tensorial (GT). A fim de verificar o comportamento dos dois métodos de obtenção automática de inclinação de estrias de imagens STI, foi adotada a medição manual da inclinação como medida de referência para comparação dos resultados.

Figura 4 - Fluxograma dos procedimentos metodológicos previstos para este projeto.



O processo envolveu a seleção de uma região da imagem com estrias bem definidas, seguida do traçado manual de uma linha ao longo de uma estria representativa. A inclinação dessa linha foi então medida com auxílio de ferramentas gráficas (neste trabalho empregou-se o Matlab), permitindo estimar o ângulo de orientação da estria. Esse ângulo pode ser inserido diretamente na equação de cálculo da velocidade pela técnica STIV (verificar Equação 2). Apesar de ser um método simples e direto, sua principal limitação reside na subjetividade da análise, já que os resultados podem variar de acordo com o operador. Além disso, torna-se inviável para grandes conjuntos de dados, especialmente quando se exige precisão estatística ou processamento em tempo real. Por essas razões, é utilizado neste trabalho apenas como referência comparativa, servindo de base para a avaliação da acurácia dos métodos automáticos. A Figura 4 apresenta uma visão esquemática do fluxo de processamento adotado neste estudo, desde a aquisição das imagens até a estimativa da velocidade superficial por meio dos métodos de orientação avaliados. O diagrama resume as etapas comuns e

específicas de cada abordagem (CWT 2D, GT e medição manual), permitindo visualizar de forma integrada o procedimento experimental e computacional aplicado.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir da realização dos experimentos físicos para todas as condições de escoamento definidas, foram obtidas as imagens STI e também as propriedades reológicas, profundidade do escoamento ( $h_0$ ) e velocidade superficial para cada experimento ( $u_s$ ). No total, 4 experimentos foram realizados com diferentes inclinações de canal ( $\theta$  de  $6^\circ$  e  $8^\circ$ ), diferentes amostras de Carbopol ( $\tau_0$  variando entre 23 e 33 Pa) e diferentes vazões ( $Q$  variando de 0,40 a 0,90 L/s).

Tabela 1 - Valores médios das propriedades medidas e calculadas nos experimentos realizados.

Exp.	Conc. (%)	$Q$ (L/s)	$\theta$ ( $^\circ$ )	$\tau_0$ (Pa)	$K_n$ (Pa.s <sup>n</sup> )	$n$ (-)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$u_s$ (mm/s)	$h_0$ (mm)
$C_1$	0.17	0,40	8	32,49	12,94	0,37	1.016,00	38,06	35,77
$C_2$	0.17	0,92	8	32,88	13,93	0,36	1.001,93	68,87	44,86
$C_3$	0.14	0,45	6	23,09	4,48	0,48	1.001,13	44,64	33,52
$C_4$	0.14	0,58	6	24,20	4,64	0,47	993,13	55,11	35,43

Ao aplicar as metodologias descritas na Subseção 2.3, foi possível estimar as inclinações dominantes nas imagens STI obtidas em diferentes profundidades de escoamento nos experimentos  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ , e  $C_4$ , possibilitando a reconstrução dos perfis de velocidade ao longo da profundidade. As Figuras 5 e 6 permitem a comparação dos perfis de velocidade obtidos por meio dos diferentes métodos empregados neste estudo. Destaca-se a boa concordância entre o perfil de velocidade obtido com o método 2D CWT e o perfil teórico de velocidade (perfil teórico baseado no modelo de Herschel-Bulkley sob condição de regime permanente, escoamento uniforme e hipótese de canal largo).

Verifica-se, a partir das Figuras 5 e 6, a presença de deslizamento de parede em todos os escoamentos analisados. Em todos os experimentos a velocidade medida no fundo (ou muito próximo a ele) foi diferente de zero. Materiais com tensão de escoamento apresentam maior tendência a exibir diferentes tipos de heterogeneidades de escoamento (Cloitre e Bonnetaze, 2017). Um desses fenômenos é o deslizamento, que pode ser observado por meio de uma região de elevada deformação, concentrada principalmente nas paredes de confinamento, enquanto a maior parte do material se comporta como um corpo sólido ou apresenta deformação desprezível (zona de *plug*).

Os valores do Erro Quadrático Médio (RMSE) para cada caso estão resumidos na Tabela 2. A avaliação do desempenho dos métodos foi realizada calculando o RMSE, utilizando como referência os ângulos de inclinação obtidos por medições manuais das estrias nas imagens STI. A formulação do RMSE é dada pela Equação 3.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\alpha_i^{\text{método}} - \alpha_i^{\text{manual}})^2} \quad (3)$$

sendo  $\alpha_i^{\text{método}}$  é o ângulo estimado por um dos métodos automatizados (CWT 2D, GT),  $\alpha_i^{\text{manual}}$  é o ângulo obtido por medição manual e  $N$  é o número total de imagens analisadas em cada experimento.

