

XXVI SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS

MÉTODO DE MUSKINGUM-CUNGE INTEGRADO COM ALGORITMOS GENÉTICOS PARA ONDA DE CHEIA EM TEMPO REAL

Franz C. Gonçalves¹ ; Altair Rosa²; Maria C. Fava³ & Marina B. de Macedo⁴

Abstract: Currently, the use of real-time hydrological models is of great necessity for disaster prevention caused by extreme events. Thus, in this study, a computational model was developed in Python to generate a real-time hydrograph, which will feed the Muskingum-Cunge model (CUNGE, 1969). This model was modified to use genetic algorithms to calculate the number of sections according to the data provided by the water body. This automation allowed the section calculation to be more concise, improving accuracy and real-time decision-making processes (BRUNNER, 2010).

Resumo: Atualmente, a utilização de modelos hidrológicos em tempo real é de grande necessidade para a prevenção de desastres provocados por eventos extremos. Dessa forma, neste estudo, foi desenvolvido em *Python* um modelo computacional para gerar um hidrograma em tempo real que irá abastecer o modelo de Muskingum-Cunge (MC) (CUNGE, 1969). Neste trabalho, o MC foi integrado com algoritmos genéticos para calcular o número de seções otimizado de acordo com os dados do corpo hídrico fornecido. Essa automatização permitiu que o cálculo das seções seja mais conciso, com a melhoria da acurácia e dos processos de tomada de decisão em tempo real (BRUNNER, 2010).

Palavras-Chave – Algoritmos genéticos, Muskingum-Cunge, Previsão.

INTRODUÇÃO

Com o avanço do conhecimento, a modelagem hidrológica vem evoluindo e atualmente é essencial para planejamento e principalmente da gestão dos recursos hídricos, onde é possível a presciência de vazões em rios, precipitações e principalmente de eventos hidrológicos extremos que tem por consequência chuvas que são fora da curva e inundações (CHOW et al., 2013). Um dos métodos mais utilizados é o cálculo do hidrograma do corpo hídrico, onde é de importante função, permitindo a compreensão da resposta da bacia a diferentes precipitações e escoamentos superficiais. Neste artigo, foi desenvolvido em *Python* um código para o cálculo do hidrograma de um corpo hídrico, possibilitando simulações em tempo real das vazões, de acordo com as condições hidrológicas da bacia. Após a geração dos dados, eles são utilizados como subsídio para o segundo código, onde foi implementada a técnica de Muskingum-Cunge amplamente utilizada para o cálculo de propagação de cheias (CUNGE, 1969; PONCE et al., 1996).

Essa segunda modelagem construída no *Python*, utiliza algoritmos genéticos para otimizar a discretização do rio, determinando o melhor número de seções automaticamente, garantindo assim

1) Afiliação: Universidade Federal de Itajubá, Itajubá-MG, (34) 98426-7447, fcg120@hotmail.com

2) Afiliação: Pontifícia Universidade Católica do Paraná, (41) 99967-1218, altair.rosa@pucpr.br

3) Afiliação: Universidade Federal de São Carlos, São Carlos-SP, (16) 99750-9695, mcfava@ufscar.br

