

XI SIMPÓSIO DE RECURSOS HÍDRICOS DO NORDESTE

ESTUDO DA PRECIPITAÇÃO MÁXIMA DIÁRIA ANUAL PARA O ESTADO DE MINAS GERAIS

Daniel Brasil Ferreira Pinto ¹; Luís Henrique Silva Soares ²; Shaiana Jaciara Silva ³; Luiz Henrique Siqueira ⁴ & Cíntia Clara Viana⁵

RESUMO – O conhecimento da frequência de ocorrência de chuvas intensas é de suma importância no contexto ambiental, visto que, esta atua sobre a erosão do solo, causa inundações em áreas rurais e urbanas, condiciona projetos de obras hidráulicas, entre outras aplicações. Desta forma, objetivou-se com este trabalho estudar a precipitação máxima diária anual no estado de Minas Gerais, a partir de 145 postos pluviométricos, com técnicas e ferramentas geoestatísticas. Aos dados foram aplicadas as distribuições de probabilidades Gumbel, Gama e GEV, considerando o método dos momentos e o da máxima verossimilhança. Numa segunda abordagem procedeu com a espacialização dos parâmetros das distribuições de probabilidades usando técnicas geoestatísticas. Os modelos geoestatísticos avaliados foram: exponencial, esférico e gaussiano. Os parâmetros da distribuição Gumbel foram os que melhores se ajustaram aos modelos geoestatístico, sendo o modelo gaussiano o que apresentou o maior grau de dependência espacial e menor erro médio quando comparado as outras distribuições de probabilidades. Para o estudo da precipitação máxima diária anual no estado de Minas Gerais, recomenda-se o uso da distribuição Gumbel pela facilidade matemática de ser trabalhada e pelos resultados obtidos neste trabalho.

ABSTRACT – Knowledge of the frequency of intense rainfall is of great importance in the environmental context, since it acts on soil erosion, cause flooding in urban and rural areas, conditions of hydraulic works projects, among other applications. Thus, the objective of this work was to study the annual maximum daily precipitation in the state of Minas Gerais, 145 posts from rainfall, with geostatistical techniques and tools. Data were applied to the Gumbel distribution of probabilities, and GeV range, considering the method of moments and the maximum likelihood. In a second approach has the spatialization of the parameters of probability distributions using geostatistical techniques. The geostatistical model were: exponential, spherical and gaussian. The parameters of the Gumbel distribution were the best fit to the geostatistical models, the model gaussian which showed the highest degree of spatial dependence and lower average error compared to other distributions of probabilities. To study the annual maximum daily precipitation in the state of Minas Gerais, it is recommended the use of the Gumbel distribution facility for mathematics to be worked and the results obtained in this work.

Palavras-Chave – Precipitação máxima, geoestatística, recursos hídricos

1) Professor Titular no UNIFOR/MG, Campos Universitário Av. Dr. Arnaldo Senna, nº 328, bairro Água Vermelha, Formiga - MG, 35570-000, fone: (37)3329-1400, e-mail: danielbrasil@unifor.br

2) Graduando em Engenharia Ambiental e Sanitária no UNIFOR/MG, Campos Universitário, e-mail: luis.engamb@hotmail.com

3) Graduando em Engenharia Ambiental e Sanitária no UNIFOR/MG, Campos Universitário, e-mail: luiz_henrique_siqueira@hotmail.com

4) Graduanda em Engenharia Ambiental e Sanitária no UNIFOR/MG, Campos Universitário, e-mail: shaianapta@gmail.com

5) Graduanda em Engenharia Ambiental e Sanitária no UNIFOR/MG, Campos Universitário, e-mail: cih_cviana@hotmail.com

INTRODUÇÃO

A precipitação intensa, ou máxima, é entendida como chuva extrema, com duração, distribuição espacial e temporal crítica para uma área ou bacia hidrográfica. Um conhecimento da frequência de ocorrência de chuvas intensas é importante porque a precipitação pluviométrica atua sobre a erosão do solo, causa inundações em áreas rurais e urbanas, condiciona projetos de obras hidráulicas, notavelmente de sistemas de drenagem, dentre muitas outras aplicações (Tucci, 2000).

Diversos trabalhos têm sido desenvolvidos com propostas de métodos mais eficientes para o ajuste estatístico de dados de precipitação máxima. Entretanto, existe uma defasagem entre a teoria e a prática, que dificulta a aplicação de novas técnicas (Daud *et al.*, 2002). Isto se torna particularmente importante para análise de bacias com grandes dimensões, que apresentam variabilidade no comportamento climático e uma distribuição aleatória, como ocorre no estado de Minas Gerais, onde se tem diferentes comportamentos pluviográficos em sua extensão.

