

## XXVI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HIDRÍCOS

### **MODELAGEM DA LINHA D'ÁGUA DO ESCOAMENTO EM CANAIS E SUA RELAÇÃO COM A DECLIVIDADE DE FUNDO DO CANAL**

*Bruno de Oliveira Lázaro<sup>1</sup> ; Alice Rosa da Silva<sup>2</sup>*

**Abstract:** The variability of the free surface in open-channel flows is a critical factor in hydraulic modeling, influencing the design of channels, weirs, and flow control structures. In this context, the present study aimed to model, both experimentally and mathematically, the free surface of water in a rectangular channel with a fixed cross-section, featuring a PVC bottom and glass walls (0.20 m in width, 0.40 m in height, and 4.00 m in length). The experiment was conducted in a controlled laboratory environment, assessing different channel slopes and recording variations in the free surface level along the flow. The results demonstrate how slope affects the water depth, revealing hydraulic adaptability patterns throughout the flow path. The analysis of the obtained results allows for the evaluation of the slope's influence on the free surface behavior and its relationship with the flow regime. The gathered data can contribute to the refinement of computational flow models and to applications in hydraulic engineering, such as the design of irrigation channels, drainage systems, and sediment transport studies. This research underscores the importance of physical experimentation in the calibration and validation of numerical models, fostering a better understanding of hydraulic phenomena associated with open-channel flows.

**Resumo:** A variabilidade da superfície livre em escoamentos de canal aberto é um fator crítico na modelagem hidráulica, influenciando o projeto de canais, vertedores e estruturas de controle de fluxo. Neste contexto, o presente estudo objetivou modelar, experimental e matematicamente, a superfície livre da água em um canal retangular de seção transversal fixa, com fundo de PVC e paredes de vidro (0,20 m de largura, 0,40 m de altura e 4,00 m de comprimento). O experimento foi conduzido em ambiente controlado de laboratório, avaliando diferentes inclinações do canal e registrando as variações de nível da superfície livre ao longo do escoamento. Os resultados demonstram como a inclinação afeta a altura da lâmina d'água, indicando padrões de adaptabilidade hidráulica ao longo do percurso. A análise dos resultados obtidos permite avaliar a influência da declividade no comportamento da superfície livre e sua relação com o regime de escoamento. As informações obtidas podem contribuir para o aperfeiçoamento de modelos computacionais de escoamento e para aplicações em engenharia hidráulica, como no dimensionamento de canais de irrigação, sistemas de drenagem e estudos de transporte de sedimentos. A pesquisa destaca a importância da experimentação física na calibração e validação de modelos numéricos, promovendo uma melhor compreensão dos fenômenos hidráulicos associados a canais abertos.

**Palavras-Chave** – Hidráulica de canais. Modelagem experimental. Modelagem matemática.

1) Laboratório de Mecânica dos Fluidos, Hidráulica e Hidrologia. Faculdade de Engenharia Civil. Universidade Federal de Uberlândia. Avenida João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1Y Sala 1Y113. Uberlândia/MG, Brasil. E-mail: bruno.lazaro@ufu.br

2) Laboratório de Mecânica dos Fluidos, Hidráulica e Hidrologia. Faculdade de Engenharia Civil. Universidade Federal de Uberlândia. Avenida João Naves de Ávila, 2121, Bloco 1Y Sala 1Y113. Uberlândia/MG, Brasil. E-mail: alicers@ufu.br

## INTRODUÇÃO

O comportamento e a variabilidade da superfície livre em escoamentos de canais se configuram como desafios fundamentais para a engenharia hidráulica e para os estudos no campo dos recursos hídricos. Desta maneira, compreender tais fenômenos se torna circunstancial para o dimensionamento adequado de canais, de vertedores e de outras estruturas hidráulicas tendo em vista a oferta de escoamentos eficientes e seguros (AZEVEDO NETO, FERNÁNDEZ y FERNÁNDEZ, 2015).

A complexidade desse comportamento reside na interação sistêmica entre os parâmetros geométricos do canal, as condições de escoamento e os efeitos hidrodinâmicos induzidos pela inclinação do leito (TAMADA, 1994; WHITE, 2018). Assim, pequenas variações de declividade são capazes de alterar, significativamente, o comportamento da superfície livre, afetando assim o transporte de sedimentos, a eficiência de sistemas de drenagem e a estabilidade das margens dos canais, por exemplo (FALVEY, 2003; CHANSON, 2015; JAMES, 2020).

Neste contexto, a modelagem eficiente da superfície livre em canais abertos se estabelece como uma necessidade diante da constante busca pela otimização de projetos hidráulicos e pelo aprimoramento de modelos computacionais de escoamento (PORTO, 2006; FOX, 2018). Ainda assim, embora os modelos numéricos tenham ganhado destaque nas últimas décadas, a experimentação física continua a desempenhar um papel essencial na validação dessas simulações, garantindo maior confiabilidade nos resultados obtidos e permitindo avaliar com precisão o impacto da inclinação do canal sobre a altura da lâmina d'água, fornecendo subsídios para uma melhor calibração de modelos teóricos e computacionais (HAGER, BOES, 2014; FOX, 2018; NOVAK *et al*, 2017).