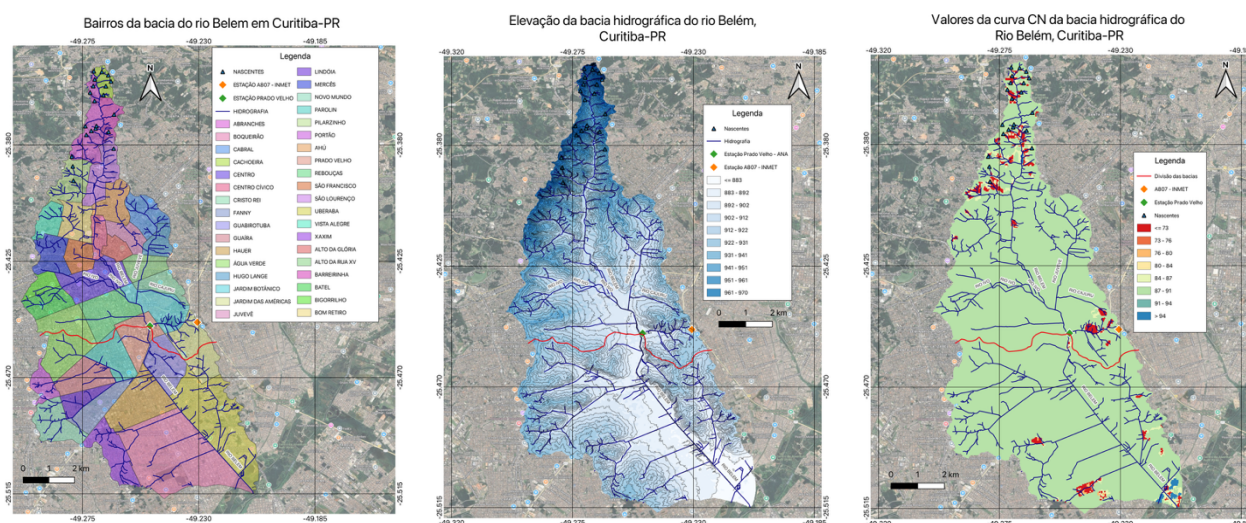
4) Afiliação: Universidade Federal de Itajubá, Itajubá-MG, (34) 99801-0110, marinamacedo@unifei.edu.br

uma precisão na modelagem, sempre respeitando o limite máximo do incremento espacial Δx que existe na técnica (GOLDBERG, 1989). A combinação entre a técnica de MC com os algoritmos genéticos eleva a eficiência da modelagem hidrológica e reduz erros numéricos (TYAGI et al., 2019)

CARACTERIZAÇÃO DA BACIA HIDROGRÁFICA UTILIZADA NO ESTUDO

A bacia do rio Belém em Curitiba-PR possui 87,02 km², onde tem uma relação de aproximadamente 20% de toda a área da cidade. O rio estudado passa ao longo de 37 bairros da cidade (Figura 1) onde se destaca passando pelo centro do município (PAISAGENS DO BELÉM, 2016). O rio nasce ao norte da cidade de Curitiba no bairro Cachoeira e deságua no rio Iguaçu, passando pelo bairro Boqueirão, no sul da localidade, onde percorre 21,02 km cortando todo o trecho. A Figura 1 mostra as elevações do terreno na bacia estudada. A forte urbanização da região, aliada a falta de planejamento e gestão dos recursos hídricos da localidade, fizeram que o rio fosse utilizado canalizado, sendo induzido o depósito de matéria orgânica e a retirada da mata ciliar, provocou assoreamento em vários pontos e aumentaram consequentemente os níveis de poluição (PAISAGENS DO BELÉM, 2016). A Figura 1 mostra a curve number da bacia (CATÁLOGO DE METADADOS DA ANA, 2025).

Figura 1– Caracterização da bacia hidrográfica do rio Belém - limite e bairros, elevações e valores de CN



MÉTODOS E MATERIAIS

Montagem do hidrograma para cálculo da vazão do rio estudado

A análise do hidrograma da localidade ajuda a entender o contexto de como é o funcionamento da bacia estudada. Quando é construído, ele leva em consideração a precipitação, infiltração e armazenamento do solo e o seu escoamento superficial, mostrando claramente como é o comportamento da bacia quando ocorre qualquer evento hidrológico extremo (CHOW; MAIDMENT; MAYS, 1994)

Nem toda a precipitação quando cai numa determinada bacia vira um escoamento superficial. Dependendo do solo é possível que ocorra infiltração, seja interceptada pela vegetação (nativa ou

não) e que vire evapotranspiração retornando a atmosfera. A precipitação efetiva de um local é justamente a que traz o escoamento superficial para a localidade (Equação 1) (USDA, 1972).