Com o objetivo de identificar um melhor ajuste das distribuições de probabilidades para as estações pluviométricas do Estado de Minas Gerais, este trabalho abordou três distribuições de probabilidades distintas em dois métodos diferentes para 160 estações, fazendo a adequação da distribuição através do teste de Filliben. Numa segunda abordagem procedeu com a análise geoestatística dos parâmetros das distribuições.

MATERIAL E MÉTODOS

LEVANTAMENTO DE DADOS

A análise da precipitação máxima diária anual foi realizada com base em 160 estações pluviométricas localizadas ao longo do território do estado de Minas Gerais, contendo o período de 1971 a 2000, cujas observações estão disponibilizadas no sítio da Agência Nacional das Águas (ANA), na qual apresenta uma rede homogenia em todo estado.

Aos dados aplicou-se 3 distribuições de probabilidades sendo: Gumbel, Gamma e GEV (*Generalized Extreme Value* – valor extremo generalizado) e dois métodos distintos em cada uma delas, sendo: Método dos Momentos e Método da Máxima Verossimilhança, o que resulta em seis aplicações diferentes adotadas neste trabalho.

Distribuição assintótica de valores máximo tipo I ou Distribuição de Gumbel:

A Função Densidade de Probabilidade (FDP) de Gumbel é dada por (Naghetini & Pinto, 2007):

$$FDP = \alpha \cdot e^{\{-\alpha(x-\mu) - e^{-\alpha(x-\mu)}\}} \quad (1)$$

Integrando a FDP obtemos a Função Cumulativa de Probabilidade (FCP) dada por:

$$FCP = e^{-e^{-\alpha(x-\mu)}} \quad (2)$$

A Distribuição Gumbel apresenta os dois primeiros parâmetros de uma distribuição de probabilidades (α e μ), que neste trabalho foram estimados por dois métodos distintos: Método dos Momentos (MM) e Método da Máxima Verossimilhança (MV).

Para o Método dos Momentos temos (Naghetini & Pinto, 2007):

$$\alpha = \frac{1,2826}{s} \quad (3)$$

$$\mu = \bar{x} - 0,45.s \quad (4)$$

Onde $\bar{x}$ e s são, respectivamente, a média e desvio padrão da série histórica.

Para o Método da Máxima Verossimilhança temos (Naghetini & Pinto, 2007):

$$\mu = -\alpha \cdot \ln \left[\frac{1}{n} \cdot \sum \left(-\frac{x_i}{\alpha} \right) \right] \quad (5)$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{\sum x_i}{n} - \frac{\sum e^{\left(-\frac{x_i}{\alpha} \right)}}{\sum \left(-\frac{x_i}{\alpha} \right)} \quad (6)$$

Onde n é o tamanho da amostra.

Distribuição Generalizada de Valores Extremos ou Distribuição GEV:

A distribuição GEV (*Generalized Extreme Value* – valor extremo generalizado) é amplamente recomendada para análise de frequência de eventos extremos. Esta distribuição foi introduzida por Jenkinson (1955), incorporando as três formas assintóticas: valores extremos máximos, valores extremos mínimos e a própria distribuição de Gumbel. Sua FDP é dada por (Haan, 2002):

$$FDP = \frac{1}{\alpha} \left[1 - \sigma \left(\frac{x - \beta}{\alpha} \right) \right]^{\frac{1}{\sigma-1}} \cdot \exp \left\{ - \left[1 - \sigma \left(\frac{x - \beta}{\alpha} \right) \right]^{\frac{1}{\sigma}} \right\} \quad (7)$$

Onde σ , α e β são, respectivamente, os parâmetros de forma, escala e posição.

Se σ (parâmetro de forma) for negativo, a GEV representa a forma assintótica de valores máximos (conhecida como Tipo II) e existe apenas para $x > \frac{(\beta + \alpha)}{\sigma}$ (Haan, 2002). Se σ for positivo, a GEV apresenta uma distribuição conhecida como Tipo III, definida para $x < \frac{(\beta + \alpha)}{\sigma}$. E se $\sigma = 0$, tem-se a distribuição Gumbel, já descrita anteriormente.

A Função Cumulativa de Probabilidade da Distribuição GEV é dada por (Haan, 2002):

$$FCP = \exp \left\{ - \left[1 - \sigma \left(\frac{x - \beta}{\alpha} \right) \right]^{\frac{1}{\sigma}} \right\} \quad (8)$$