Diante dessa problemática, a presente pesquisa objetivou modelar, experimental e matematicamente, a superfície livre da água em um canal retangular de seção transversal fixa, analisando o efeito da inclinação sobre a altura da lâmina d'água ao longo do escoamento. A pesquisa buscou identificar padrões de adaptação hidráulica e compreender como a declividade influencia o comportamento do escoamento em canais abertos.

Os resultados deste estudo podem contribuir significativamente para o aperfeiçoamento de metodologias de modelagem hidráulica, impactando diretamente o dimensionamento de canais de irrigação, sistemas de drenagem urbana e projetos de infraestrutura hídrica. Além disso, a integração entre experimentação física e modelagem computacional reforça a importância de abordagens complementares na engenharia hidráulica, promovendo soluções mais precisas e sustentáveis para a gestão dos recursos hídricos.

## MATERIAIS E MÉTODOS

Conforme exposto anteriormente, esta pesquisa objetivou modelar o comportamento da superfície livre da água durante o escoamento em um canal aberto sob diversas condições de inclinação de fundo. Neste sentido, adotou-se uma metodologia experimental para a obtenção de valores relativos à variabilidade da profundidade do escoamento analisado.

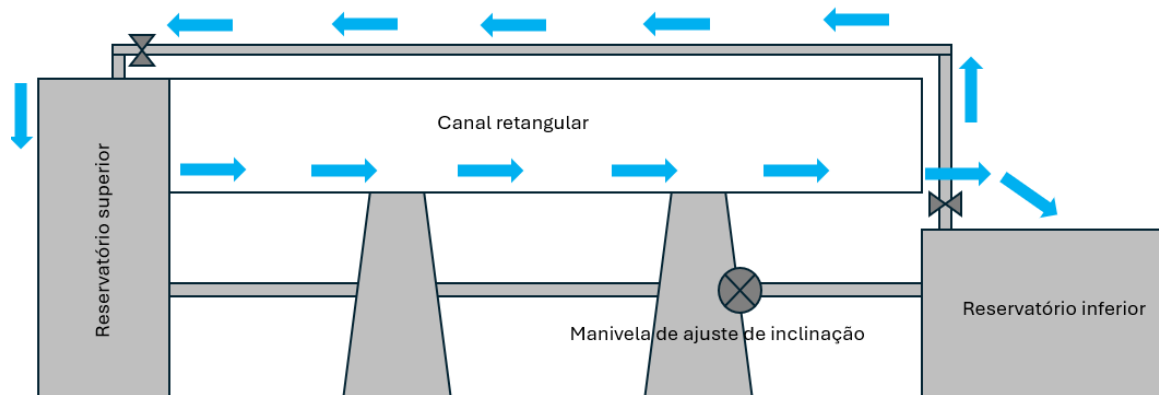
Para tanto, utilizou-se um canal artificial instalado nas dependências de um laboratório de uma instituição de ensino superior. O canal em questão possui seção transversal retangular e as seguintes dimensões: 0,20m de largura, 0,40m de altura e 4,00m de comprimento (Figura 1). O canal é alimentado por um reservatório inferior que bombeia água para um reservatório superior, a partir do qual o escoamento se dá por gravidade, retornando ao primeiro, constituindo assim um sistema fechado (Figura 2).

Em termos de materiais, tem-se que as paredes do canal são constituídas de vidro, enquanto sua base é fabricada em PVC (Policloreto de Vinila). A estrutura que sustenta o canal experimental é fabricada em ferro fundido e soldada ao pavimento do laboratório. Esta estrutura, por sua vez, possui uma manivela que possibilita a variação da inclinação de fundo da base do canal em relação ao plano do pavimento do laboratório (Figura 2).

Figura 1 – Canal experimental utilizado para a pesquisa.



Figura 2 – Esquema de circulação de água e sentido do escoamento no canal experimental.



Para o procedimento experimental em vias de fato, o canal era acionado e as válvulas reguladoras de vazão eram totalmente abertas, possibilitando assim que o canal trabalhasse sempre com a vazão máxima durante o escoamento. Feito esse procedimento, aguardava-se um tempo aproximado de 5 min para a redução das instabilidades superficiais no escoamento.

Findado este tempo, a manivela de ajuste de inclinação era acionada com o intuito de estabelecer a inclinação de trabalho para as medições. Foram consideradas 15 inclinações, variando de 0 m/m (canal horizontal) até 0,050 m/m.