$$P_e = \frac{(P-0,2S)^2}{(P+0,8S)} \quad (1)$$

A precipitação efetiva é determinada pela curve number (CN), sendo este o fator determinante para a identificação do uso e ocupação do solo e as suas condições de umidade que antecedem a qualquer evento hidrológico da bacia, demonstrada na Equação 2 (USDA, 1972).

$$S = 25,4 \left(\frac{1000}{CN} - 10 \right) \quad (2)$$

Com o valor da precipitação efetiva, é calculado o valor da vazão de pico. É feito através da equação de Snyder onde é utilizado o hidrograma unitário, que representa a quantidade de 1mm de chuva distribuída por toda a região em um período específico, Equação 3 (SNYDER, 1938).

$$Q_p = 0,208 \times \frac{A_b}{t_p \times 60} \quad (3)$$

O tempo de duração da chuva efetiva unitária (t_r) é o valor utilizado para 1 mm de chuva no local estudado. Para esse cálculo foi utilizado o valor de 5 minutos de precipitação. É o tempo utilizado por possíveis sensores de campo para registrar a precipitação, onde pode variar de acordo com o estudo do local. Já para o tempo de concentração (Equação 4) foi utilizada a fórmula de Kirpich (MOTA; KOBAYAMA, 2015)

$$t_c = 0,0195 \times \frac{L^{0,77}}{H^{0,385}} \quad (4)$$

Com isso é possível calcular o valor do tempo de pico através da Equação 5 (CHOW et al., 1994; SNYDER, 1938)

$$t_p = \frac{t_r}{2} + 0,6 \times t_c \quad (5)$$

Com os valores desenvolvidos acima, é possível montar o gráfico da chuva unitária, conseguindo uma equação da reta ascendente que varia entre zero a Q_p e de Q_p até o valor do tempo de base. Com estas equações, conseguiremos desenvolver a o método da convolução. Se baseando no princípio da superposição, é assumido que a resposta proporcionada por uma determinada bacia a uma determinada chuva pode ser determinada através da soma de cada chuva individual com menores incrementos de precipitação existentes no local. Neste caso, será utilizada a convolução discreta fazendo o uso das equações que descrevem o comportamento do hidrograma unitário e a P_e demonstrado assim na Equação 6 (CHOW; MAIDMENT; MAYS, 1994):

$$Q_t = \sum_{i=0}^{n-1} P_e(i) \cdot U(t - i) \quad (6)$$

Quando esse processo é desenvolvido, cada incremento de chuva calculado, vai gerando um hidrograma que é deslocado ao longo do tempo, onde o resultado da soma é o hidrograma final para a precipitação que está sendo estudada no local (CHOW; MAIDMENT; MAYS, 1994).

Muskingum-Cunge e a propagação de onda de cheia

Em um corpo hídrico, a propagação de ondas é um tema recorrente e que necessita de um alto entendimento na hidrologia e dos recursos hídricos. Para reproduzir matematicamente esse fenômeno, diversos métodos foram desenvolvidos, tendo o MC (CUNGE, 1969), como um deles, sendo amplamente utilizado por conta da sua simplicidade no cálculo e com uma precisão bem relativa (CHOW et al., 2013; MCCUEN, 2005).

Baseado na equação da continuidade, com uma concepção bem aproximada da equação do momento que é baseada na derivada da equação de Saint-Venant, o método de MC é uma evolução do método de Muskingum, onde originalmente na técnica inicial, os parâmetros K e X precisavam ser calibrados empiricamente, na metodologia melhorada, esses parâmetros são calculados de acordo com as características do escoamento também pela geometria do canal (PONCE et al., 1996). Utilizando a equação da continuidade (Equação 7):