A Distribuição GEV apresenta três momentos, sendo que estes existirão apenas para $\sigma > -\frac{1}{r}$, ou seja, a média de uma variável GEV somente existe para $\sigma > -1$, a variância para $\sigma > -0,5$ e o coeficiente de assimetria para $\sigma > -\frac{1}{3}$. Sendo assim, tem-se (Haan, 2002):

$$E[x] = \mu = \beta + \frac{\alpha}{\sigma} [1 - \Gamma(1 + \sigma)] \quad (9)$$

$$Var(x) = \left(\frac{\alpha}{\sigma} \right)^2 [\Gamma(1 + 2\sigma) - \Gamma^2(1 + \sigma)] \quad (10)$$

$$\gamma = CA = (\sin alde \sigma) \cdot \left[\frac{-\Gamma(1 + 3\sigma) + 3\Gamma(1 + \sigma)\Gamma(1 + 2\sigma) - 2\Gamma^3(1 + \sigma)}{[\Gamma(1 + 2\sigma) - 2\Gamma^2(1 + \sigma)]^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (11)$$

Na estimativa dos parâmetros da Distribuição GEV, inicialmente calculou-se o parâmetro σ , pela equação 11, com auxílio da ferramenta solver do Software Excel. Para isso foi imprescindível conhecer o sinal de σ , este obtido mediante análise do gráfico de comportamento do parâmetro de forma da Distribuição GEV em função do coeficiente de assimetria (Naghetini & Pinto, 2007). Para

$\sigma=0$, $\gamma=1,1396$; valores de γ superiores a este valor, $\sigma<0$ até o valor de $-1/3$; valores de γ menores, $\sigma>0$.

O método da Máxima Verossimilhança na Distribuição GEV pode ser descrito como:

$$FCP = \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{\frac{-1}{\xi}} \right\} \quad (12)$$

A equação 12 nada mais é que a função cumulativa de probabilidade da Distribuição GEV (Equação 8) reescrita com os parâmetros do método da Máxima Verossimilhança. Onde, $\xi=-\sigma$, $\sigma=\alpha$ e $\mu=\beta$. Desta forma as equações abaixo (Haan, 2002), foram utilizadas para a estimativa dos parâmetros da Distribuição GEV pelo método da Máxima Verossimilhança.

$$\frac{1}{\sigma} \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{1 + \xi - w_i^{\frac{-1}{\xi}}}{\sigma} \right) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{-n}{\sigma} + \frac{1}{\sigma^2} \cdot \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{(x_i - \mu) \left[(1 + \xi) - w_i^{\frac{-1}{\xi}} \right]}{w_i} \right\} = 0 \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^n \left\{ \left[1 - w_i^{\frac{-1}{\xi}} \right] \cdot \left[\frac{1}{\xi^2} \cdot \ln(w_i) - \frac{(x_i - \mu)}{\xi \cdot \sigma \cdot w_i} \right] - \frac{(x_i - \mu)}{\sigma \cdot w_i} \right\} = 0 \quad (15)$$

Para a estimativa inicial dos parâmetros da Distribuição GEV foram adotadas as seguintes equações:

$$\sigma_0 = S \cdot \sqrt{\frac{\xi_0^2}{\Gamma(1 - 2, \xi_0) - \Gamma^2(1 - \xi_0)}} \quad (16)$$

$$\mu_0 = \bar{x} - \frac{S}{\xi_0} \cdot [\Gamma(1 - \xi_0) - 1] \cdot \sqrt{\frac{\xi_0^2}{\Gamma(1 - 2, \xi_0) - \Gamma^2(1 - \xi_0)}} \quad (17)$$

Em que S e $\bar{x}$ são, respectivamente, o desvio padrão e a média da série histórica.

Distribuição Gama:

A Distribuição Gama tem ampla aplicação em hidrologia e sua Função Densidade de Probabilidade, segundo Naghettini & Pinto (2007), é dada por:

$$FDP = \frac{1}{\beta^\nu \cdot \Gamma(\nu)} \cdot x^{\nu-1} \cdot e^{\frac{-x}{\beta}} \quad (18)$$

Os parâmetros da Distribuição Gama são β e ν , pelo Método dos Momentos, podem ser estimados pelas equações (Press et al, 1992):

$$\beta = \frac{S^2}{x} \quad (19)$$

$$\nu = \frac{\left(\frac{\bar{x}}{S}\right)^2}{S^2} \quad (20)$$

A função Gama de um número qualquer pode ser aproximada por (Naghetini & Pinto, 2007):

$$\Gamma(n) = \left[\frac{\sqrt{2\pi}}{n} \cdot \left(p_0 + \sum_{i=1}^5 \frac{p_i}{n+i} \right) \right] \cdot (n+5,5)^{n+0,5} \cdot e^{-(n+5,5)} \quad (21)$$

Contudo, com auxílio do software EXCEL, é possível obter a função Gama de um número qualquer de forma rápida e precisa, utilizando a função “exp(LNGAMA(n))”, sendo n o número que se deseja a função Gama.