Para cada inclinação, com o auxílio de uma régua, foram mensuradas as alturas das lâminas de água em relação ao fundo do canal. Neste sentido, foram registradas 15 alturas em 15 pontos distintos do conduto livre, igualmente espaçados em 0,25 m desde o início até o final do equipamento. Não foram registradas alturas nas seções imediatamente inicial e final do canal devido efeitos de contração das linhas de corrente e instabilidade do escoamento na entrada e saída do canal.

Finalmente, para cada ponto no qual mensurou-se a altura, calculou-se também a vazão escoada na respectiva seção transversal por meio da Equação de Manning (1). Considerando-se a hipótese de regime permanente, as vazões foram reduzidas às suas médias em relação a cada inclinação analisada.

$$Q = \frac{1}{n} \cdot Am \cdot Rh^{2/3} \cdot \sqrt{I} \quad (1)$$

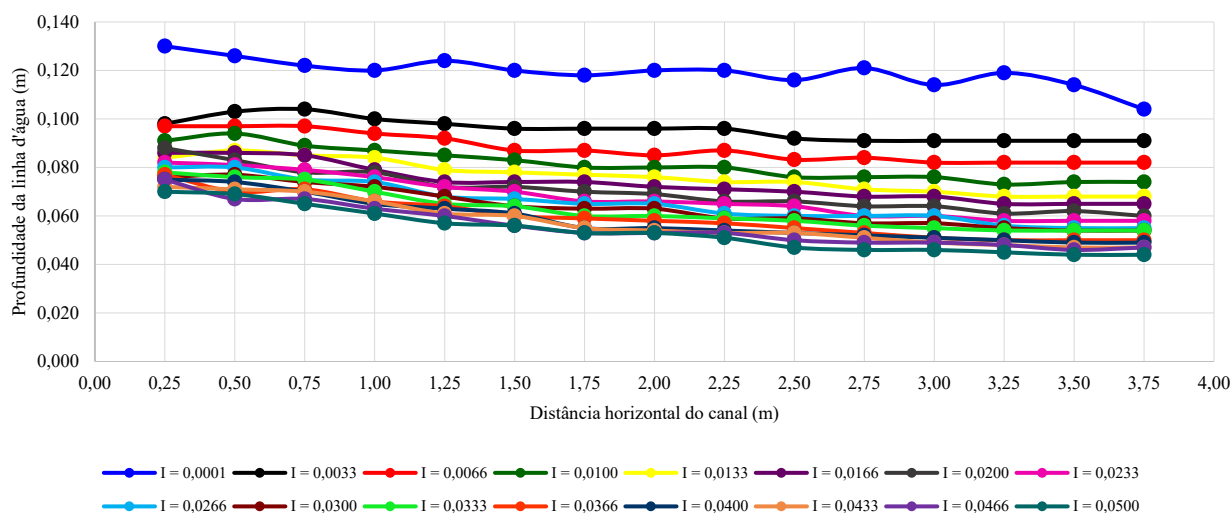
Em que:  $Q$  = vazão ( $m^3/s$ );  $n$  = coeficiente de rugosidade de Manning;  $Am$  = área molhada do canal ( $m^2$ );  $Rh$  = raio hidráulico do canal ( $m$ );  $I$  = inclinação do canal ( $m/m$ ).

Os dados obtidos foram então estruturados em uma planilha eletrônica e modelados estatisticamente. Neste sentido, para cada conjunto de dados associados a uma inclinação de fundo do canal, foram calculadas a média, o desvio padrão, os valores máximos e mínimos, a tendência linear através de modelagem de regressão e a correlação entre os dados. Com isso, objetivou-se compreender matematicamente e representar visualmente por meio de gráficos, a variabilidade da superfície livre do escoamento e sua relação com a declividade de fundo do canal.

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Por meio do procedimento metodológico experimental anteriormente descrito, foi possível obter uma sequência de medições relativas à altura do escoamento no canal sob diversas declividades de fundo. Estas alturas foram representadas na forma de um gráfico, conforme apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Variabilidade da superfície livre do escoamento no canal em função da declividade.



A Figura 3 permite concluir que à medida que a declividade do fundo do canal aumenta, há uma redução na profundidade da lâmina de água ao longo da extensão do canal, conforme esperado, uma vez que, as variáveis, declividade e profundidade, são inversamente proporcionais.