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

E a equação de Muskingum é dada por (Equação 8):

$$S = K[(1 - X)I + XQ] \quad (8)$$

Com a reformulação de Cunge (CUNGE, 1969), os parâmetros K e X, são determinados por valores determinados fisicamente nas Equações 9 e 11. A Equação 10 representa a celeridade da onda de cheia

$$K = \frac{\Delta x}{c} \quad (9)$$

$$c = \frac{1}{B} \left(\frac{\partial Q}{\partial A} \right) \quad (10)$$

$$X = \frac{1}{1 + \left(\frac{Q}{cS_0} \right)} \quad (11)$$

A Equação 11, de X, deve estar sempre dentro dos valores entre 0 e 0,5. Cunge (1969) também efetuou uma discretização da equação diferencial, utilizando o método das diferenças finitas que resulta na Equação 12 que é a característica do método:

$$Q_{j+1}^{n+1} = C_0 Q_j^n + C_1 Q_{j+1}^n + C_2 Q_j^{n+1} \quad (12)$$

Onde os coeficientes C_0 , C_1 e C_2 são calculados respectivamente pelas Equações 13, 14 e 15. Vale ressaltar que o somatório dos três coeficientes deve ser igual a 1, para manter a conservação da massa (CHOW et al, 2013).

$$C_0 = \frac{(1-X)K - 0,5\Delta t}{(1-X)K + 0,5\Delta t} \quad (13)$$

$$C_1 = \frac{(1+X)K - 0,5\Delta t}{(1-X)K + 0,5\Delta t} \quad (14)$$

$$C_2 = \frac{(1-X)K + 0,5\Delta t}{(1-X)K + 0,5\Delta t} \quad (15)$$

A sua aplicação computacional é de grande ajuda, pois como não necessita de calibração das variáveis, pode ser utilizado principalmente em modelagens hidrodinâmicas. Com a variabilidade de parâmetros hidráulicos inseridos neste método, tem uma precisão elevada e serve como base de cálculo para vários softwares de cálculos hidrológicos atuais (PONCE; LOHANI; SCHEYHING, 1996).

Algoritmos genéticos

Atualmente com o progresso dos sistemas computacionais, problemas de otimização, complexos ou não, tem se tornado um ótimo campo de interesse. Com base nos estudos de Darwin e sua teoria da evolução, os algoritmos genéticos usam os métodos de seleção, cruzamento e mutação para a localização de soluções ótimas através de um número de iterações propostas pelo usuário

(GOLDBERG, 1989). A biblioteca *Distributed Evolutionary Algorithms in Python* (DEAP) tem um grande destaque no cenário computacional, por ser de código aberto e de simples manuseio.

No DEAP, evidenciam-se as funções *creator*, onde é da sua responsabilidade a criação dos indivíduos, fitness e toolbox que tem como os operadores a seleção, mutação e cruzamento (MITCHELL, 1996). Com essa abordagem, a biblioteca unida a inteligência artificial e aprendizado de máquina torna-se um item de grande valia para problemas de otimização (EIBEN; SMITH, 2003).

A biblioteca DEAP tem uma grande importância dentro do meio acadêmico, onde é aplicada em estudos de otimização global e aprendizado de máquina sendo um exemplo da aplicação desse algoritmo, a construção automática de modelos iniciais para a inversão de forma de onda completa, quando aplicado os algoritmos genéticos, a otimização feita por esse método se tornou melhor do que qualquer outra metodologia tradicional (DE RAINVILLE et al., 2012). Também a paralelização, que é a utilização de vários núcleos de processamento para a execução de problemas mais complexos como o treinamento de redes neurais mais profundas (MITCHELL, 1996).

RESULTADOS

O código desenvolvido para cálculo do MC executa loops de hora em hora para a propagação de cheias, obtendo a vazão de chuva que chega ao rio. Para este estudo, foram utilizadas chuvas em três épocas específicas para a simulação do cálculo. A Tabela 1 e foi registrada na estação A807 do INMET.

Tabela 1 - Chuvas geradas na região da bacia do rio Belém

Tempo (h)	Precipitação (mm) 21/06/2013	Precipitação (mm) 19/10/2010	Precipitação (mm) 21/09/2007
00:00	3,8	0,4	0,0
01:00	2,8	14,0	0,0
02:00	2,6	0,8	0,8
03:00	0,8	1,2	0,2
04:00	6,0	1,8	20,8
05:00	2,8	0,4	15,4
06:00	5,0	0,4	1,4
07:00	3,4	0,0	1,8
08:00	5,4	0,0	0
09:00	4,1	0,0	0,8
10:00	12,4	0,0	2,2
11:00	19,6	0,0	0

Os hidrogramas gerados para o rio Belém proveniente da transformação chuva-vazão está detalhado na Tabela 2 com os resultados. Já a Tabela 3, retorna os valores calculados pelo método de Muskingum-Cunge.