Figura 5 - Comparação dos perfis de velocidade obtidos por diferentes métodos (medições manuais, 2D CWT e método GT) em relação ao modelo teórico com deslizamento, para duas configurações experimentais: (a)  $C_1$  e (b)  $C_2$ . As imagens inseridas mostram exemplos representativos das imagens espaço-temporais utilizadas na análise.

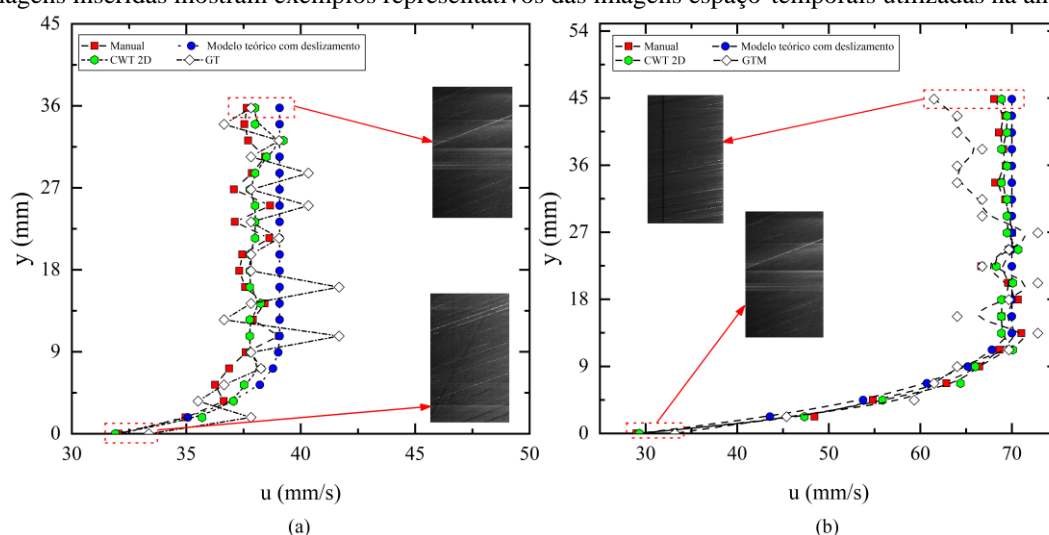
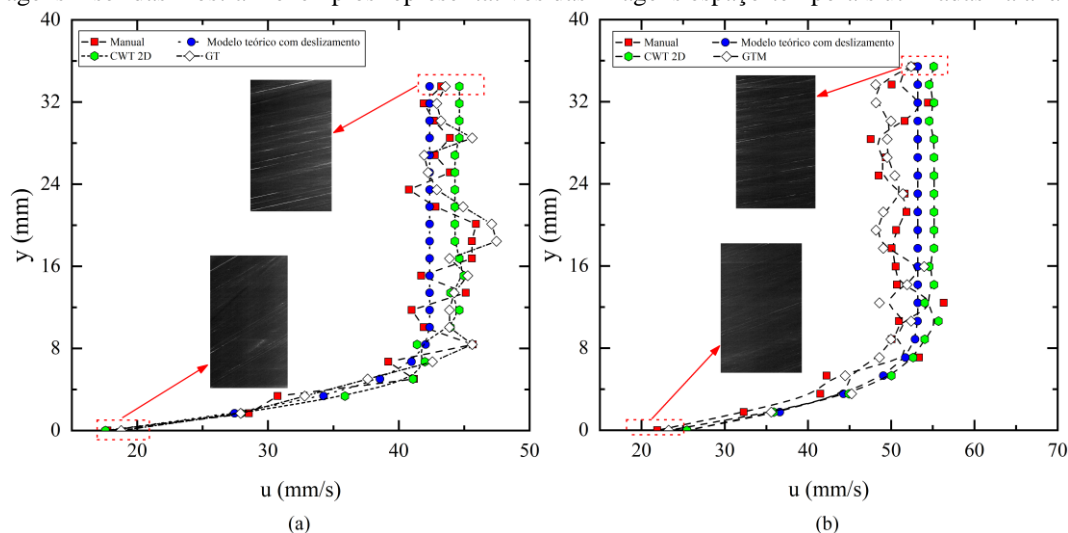


Figura 6 - Comparação dos perfis de velocidade obtidos por diferentes métodos (medições manuais, 2D CWT e método GT) em relação ao modelo teórico com deslizamento, para duas configurações experimentais: (a)  $C_3$  e (b)  $C_4$ . As imagens inseridas mostram exemplos representativos das imagens espaço-temporais utilizadas na análise.



A Tabela 2 permite comparar o desempenho das 2 (duas) metodologias na estimativa da inclinação das estrias nas imagens STI. Os menores erros foram obtidos com a Transformada Contínua de Wavelet Bidimensional (CWT 2D), com RMSE médio de 1,05°. O método do Tensor Gradiente (GT) apresentou desempenho semelhante ao CWT 2D, com RMSE médio de 1,25°. O método CWT 2D produziu estimativas consistentes quando comparado ao método GT, com desvios relativamente pequenos em relação à medição manual. Os resultados demonstram a capacidade do método CWT 2D em ser empregado como ferramenta de velocimetria na análise de imagens STI.