Ao se analisar a influência da inclinação no comportamento do escoamento, percebe-se que, para a condição inicial de  $I = 0,0001$   $m/m$  (canal aproximadamente horizontal), a linha d'água apresenta oscilações mais acentuadas, sugerindo a presença de fenômenos como ondas de superfície ou variações locais na distribuição de energia. Além disso, para valores baixos de  $I$  ( $I < 0,0100$   $m/m$ ), a redução da profundidade ao longo do canal é menos acentuada e os perfis de escoamento mantêm-

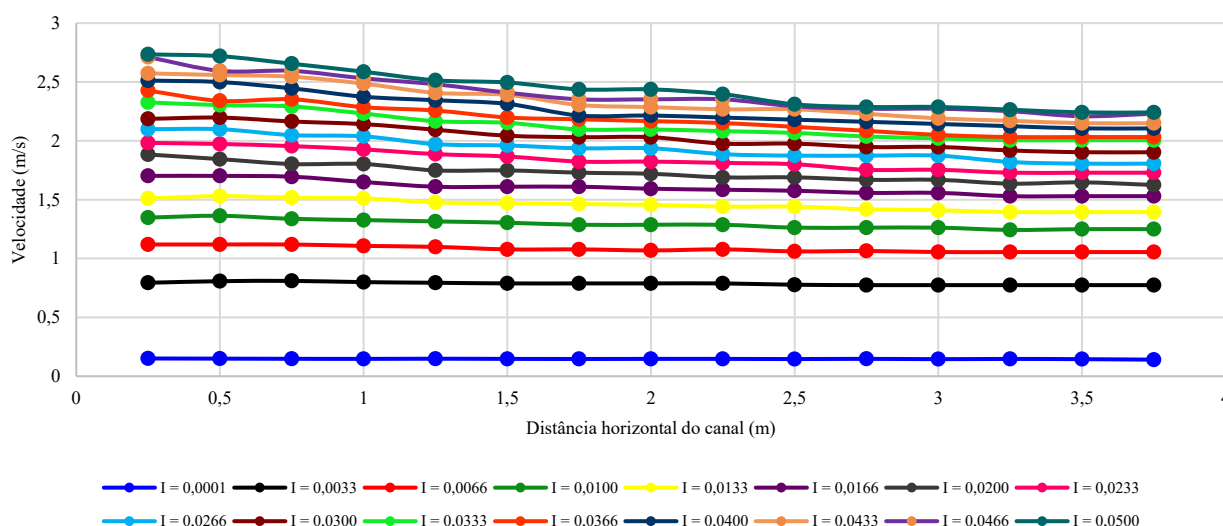


se relativamente próximos entre si, o que é evidenciado pelas baixas taxas de variação local da superfície líquida.

Já para inclinações intermediárias ( $0,0130 \text{ m/m} < I < 0,0266 \text{ m/m}$ ), a redução da profundidade ocorre de forma mais pronunciada, evidenciando um escoamento que se ajusta ao aumento da declividade. Por fim, em inclinações elevadas ( $I > 0,0400 \text{ m/m}$ ), observa-se que a linha d'água tende a se estabilizar com uma profundidade reduzida e taxa relativamente constante ao longo do canal.

Também se verificou que, para uma extensão (X) inferior à 1,25 m em relação à entrada do canal, a profundidade da lâmina de água diminuiu com o aumento da declividade. Analogamente, para  $X \geq 1,25 \text{ m}$ , embora o escoamento possua a mesma tendência, existiram posições em que o incremento da I não alterou a profundidade. Como consequência, tem-se que a velocidade do escoamento aumenta com o acréscimo da I. De modo análogo, considerando uma mesma declividade, o aumento desta, ao longo do canal é menos perceptível, chegando até mesmo possuir igual valor em algumas posições (Figura 4).

Figura 4 – Variação da velocidade ao longo do canal em função da declividade.