A Função Cumulativa de Probabilidades da Distribuição Gama deve ser obtida, primeiramente, entre cada um dos valores da variável X de forma ordenada, para posterior somatório. Para isto, procede-se calculando as integrais para cada intervalo de X de forma numérica:

$$\int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx = (x_{i+1} - x_i) \cdot \frac{[f(x_i) + f(x_{i+1})]}{2} \quad (22)$$

Portanto a Função Cumulativa de Probabilidades da Distribuição Gama é calculada por:

$$P(X \leq x) = \int_0^x f(x) dx \quad (23)$$

A estimativa dos parâmetros dessa distribuição, pelo Método da Máxima Verossimilhança, segundo Naghetini & Pinto (2007), é dada pelas equações:

$$LN(\nu) - \psi(\nu) = LN\left(\frac{\bar{x}}{x_G}\right) \quad (24)$$

$$\psi(\nu) = LN(\nu) - \frac{1}{2\nu} - \frac{1}{12\nu^2} + \frac{1}{120\nu^4} - \frac{1}{252\nu^6} + \frac{1}{240\nu^8} \quad (25)$$

Onde $\bar{x}$ e x_G são, respectivamente, a média e a média geométrica da série histórica.

Teste de Filliben:

Este teste foi introduzido por Filliben em 1975 (Filliben, 1975), para testar (verificar) a hipótese H_0 de normalidade, tendo sido adaptada para outras distribuições sob a condição de H_0 . Isto significa que o teste verificará se uma dada amostra $y_1, y_2, y_3, \dots, y_N$, extraída de uma população Y com distribuição de probabilidade $F(x)$ também poderá ser representada pela mesma distribuição. Para isto, o teste de aderência estimará um coeficiente de correlação (r) entre as observações y_i e os quantis teóricos w_i . Os valores de w_i são obtidos pela inversa da FCP, ou seja:

$$W_i = F_x^{-1}(1 - q_i) \quad (26)$$

Sendo F_x^{-1} a função inversa da distribuição $F(x)$. Isto significa obter o valor da variável hidrológica associada à frequência observada q . A frequência observada q_i é obtida pela seguinte equação (Naghetini & Pinto, 2007):

$$q_i = \frac{i - a}{N + 1 - 2a} \quad (27)$$

Sendo i a posição ocupada pelo valor na série amostrada, de preferência em ordem crescente, N é o tamanho da amostra e a um parâmetro a ser adotado de acordo com a distribuição em teste. Para a distribuição Normal e log-normal, $a = 0,375$; para Weibull, $a = 0$; Gumbel, $a = 0,44$; GEV e outras, $a = 0,40$ (adaptado de Stedinger et al., 1993 por Naghetini & Pinto, 2007).

O coeficiente de correlação entre w_i e y_i é dado por:

$$r_{calc} = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})(w_i - \bar{w})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \cdot \sum_{i=1}^N (w_i - \bar{w})^2}} \quad (28)$$

Este valor deverá ser comparado a um valor crítico de r , considerando a distribuição em questão. Se $r_{calc} > r_{crítico}$, a amostra poderá ser representada pela distribuição.

Análise Geoestatística:

Com o intuito de obter um mapa georreferenciado, em coordenadas métricas, do Estado de Minas Gerais, dos parâmetros das Distribuições de Probabilidades GEV, Gumbel e Gama, procedeu com análise geoestatística dos parâmetros das distribuições pelo método da Máxima Verossimilhança, adotando-se a projeção Cônica Albers Equivalente, uma vez que, segundo Dieulin et al. (2006), essa projeção é mais indicada para utilização em Sistemas de Informações Geográficas (SIG), pois possui a característica de preservar a área.

A análise geoestatística foi precedida de uma análise exploratória dos dados, para que algumas pressuposições geoestatísticas pudessem ser atendidas, especialmente a de não tendenciosidade.

Em todas as etapas do trabalho foi utilizado o software GeoR, de livre acesso, inclusive na análise exploratória, que constitui-se na geração de gráficos de tendência, histogramas de frequência das diferenças entre pares de pontos e análise de outliers por meio de gráficos boxplot, com o objetivo de se verificar se há ou não tendência dos dados e retirá-la quando constatada, para aplicação dos conceitos previstos na geoestatística (RIBEIRO JUNIOR & DIGGLE, 2001).

O ajuste do modelo ao semivariograma experimental é baseado estimando-se os parâmetros característicos de cada modelo. Neste trabalho foram testados os métodos da Máxima Verossimilhança (MV) e Mínimos Quadrados Ponderados (MQP). Segundo Mello (2004), o método MQP é uma tentativa de ponderar a semivariância, uma vez que a ponderação pela variância das estimativas das semivariâncias não é conhecida, o que é obtido dividindo-se o erro quadrático médio pelo número de pares de pontos em cada distância no semivariograma. Já o método da MV denota a máxima probabilidade de algo ser verdadeiro. Este estimador apresenta propriedades tais como ser assintoticamente não tendencioso, fornecer estimativas de variância mínima, ser consistente e invariante (RIBEIRO JUNIOR & DIGGLE, 2001). Este método atua maximizando a função de densidade de probabilidades em relação aos efeitos fixos e aos componentes de variância dos efeitos aleatórios do modelo, sempre fornecendo estimativas positivas de componentes de variância.