Tabela 2 – Hidrogramas gerados na região da bacia do rio Belém

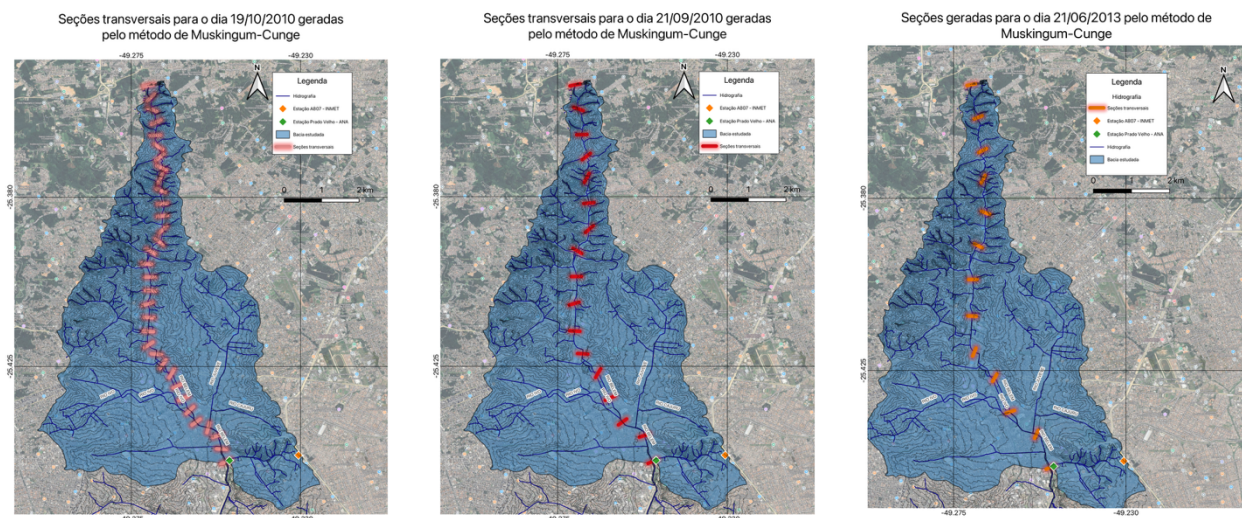
Dados gerados	21/06/2013	19/10/2010	21/09/2007
Armazenamento S (mm)	37,9540	37,9540	37,9540
Perdas iniciais (mm)	7,5908	7,5908	7,5908
Tempo de concentração (min)	230,9015	230,9015	230,9015
Tempo de pico (min)	141,0409	141,0409	141,0409
Vazão de pico (m ³ /s.mm)	3,8280	3,8280	3,8280
Vazão máxima (m ³ /s)	139,9181	9,7325	64,5953

Tabela 2 – Valores gerados no cálculo do Muskingum-Cunge para a região da bacia do rio Belém

Dados gerados	21/06/2013	19/10/2010	21/09/2007
Vazão inicial (m ³ /s)	93,2787	6,4882	43,0635
Celeridade (m/s)	3,65	1,2578	2,6818
Δx inicial (m)	1228,2412	405,2323	888,8867
Δx final (m)	1064,17	399,06	798,12
X	0,31	0,40	0,34
K	291,29	317,26	297,61
Número de seções	12	32	16
C1	0,1671	0,0679	0,1377
C2	0,1422	0,8135	0,7315
C3	0,6907	0,1186	0,1308