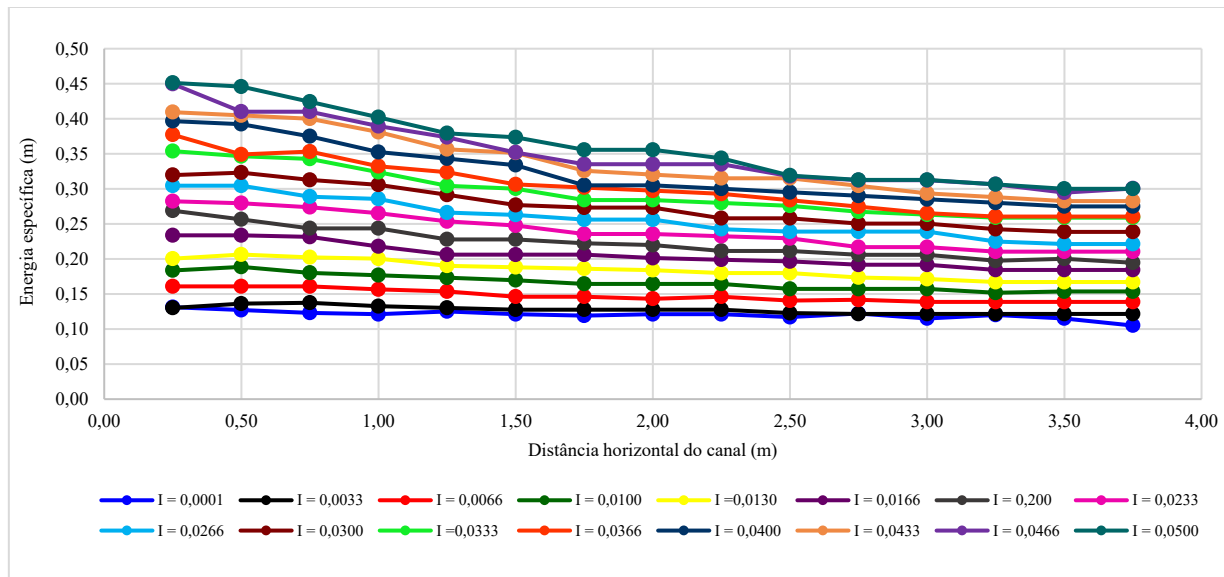


Outro aspecto fundamental na análise do comportamento da linha d'água é a distribuição da Energia Específica (E) ao longo do canal, a qual, por sua vez, como é função da energia de pressão, representada pela profundidade do escoamento e da energia cinética, apresenta comportamento similar a essas grandezas, conforme esperado. A distribuição da mesma ao longo do canal, considerando as diferentes declividades de fundo, é representada na Figura 5.

Nota-se, desta maneira, maiores valores na região de entrada do canal, tendendo para valores menos variáveis para extensão  $\geq 2,5 \text{ m}$ . A maior diferença observada entre a E correspondente às declividades máxima e mínima foi em torno de 0,32 m, referente à entrada do canal e a menor diferença foi inferior a 0,20 m, correspondente à última posição analisada.

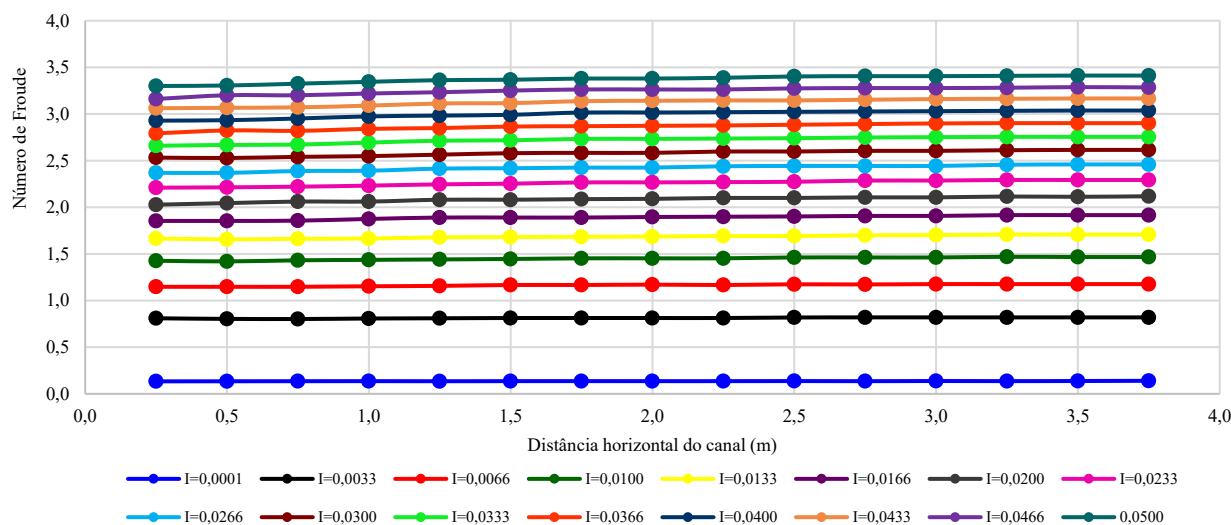
A análise global do comportamento do escoamento sugere que, para baixas inclinações, a profundidade relativamente elevada e a presença de oscilações podem indicar um regime de escoamento fluvial (subcrítico). Por outro lado, à medida que a inclinação aumenta, a profundidade reduz significativamente e o escoamento se torna menos instável, caracterizando um regime possivelmente torrencial (supercrítico), no qual há menor profundidade e maior velocidade.

Figura 5 – Distribuição da energia específica ao longo do canal em função da declividade



Paralelamente ao que fora explicitado no parágrafo anterior, o regime de escoamento também desempenha um papel crucial no comportamento da linha d'água. Analisando o comportamento do escoamento, em termos das forças de inércia e gravitacional, verificou-se para  $I \leq 0,0033$  m/m, um regime de escoamento fluvial (subcrítico) ao longo de toda a extensão do canal, implicando em preponderância da energia potencial sobre a energia cinética. Por outro lado, à medida que a inclinação aumenta e, como consequência, a profundidade reduz como já comentado anteriormente, teve-se a preponderância da energia cinética sobre a potencial, caracterizando dessa forma, regime de escoamento torrencial (supercrítico). Tais observações, são comprovadas por meio do número de Froude, conforme Figura 6.

Figura 6 – Distribuição do número de Froude ao longo do canal em função da declividade.