A fim de verificar a qualidade do ajuste do semivariograma aos dados experimentais, e assim constatar o modelo que melhor se adequou foi adotado grau de dependência espacial. Segundo Mello et al. (2005) grau de dependência (GD) consiste da razão entre a variância estrutural (C1) e o patamar ($C0 + C1$) e permite classificar o grau de dependência espacial.

Segundo Mello (2004), este parâmetro pode ser calculado por:

$$GD = \left(\frac{C_1}{C_0 + C_1} \right) \cdot 100 \quad (29)$$

Onde C0: efeito pepita (representa a variação aleatória do fenômeno estudado); C1: Variância estruturada (variância explicada pela componente espacial); C0 + C1: patamar (variação total do fenômeno avaliado).

Segundo Cambardella et al. (1994), a classificação adotada é a seguinte: GD < 25% (grau de dependência fraco), entre 25 e 75% (moderado) e > 75% (forte). Basicamente, este parâmetro de análise consiste de um avaliador complementar aos erros gerados pela validação cruzada. Além disto, em caso de igualdade dos erros e GD, foi considerado aquele com o menor efeito pepita.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A qualidade dos ajustes dos modelos de distribuições de probabilidades foi verificada pelo teste de Filliben. Das 160 séries históricas de precipitação máxima diária anual contendo o período de 1971 a 2000, 15 apresentaram ajustes não significativos ao nível de probabilidade de 1%, tendo sido descartados da análise. Os resultados do Teste de Filliben para as 145 séries históricas utilizadas no estudo da continuidade espacial dos parâmetros das distribuições de probabilidades no Estado de Minas Gerais estão contidos na Tabela 1.

Tabela 1 - Resultados do Teste de Filliben para as 145 séries de precipitação máxima diária anual (NS - nível de significância alcançado pelo ajuste; MM – Método dos Momentos; MV – Máxima Verossimilhança).

NS (%)	Gumbel MM	Gumbel MV	GEV MM	GEV MV	Gama MM	Gama MV
1	5	5	0	25	14	15
5	5	5	5	11	9	9
10	135	135	140	109	122	121

Pode-se observar, de maneira geral, que a maior parte dos ajustes das distribuições Gumbel, GEV e Gama, pelo Método dos Momentos e da Máxima Verossimilhança, mostraram-se adequados ao nível de significância de 10% pelo Teste de Filliben, indicando bom ajuste das distribuições de probabilidades às frequências observadas. No entanto, as distribuição GEV MV, Gama MM e MV apresentaram maior proporção de ajustes a 1% de probabilidade, sendo 25, 14 e 15, respectivamente, em comparação às distribuições GEV MM, Gumbel MM e MV, que foram de 0, 5 e 5, respectivamente.

A análise da dispersão da precipitação simulada pela distribuição de probabilidades, com base na frequência observada, em torno da reta 1:1, obtida pelo Teste de Filliben, consiste numa importante ferramenta de avaliação do ajuste. Apresenta-se, na Figura 1, os gráficos de dispersão obtidos para a série histórica proveniente do posto pluviométrico de Papagaios, MG, característico das séries em estudo, em que se pode observar, de forma geral, pequena dispersão.