Tabela 2. Erro quadrático médio (RMSE) para cada método nos experimentos realizados considerando como referência os ângulos obtidos manualmente.

Experimento	CWT 2D	Gradiente Tensorial (GT)
$C_1$	0,53	1,14
$C_2$	0,33	1,41
$C_3$	1,44	1,17
$C_4$	1,92	1,28
Média	1,05	1,25

#### 4. CONCLUSÃO

Este estudo demonstrou a viabilidade da aplicação da Transformada Contínua de Wavelet Bidimensional (2D CWT) como método robusto e preciso para estimar a inclinação de estrias em imagens espaço-temporais (STI), visando a obtenção de perfis de velocidade em escoamentos viscoplásticos sob condições controladas. A comparação com o método do gradiente tensorial (GT) e medições manuais indicou que a 2D CWT apresentou menor erro médio (RMSE), especialmente em regiões com baixo contraste ou presença de ruído. Os resultados obtidos validam o uso da 2D CWT como ferramenta eficaz na técnica STIV, contribuindo para o avanço de métodos não intrusivos aplicáveis à análise de escoamentos com comportamento não newtoniano.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Laboratório de Hidráulica da Universidade Estadual Paulista (UNESP) de Ilha Solteira por disponibilizar a estrutura experimental e a infraestrutura. O primeiro autor agradece o apoio financeiro do programa de bolsa de pós-graduação CAPES-PROPG (Código de Financiamento 001, financiada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, em parceria com a Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação - PROPG da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"), e à FAPESP pelos financiamentos APR anteriores de infraestrutura 2020/07822-0, 2015/25518-8, 2007/54878-6, 2005/54210-0.

#### REFERÊNCIAS

- ABERLE, J.; SMART, G. M. (2003). "The influence of roughness structure on flow resistance on steep slopes". *Journal of Hydraulic Research*, 41(3), pp. 259–269.
- AZIMI, A. H. (2016). "Free surface flow characteristics of multi-phase viscoplastic fluids on inclined flumes and planes". *International Journal of Multiphase Flow*, 78, pp. 59–69.
- BALMFORTH, N. J.; FRIGAARD, I. A.; OVARLEZ, G. (2014). "Yielding to stress: recent developments in viscoplastic fluid mechanics". *Annual Review of Fluid Mechanics*, 46, pp. 121–146.

- BALMFORTH, N. J. et al. (2006). “Viscoplastic flow over an inclined surface”. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 139(1–2), pp. 103–127.
- BATES, B. M.; ANCEY, C. (2017). “The dam-break problem for eroding viscoplastic fluids”. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 243, pp. 64–78.
- CLOITRE, M.; BONNECAZE, R. T. (2017). “A review on wall slip in high solid dispersions”. *Rheologica Acta*, 56, pp. 283–305.
- COUSSOT, P.; PIAU, J. M. (1994). “On the behavior of fine mud suspensions”. *Rheologica Acta*, 33, pp. 175–184.
- DOBSON, D. W.; HOLLAND, K. T.; CALANTONI, J. (2014). “Fast, large-scale, particle image velocimetry-based estimations of river surface velocity”. *Computers & Geosciences*, 70, pp. 35–43.
- FREYDIER, P.; CHAMBON, G.; NAAIM, M. (2017). “Experimental characterization of velocity fields within the front of viscoplastic surges down an incline”. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 240, pp. 56–69.
- FUJITA, I.; MUSTE, M.; KRUGER, A. (1998). “Large-scale particle image velocimetry for flow analysis in hydraulic engineering applications”. *Journal of Hydraulic Research*, 36(3), pp. 397–414.
- FUJITA, I.; WATANABE, H.; TSUBAKI, R. (2007). “Development of a non-intrusive and efficient flow monitoring technique: The space-time image velocimetry (STIV)”. *International Journal of River Basin Management*, 5(2), pp. 105–114.
- HU, Q.; WANG, J.; ZHANG, G.; JIN, J. (2023). “Space-time image velocimetry based on improved MobileNetV2”. *Electronics*, 12(2), 399.
- MINUSSI, R. B.; MACIEL, G. F. (2012). “Numerical experimental comparison of dam break flows with non-Newtonian fluids”. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 34(2), pp. 167–178.
- PATALANO, A.; GARCÍA, C. M.; RODRÍGUEZ, A. (2017). “Rectification of image velocity results (RIVeR): a simple and user-friendly toolbox for large scale water surface particle image velocimetry (PIV) and particle tracking velocimetry (PTV)”. *Computers & Geosciences*, 109, pp. 323–330.
- PEREIRA, J. B. et al. (2022b). “Medição de perfil de velocidade de fluido viscoplástico: aplicação da função CDT 2D na análise de velocimetria STIV”. In: *Congresso Latinoamericano de Hidráulica*, IAHR, 2022.
- PIAU, J. M. (2007). “Carbopol gels: Elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges: Meso-and macroscopic properties, constitutive equations and scaling laws”. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, 144(1), pp. 1–29.