Para condições de regime subcrítico ( $Fr < 1$ ), tipicamente associadas a inclinações menores, a linha d'água responde às condições a jusante e apresenta variações mais intensas (conforme exposto na Figura 3). Já para escoamentos supercríticos ( $Fr > 1$ ), que ocorrem em inclinações mais elevadas, a profundidade é controlada por condições à montante e o escoamento se torna mais estável e menos sujeito a perturbações abruptas.

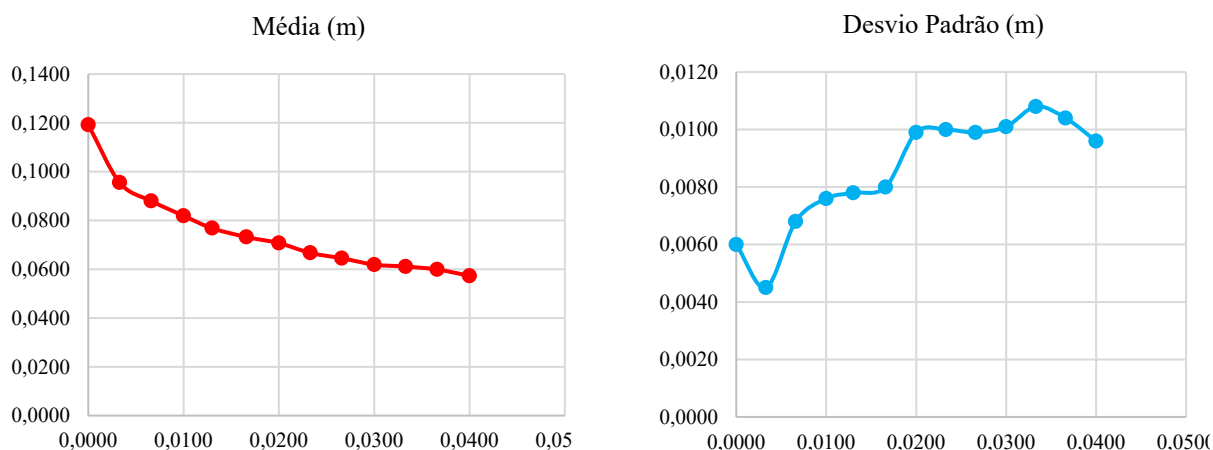
Nota-se ainda, que as maiores diferenças entre os números de Froude ao longo do canal, ocorrem quando este passa de praticamente horizontal para declividade de 0,0033 m/m. A partir daí, as diferenças vão se tornando cada vez menos expressivas, o que se deve às reduções das profundidades das lâminas de água e ao aumento da velocidade.

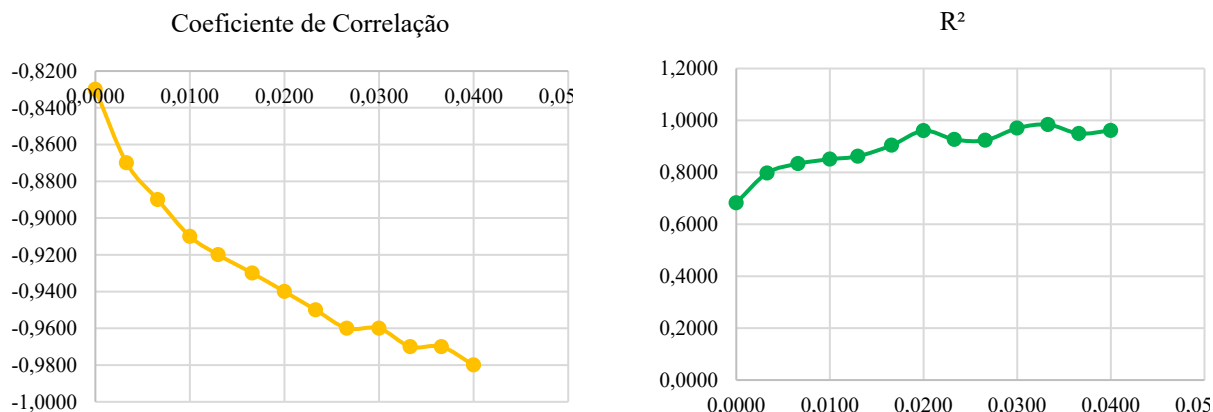
Dessa forma, a relação entre a inclinação do fundo do canal e a estabilidade da linha d'água é um aspecto fundamental a ser considerado no dimensionamento de canais e na previsão do comportamento do escoamento em diferentes condições hidráulicas. Além disso, vale salientar que, embora escoamentos torrenciais juntamente com estruturas adequadas podem provocar a formação de ressalto hidráulico objetivando a recuperação do nível de água, bem como a dissipação da energia mecânica, podem por outro lado, causar danos na estrutura do canal devidos a efeitos erosivos.