A implementação dos algoritmos genéticos no método MC para o cálculo da quantidade das seções transversais ao longo do rio estudado nos trouxe um avanço significativo para a representação da onda de cheia. No método tradicional, o número de seções é estimado através de iterações entre o valor do comprimento do rio com o valor de Δx , que foi calculado, que é baseado na celeridade da onda e no tempo de retardo hidrológico (CHOW et al., 1994; PONCE et al., 1996). Como a quantidade de seções é alvo subjetivo e depende exclusivamente do operador, contanto que não supere o valor de Δx limite, a automação com os algoritmos genéticos é uma alternativa eficaz e principalmente, com a diminuição de possíveis erros. A Figura 2 mostra a locação das seções ao longo de cada evento chuvoso conforme a definição dos cálculos.

Figura 2–Seções transversais geradas para cada dia calculado.



DISCUSSÃO E RECOMENDAÇÃO DE PESQUISAS FUTURAS

A integração dos algoritmos genéticos no método MC para a automação e determinação ótima do número de seções de um corpo hídrico é de extrema importância para a minimização de possíveis erros e discrepâncias onde podemos deixar o trecho final sem sua devida cobertura. Em bacias com um porte médio a quantidade de seções influencia diretamente a estabilidade numérica e a simulação do deslocamento da onda de cheia, é possível observar essa influencia diretamente nos mapas gerados onde as seções são geradas de acordo com a celeridade e parâmetros X e K podendo flutuar e ter mais seções a serem avaliadas ou menos seções, automatizadas assim pelo algoritmo genético.

Chow et al. (1994) observou que a escolha do Δx final deve levar em conta as características do canal como comprimento total, variação morfométrica onde ele recomenda que a distância ótima das seções é entre 200 e 2.000 metros e levando em conta a extensão da bacia e principalmente a aplicação do modelo para o objetivo final que deseja ser encontrado. Distâncias grandes entre as seções levam a perda de detalhes que estão na dinâmica do escoamento e distâncias curtas levam ao aumento da resolução, porém aumentam consideravelmente o processamento computacional e pode ocorrer instabilidade numérica.

Mota (2008) faz uma complementação aos dados de Chow et al. (1994) onde ele afirma que a discretização utilizada deve ser adaptada necessariamente a escala da bacia. Bacias de porte pequeno necessitam uma resolução espacial com 10 a 20 seções, enquanto bacias com porte médio e grande podem usar seções mais espaçadas. Ele também destaca que a disponibilidade de um levantamento topográfico confiável também influencia e ajuda a retornar valores mais confiáveis e assim também uma discretização mais fina e robusta.

A Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA,2010) faz a orientação que a distância entre as seções em modelos como o HEC-HAS que também faz simulações unidimensionais se baseando na geometria do canal, não deve ser menor que 50 metros, com exceção em locais críticos como confluências e áreas urbanas. Também deve ser observado que o limite máximo é de 2000 metros, onde acima disso pode comprometer principalmente a acurácia da simulação com uma ênfase nos canais onde tem uma variação de rugosidade ou declividade.

O MC tem uma base teórica consolidada para o cálculo dos parâmetros K, X e C1, C2, C3. Porém quando temos sistemas complexos encontra desafios como a diferença de parâmetros hidráulicos ou geomorfológicos das bacias (CHOW et al., 1994; PONCE et al., 1996). Quando se aplica seções uniformes, é possível introduzir incertezas que podem refletir nos resultados. Quando aplicamos os algoritmos genéticos para fazer a iteração e encontrar o número ideal de seções respeitando a distância máxima entre as mesmas e respeitando as condições indicadas por Chow et al., (1994) permite fazer o alinhamento entre o modelo e as características da bacia.

Após os cálculos, o resultado da distância entre as seções convergiu para um valor próximo ao valor do Δx inicial graças ao algoritmo genético. É possível observar a capacidade deste código para a busca e otimização em situações em que existem várias condições que sejam satisfeitas ou com várias variáveis independentes que precisam ser respeitadas para assim seja determinado um valor. Segundo Deb (2001) e Gupta et al. (2012) os algoritmos genéticos têm uma eficiência grande na resolução de problemas hidrológicos onde possa haver incertezas estruturais e paramétricas. É observado também que com o ajuste da quantidade de seções bem próximo ao número ideal, tem impacto diretamente na qualidade da simulação feita para a bacia. Também é recomendado que o processo de otimização do Δx final por algoritmos genéticos ou qualquer outra técnica de automação tenha um limite físico-prático, garantindo assim que os valores que estão sendo ajustados consigam se manter fisicamente plausíveis.