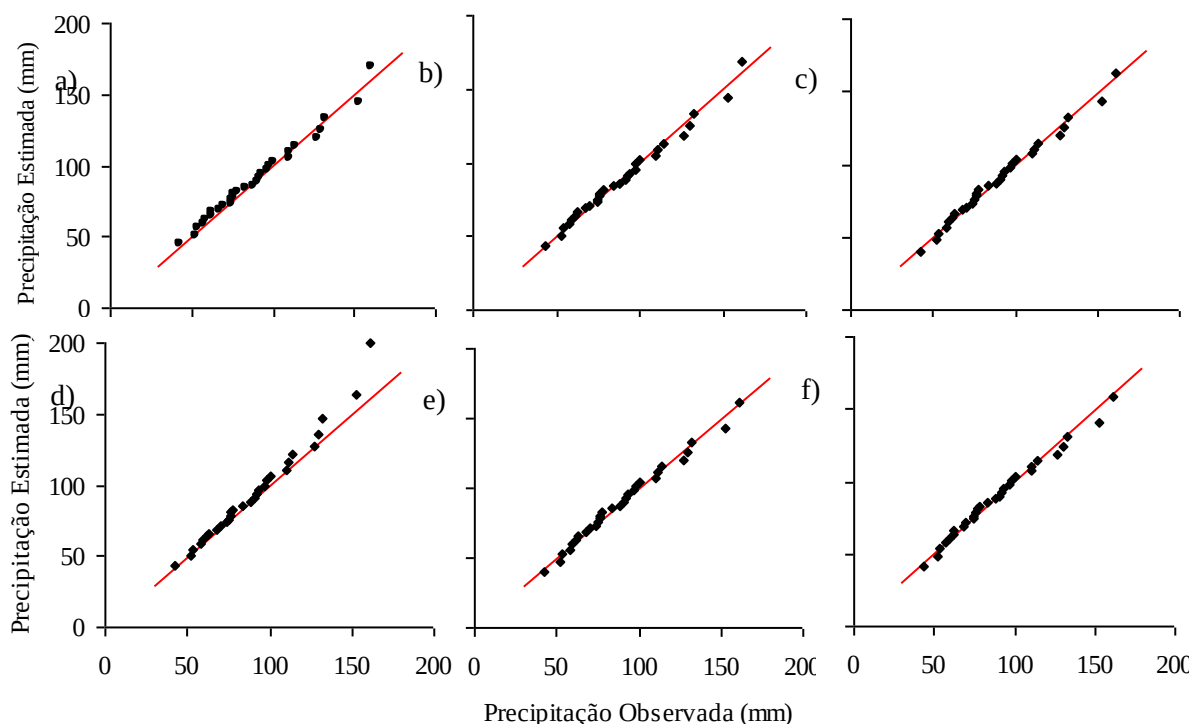


Figura 1 - Dispersão da precipitação máxima diária anual simulada no Teste de Filliben em torno da reta 1:1 para o posto pluviométrico de Papagaios, MG, sendo, Gumbel MM (a), Gumbel MV (b), GEV MM (c), GEV MV (d), Gama MM (e) e Gama MV (f).

Já na Figura 2, estão apresentados os modelos ajustados às frequências observadas para a série histórica de precipitação máxima diária anual de Papagaios, MG.

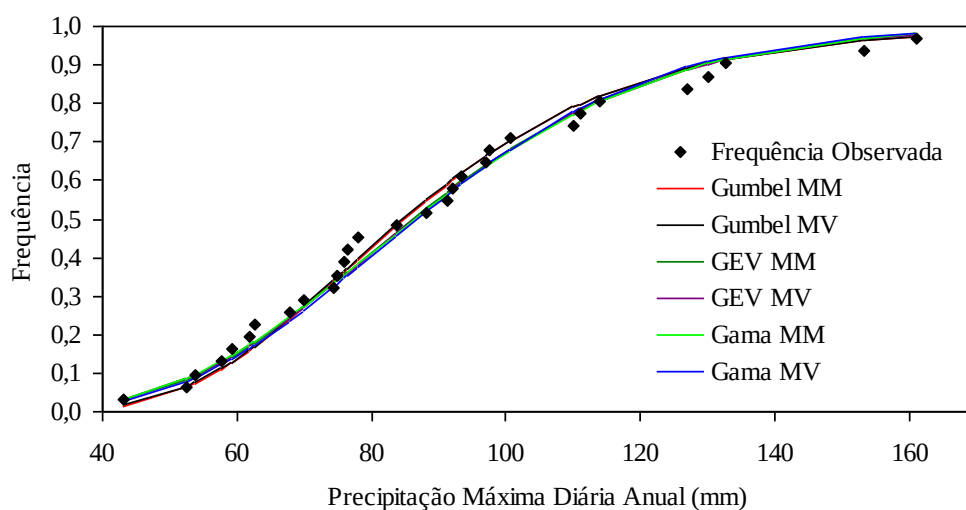


Figura 2 - Ajuste das distribuições Gumbel MM e MV, GEV MM e MV e Gama MM e MV às frequências observadas de precipitação máxima diária anual em Papagaios, MG.

A análise visual do ajuste realizada na Figura 2, embora subjetiva, sugere bons ajustes dos 6 modelos em estudo às frequências observadas no posto pluviométrico de Papagaios, MG, e que, de maneira geral, representa os ajustes obtidos para as 144 demais séries históricas. Contudo, com o objetivo de comparar a aderência do ajuste propiciado pelas distribuições Gumbel, GEV e Gama, com parâmetros obtidos pelos Métodos dos Momentos (MM) e da Máxima Verossimilhança (MV), foi quantificado o erro médio (EM) e o erro médio máximo (Emax), obtidos frente a comparação da frequência observada à estimada pelas distribuições de probabilidade. Na Figura 3, estão apresentados os gráficos de EM e Emax, resultantes do ajuste das 6 distribuições às 145 séries históricas de precipitação máxima diária anual.