Além da inclinação, a rugosidade do fundo e das laterais do canal exercem influência na resistência ao escoamento. Neste contexto, tem-se que superfícies mais rugosas tendem a aumentar a dissipação de energia ao longo do escoamento, reduzindo a velocidade do fluido devido a fatores de aderência fluido/parede e elevando a profundidade da linha d'água. Em contrapartida, superfícies lisas oferecem menor resistência e proporcionam menor aderência, favorecendo a aceleração do escoamento e resultando em menores profundidades da linha d'água. Esse efeito é particularmente relevante em canais artificiais, onde a escolha do material de revestimento impacta diretamente o comportamento hidráulico, devendo tal material ser compatível com a velocidade média esperada.

Somado aos resultados obtidos anteriormente, a Figura 7 apresenta, de forma gráfica, a variação dos parâmetros estatísticos de média, de desvio padrão, de coeficiente de correlação e de coeficiente de determinação ( $R^2$ ) para cada conjunto de dados obtidos experimentalmente e associados a uma inclinação distinta de fundo do canal (Figura 3) tendo em vista a modelagem da variabilidade da lâmina d'água em função da declividade.

Figura 7 – Parâmetros estatísticos analisados.





Pela Figura 7, pode-se observar que a média da profundidade da linha d'água diminui conforme a inclinação do canal aumenta. Para  $I = 0,0001$  m/m ( $I$  aproximadamente 0), a profundidade média é 0,1192 m, enquanto para  $I = 0,0400$  m/m a média cai para 0,0573 m. Isso indica que a inclinação tem um efeito significativo na redução da profundidade média do escoamento.

Além disso, a Figura 7 permite observar que o desvio padrão aumenta conforme a inclinação cresce, de modo a evidenciar uma maior dispersão dos valores de profundidade. Para  $I = 0,0066$  m/m, o desvio é de 0,0068 m, enquanto para  $I = 0,0333$  m/m sobe para 0,0108 m. Isso sugere que o escoamento se torna mais irregular em inclinações maiores.

O coeficiente de Correlação de Pearson entre a inclinação e a profundidade média é -0,91, indicando uma correlação negativa forte. Além disso, nota-se que todas as correlações obtidas são negativas. Isso confirma que, conforme a inclinação do canal aumenta, a profundidade da linha d'água diminui de forma significativa.

Por fim, a modelagem estatística da variabilidade da superfície livre foi desenvolvida por meio de uma regressão ao longo do canal. Assim, os valores de  $R^2$  mostram que a profundidade tende a diminuir conforme a posição  $X$  (comprimento do canal) aumenta. Pela Figura 6, percebe-se que  $R^2$  varia entre 0,68 e 0,98, evidenciando que a redução da profundidade ao longo do canal é bem representada por uma tendência linear.

Ainda neste sentido, foram gerados 13 modelos matemáticos para a variabilidade de superfície livre do escoamento no canal, sendo um modelo para cada inclinação de fundo experimentada. A Tabela 1 apresenta as equações que sintetizam esses modelos, bem como as vazões escoadas em cada inclinação.

Pela Tabela 1, percebe-se que a análise dos coeficientes de determinação revela uma forte relação negativa entre a profundidade da linha d'água e a distância ao longo do canal para todas as inclinações analisadas. Isso indica que, independentemente da declividade do fundo, a altura da lâmina de água tende a diminuir conforme o escoamento avança no canal. Além disso, observa-se que, à medida que a inclinação aumenta, o valor absoluto da correlação também cresce, evidenciando que a relação linear entre profundidade e distância se torna mais expressiva para declividades maiores.

Esse comportamento sugere que inclinações mais acentuadas promovem uma representação mais sistemática e previsível da profundidade da linha d'água ao longo do escoamento. Dessa forma, a modelagem por regressão linear se mostra adequada para descrever a tendência da superfície livre em função da posição no canal, permitindo inferências consistentes sobre o comportamento hidráulico do escoamento em diferentes condições de inclinação.



Tabela 1 – Modelos matemáticos obtidos.

Inclinação (m/m)	Vazão escoada (m³/s)	Modelo matemático	R²	R² (%)
0,00001	0,0030	$h(x) = -0,0044x + 0,1280$	-0,8300	83,0000
0,0033	0,0029	$h(x) = -0,0036x + 0,1060$	-0,8700	87,0000
0,0066	0,0028	$h(x) = -0,0055x + 0,0991$	-0,8900	89,0000
0,0100	0,0026	$h(x) = -0,0062x + 0,0944$	-0,9100	91,0000
0,0130	0,0024	$h(x) = -0,0065x + 0,0897$	-0,9200	92,0000
0,0166	0,0023	$h(x) = -0,0068x + 0,0869$	-0,9300	93,0000
0,0200	0,0022	$h(x) = -0,0086x + 0,0880$	-0,9400	94,0000
0,0233	0,0022	$h(x) = -0,0086x + 0,0839$	-0,9500	95,0000
0,0266	0,0021	$h(x) = -0,0085x + 0,0815$	-0,9600	96,0000
0,0300	0,0021	$h(x) = -0,0089x + 0,0796$	-0,9600	96,0000
0,0333	0,0020	$h(x) = -0,0095x + 0,0802$	-0,9700	97,0000
0,0366	0,0019	$h(x) = -0,0091x + 0,0780$	-0,9700	97,0000
0,0400	0,0019	$h(x) = -0,0084x + 0,0741$	-0,9800	98,0000