Com isso, esta abordagem mostra uma evolução significativa na maneira de como os modelos que possuem semi-distribuição tem sua concepção e a calibragem, com a integração das técnicas tradicionais com a inteligência computacional moderna (GUPTA et al., 2012). Dessa forma é possível trabalhar em tempo real com cálculos baseados em números realistas e que podem ser utilizados para a tomada de decisão em locais críticos, com altas probabilidades de inundação.

Com a adaptação do método de MC aos algoritmos genéticos foi satisfatória para ao número de discretizações do rio estudado, tendo assim aumento da significância da propagação de onda na bacia, se pode expandir essa utilização para bacias em outros contextos hidrológicos e hidráulicos. Bacias urbanas com alta declividade que tem um escoamento com maior complexidade (CHOW et al., 2013; PONCE et al., 1996) é uma dessas aplicações.

Uma nova visão é a utilização de algoritmos de otimização multiobjetiva por exemplo o *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II), onde ele consegue não só calcular o número das discretizações, mas também otimizar outros parâmetros hidráulicos como coeficiente de Manning, o tempo de concentração e características do solo (DEB, 2001). Com essa abordagem é possível assim atender com multiobjetividade a complexidade natural dos problemas hidrológicos

É possível também a adaptação do código para a inserção de ferramentas de tomada de decisão que utilizam o aprendizado de máquina como *Random Forest* ou redes neurais artificiais. Além de serem usadas para a presciência de número de seções ideais, poderiam ser utilizadas como ferramenta de previsão de possíveis inundações ao longo do tempo, por conta do abastecimento do banco de dados, permitindo assim a minimização cada vez mais da calibração manual e a poderosa utilização dos mesmos para previsões (DAWSON et al., 2001; GUPTA et al., 2012; LANGE et al, 2020)

E por fim, a utilização deste algoritmo para teste sob cenários futuros em que as mudanças climáticas fazem as mudanças no cenário do clima mundial. Com a mudança e a variação dos regimes de precipitação na localidade, mudanças na cobertura e no uso e ocupação do solo (IPCC, 2023), obrigam que os modelos hidrológicos possuam sistemas dinâmicos e adaptáveis às situações futuras em que esta proposta aqui apresentada, possui uma maneira promissora de abordagem.

A combinação do método de Muskingum-Cunge com algoritmos genéticos consegue não só aprimorar a modelagem da propagação de ondas e possíveis enchentes, mas fornece um lastro com flexibilidade para encarar os desafios cada vez mais complexos na natureza.

REFERÊNCIAS

ANA – AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS E SANEAMENTO BÁSICO. *Manual de modelagem hidrodinâmica com HEC-RAS*. Brasília: ANA, 2020.

BRUNNER, G. W. *HEC-RAS River Analysis System Hydraulic Reference Manual*. [s.l: s.n.]. Disponível em: <www.hec.usace.army.mil>.

CATÁLOGO DE METADADOS DA ANA. *Curva Número na base Ottocodificada (1985, 2014 e 2022)*. Disponível em: <<https://metadados.snirh.gov.br/geonetwork/srv/api/records/d1c36d85-a9d5-4f6a-85f7-71c2dc801a67>>. Acesso em: 19 fev. 2025.

CHOW, V. TE; MAIDMENT, D.; MAYS, L. *Applied Hydrology*, 2nd Edition. 2. ed. McGraw-Hill, 1994

CUNGE, J. A. “On The Subject Of A Flood Propagation Computation Method (Muskingum Method)”. *Journal of Hydraulic Research*, v. 7, n. 2, p. 205–230, jan. 1969.