Pode-se observar que o método de ajuste da Máxima Verossimilhança produziu os menores erros para todas as distribuições de probabilidades, com reduções no EM e Emax para as distribuições Gumbel, GEV e Gama de 1,86; 1,06 e 1,13% e de 19,24; 17,95 e 21,98%, respectivamente, em comparação aos erros de ajuste provenientes do Método dos Momentos.

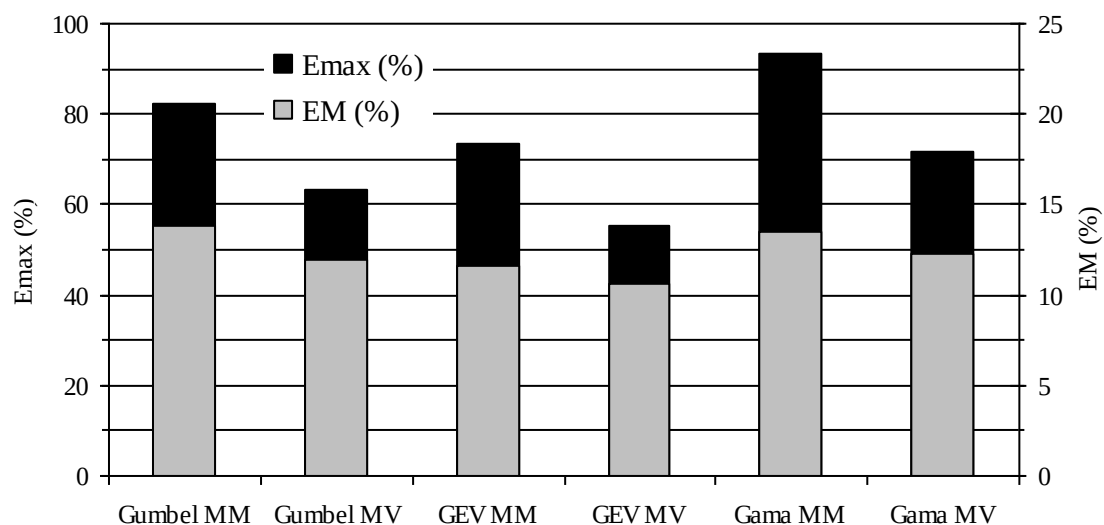


Figura 3 - Erro médio (EM) e erro médio máximo (Emax) resultantes do ajuste das distribuições Gumbel, GEV e Gama, com parâmetros obtidos pelo Método dos Momentos (MM) e da Máxima Verossimilhança (MV).

A comparação dos erros produzidos pelas três distribuições de probabilidades abordadas deixou claro o melhor desempenho da Distribuição de Extremos Generalizados (GEV), frente às distribuições Gumbel e Gama, em ambos os métodos de ajuste. Cabe ressaltar, que no Método dos Momentos, a redução no erro médio foi de 2,17 e 1,79%, e no Método da Máxima Verossimilhança de 1,37 e 1,72%, em comparação aos erros obtidos pelas distribuições Gumbel e Gama, respectivamente. Somando-se a esses resultados o Emax, fica explícita a superioridade da distribuição GEV, que obteve erros 8,95 e 20,05% inferiores no ajuste pelo Método dos Momentos,

e de 7,66 e 16,02% pelo Método da Máxima Verossimilhança, em comparação aos obtidos pelas distribuições Gumbel e Gama, respectivamente.

Numa segunda abordagem, foi conduzida a análise geoestatística dos parâmetros das distribuições GEV, Gama e Gumbel, ajustadas pela metodologia da Máxima Verossimilhança, com o objetivo de detectar a distribuição de probabilidades que proporciona melhores resultados na espacialização de seus parâmetros. A modelagem dos modelos de semivariograma Esférico (Esf), Exponencial (Exp) e Gaussiano (Gau) pelas metodologias de ajuste da Máxima Verossimilhança (MV) e dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP), foi conduzida utilizando informações referentes aos 145 postos pluviométricos anteriormente mencionados, e validada, a partir de dados de 27 postos, desconhecidos do processo de modelagem. Em todas as etapas da aplicação das técnicas geoestatísticas foi utilizado o programa GeoR (RIBEIRO JUNIOR & DIGGLE, 2001).

Na Figura 4, estão apresentados os resultados da análise direcional do comportamento dos parâmetros. Pode-se observar, pelos semivariogramas direcionais, comportamento aproximadamente semelhante entre o semivariograma isotrópico e os direcionais, o que de acordo com Mello (2004), permite a utilização do semivariograma isotrópico na espacialização da variável em estudo, com bons resultados. Também na Figura 4, estão contidos os gráficos de tendência, onde se pode observar, de maneira geral, aleatoriedade na dispersão dos dados nas direções Norte-Sul e Leste-Oeste, caracterizando não tendenciosidade, o que é fundamental para atendimento às pressuposições assumidas pelas técnicas geoestatísticas.