Além dos aspectos destacados, observa-se que a progressiva intensificação da correlação negativa entre a profundidade da linha d'água e a distância ao longo do canal, conforme o aumento da declividade, sugere um comportamento cada vez mais previsível e linear da superfície livre. Isso reforça a eficácia da modelagem por regressão linear simples para representar a dinâmica do escoamento em canais com geometrias regulares e fundo liso.

Ademais, a elevação consistente dos coeficientes de determinação ( $R^2$ ), que atingem valores superiores a 95% para as maiores inclinações, evidencia que a variabilidade da profundidade pode ser explicada, em grande parte, pela distância ao longo do canal, sob tais condições. Esses achados são relevantes para a engenharia hidráulica, pois indicam que, em projetos com declividades acentuadas, a modelagem simplificada pode ser aplicada com elevado grau de confiança, otimizando o dimensionamento de canais e o planejamento de intervenções em sistemas de drenagem e irrigação.

## CONCLUSÕES

O presente estudo evidenciou, de forma sistemática, a influência determinante da declividade do fundo do canal sobre a variabilidade da superfície livre do escoamento, confirmando a existência de padrões de adaptação hidráulica ao longo do percurso. Verificou-se que o aumento da inclinação induz uma redução progressiva da profundidade da lâmina d'água, promovendo uma tendência de estabilização do escoamento e favorecendo a transição entre regimes fluviais e torrenciais, conforme indicado pelos valores característicos do número de Froude.

A análise estatística dos dados experimentais revelou uma correlação negativa forte e consistente entre a inclinação e a profundidade média, corroborando a relevância desse parâmetro no controle da dinâmica do escoamento em canais retangulares de seção fixa. Adicionalmente, a modelagem estatística por regressão linear demonstrou-se eficiente na representação da tendência de redução da profundidade ao longo do comprimento do canal, especialmente para inclinações mais acentuadas, onde se observou a obtenção de coeficientes de determinação superiores a 95%.

Esses resultados evidenciam a potencialidade de modelos simplificados na previsão do comportamento hidráulico, otimizando o dimensionamento e a gestão de canais utilizados em sistemas de irrigação, drenagem urbana e controle de cheias, bem como no planejamento de intervenções para mitigação de processos erosivos e transporte de sedimentos.

Como perspectivas para investigações futuras, recomenda-se ampliar o escopo da pesquisa para contemplar geometrias de canais mais complexas, variando-se a rugosidade e as condições de contorno, a fim de avaliar o impacto desses fatores na estabilidade do escoamento e na distribuição da energia específica. A integração de simulações numéricas por Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD) aos dados experimentais coletados poderá proporcionar uma compreensão mais aprofundada das interações hidrodinâmicas envolvidas, permitindo o refinamento de modelos teóricos e a calibração precisa de ferramentas computacionais, com vistas ao desenvolvimento de soluções técnicas mais eficazes e sustentáveis para o manejo e a conservação dos recursos hídricos.

## REFERÊNCIAS

AZEVEDO NETO, J. M.; FERNÁNDEZ Y FERNÁNDEZ, M. *Manual de hidráulica*. 9. ed. São Paulo: Blucher, 2015.

CHANSON, H. (Ed.). *Energy dissipation in hydraulic structures*. Boca Raton: CRC Press, 2015.

FALVEY, H. T. *Hydraulic design of labyrinth weirs*. Reston: ASCE Press (American Society of Civil Engineers), 2003.

FOX, R. W. et al. *Introdução à mecânica dos fluidos*. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2018.

HAGER, W. H.; BOES, R. M. *Hydraulic structures: a positive outlook into the future*. Journal of Hydraulic Research, v. 52, n. 3, p. 299-310, 24 jun. 2014. ISSN 0022-1686.

JAMES, Christopher Stephen. *Hydraulic structures*. Cham, Switzerland: Springer, 2020.

NOVAK, Pavel et al. *Hydraulic structures*. Boca Raton: CRC Press, 2017.

PORTO, R. M. *Hidráulica básica*. 4. ed. rev. São Carlos: EESC-USP, 2006.

TAMADA, K. *Contribuição para o projeto de obras hidráulicas fluviais: análise crítica*. São Paulo: Universidade de São Paulo, Escola Politécnica, Departamento de Engenharia Hidráulica e Sanitária, 1994.

WHITE, F. M. *Mecânica dos fluidos*. 8. ed. Porto Alegre: Artmed, 2018.