D. N. MORIASI et al. “Model Evaluation Guidelines for Systematic Quantification of Accuracy in Watershed Simulations”. *Transactions of the ASABE*, v. 50, n. 3, p. 885–900, 2007.

DAWSON, C. W.; WILBY, R. L. “Hydrological modelling using artificial neural networks”. *Progress in Physical Geography: Earth and Environment*, v. 25, n. 1, p. 80–108, 18 mar. 2001.

DE RAINVILLE, F.-M. et al. “DEAP: A Python framework for Evolutionary Algorithms” in *Proceedings of the 14th annual conference companion on Genetic and evolutionary computation*. Anais...New York, NY, USA: ACM, 7 jul. 2012.

DEB, K. *Multi-objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. [s.l.] Chichester: John Wiley & Sons, 2001.

DOHERTY, J. *Model-independent parameter estimation: user manual for PEST, 5th edition*. Brisbane, Australia: Watermark Numerical Computing, 2010.

EIBEN, A. E.; SMITH, J. E. *Introduction to Evolutionary Computing*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2003.

GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. 1st. ed. USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989.

GUPTA, H. V. et al. “Towards a comprehensive assessment of model structural adequacy”. *Water Resources Research*, v. 48, n. 8, 25 ago. 2012.

INTERGOVERNMENTAL PANEL ON CLIMATE CHANGE (IPCC). *Climate Change 2021 – The Physical Science Basis*. [s.l.] Cambridge University Press, 2023.

LANGE, H.; SIPPEL, S. *Machine Learning Applications in Hydrology*. Em: [s.l.: s.n.]. p. 233–257.

MCCUEN, R. H. *Hydrologic Analysis and Design*. 3. ed. Michigan: Pearson Prentice Hall, 2005.

MITCHELL, M. *An Introduction to Genetic Algorithms*. Cambridge: The MIT Press, 1996.

MOTA, A.; KOBIYAMA, M. *Reconsiderações sobre a Fórmula de Kirpich para o cálculo de tempo de concentração*. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v. 20, n. 1, p. 55–59, 2015.

MOTA, M. S. *Modelagem hidrológica e hidrodinâmica: princípios e aplicações*. 2. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2018.

PAISAGENS DO BELÉM. “Um rio que não é visto, não é lembrado e tampouco preservado...”. 2016. Disponível em: <http://www.paisagensdoriobelem.com.br/>. Acesso em: 03 abr. 2025

PONCE, V. M.; LOHANI, A. K.; SCHEYHING, C. “Analytical verification of Muskingum-Cunge routing”. Journal of Hydrology, v. 174, n. 3–4, p. 235–241, jan. 1996.

SNYDER, F. F. “Synthetic unit-graphs”. Eos, Transactions American Geophysical Union, v. 19, n. 1, p. 447–454, 18 ago. 1938.

TYAGI, G.; SINGH, R.; HUSSAIN, DR. A. “Applications of Genetic Algorithm in Water Resources Management and Optimization”. SSRN Electronic Journal, 2019.

USDA. *National Engineering Handbook, Section 4: Hydrology*. Washington, DC.: [s.n.].

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me dar forças para seguir em frente nos momentos mais difíceis. Aos meus familiares, amigos e todas as pessoas próximas pelo apoio, incentivo e amor incondicional ao longo desta jornada. Aos meus professores e orientadores, pela dedicação, paciência e ensinamentos transmitidos durante o curso. À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, pelo apoio institucional fundamental ao desenvolvimento deste trabalho.

Os autores agradecem sinceramente o apoio dos seguintes projetos: CNPq 307637/2012-3 de Produtividade em Pesquisa e (5) CNPq/MCTI/FNDCT Nº 59/2022 – Benefícios da implementação de técnicas compensatórias para mitigar os problemas causados pelas mudanças climáticas, por meio da gestão dos aspectos qualitativos e quantitativos da drenagem urbana no Município de Curitiba – Paraná – Brasil, pelo fornecimento dos dados para que este artigo fosse criado.