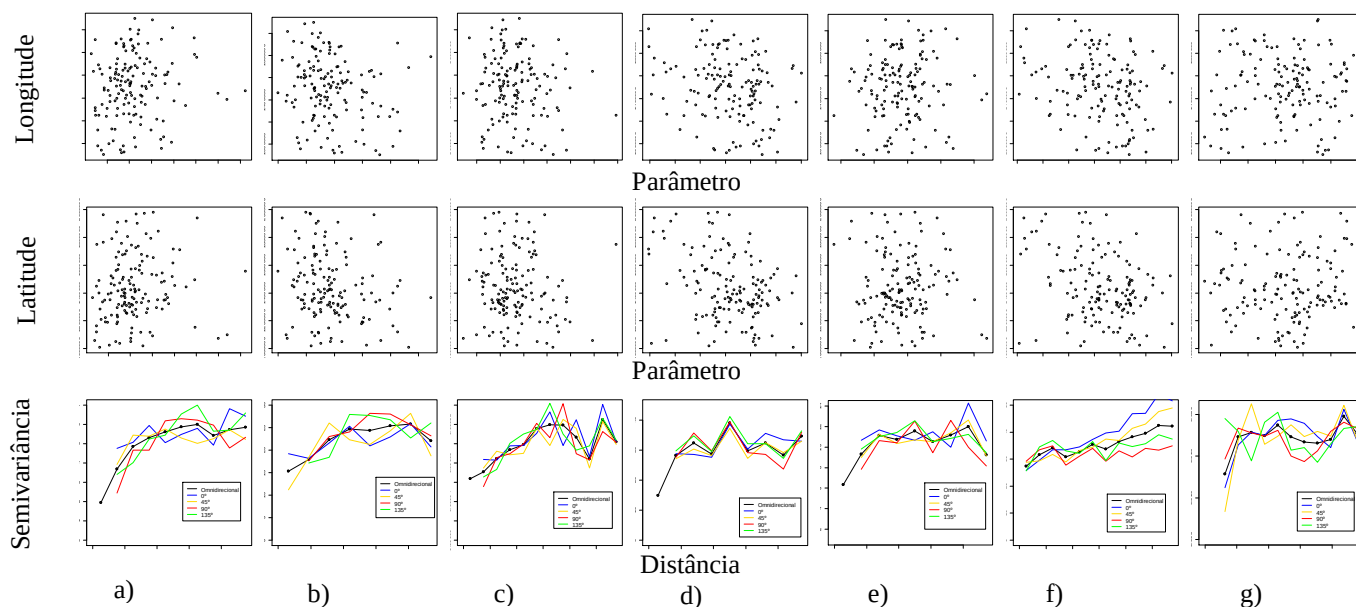


Figura 4. Gráficos de tendência nas direções Leste-Oeste (Longitude) e Norte-Sul (Latitude) e semivariogramas direcionais, para os parâmetros β (Gama) (a), ν (Gama) (b), α (Gumbel) (c), μ (Gumbel) (d), α (GEV) (e), β (GEV) (f), e σ (GEV) (g).

Na Tabela 2, estão apresentados os parâmetros dos modelos de semivariograma ajustados aos parâmetros das distribuições de probabilidades Gama, Gumbel e GEV, assim como os resultados do processo de validação.

A classificação da dependência espacial dos parâmetros das distribuições de probabilidade em estudo foi realizada pelo grau de dependência espacial (GD). De acordo com Cambardella et al. (1994), valores compreendidos entre 25 e 75% são classificados como moderados, superiores a 75%, como altos, e inferiores a 25%, como fracos. Pode-se observar GD moderado em 28 dos 42 modelos de semivariograma ajustados, alto em 11, e fraco em 3, mostrando continuidade espacial dos parâmetros das distribuições de probabilidade, indicando que podem ser obtidos bons resultados pela utilização do interpolador geoestatístico.

É sempre importante discutir o comportamento do alcance do semivariograma, uma vez que este está associado à existência da dependência espacial e aplicação dos princípios da correlação espacial. Estes variaram de 18,93 a 220 km, mostrando a extensão da estrutura de dependência espacial, que em alguns casos chega a cobrir Macrorregiões do Estado de Minas Gerais em sua totalidade.

Para validação dos modelos de semivariograma em estudo foram utilizados dados referentes a 27 postos pluviométricos não aplicados na modelagem da continuidade espacial. Com a distribuição Gama, os menores erros médios (EM) foram obtidos pelos modelos de semivariograma Gau MQP (29,07%) e Exp MV (25,31%), para os parâmetros β e ν , respectivamente, enquanto que, para a distribuição Gumbel, foram propiciados pelos modelos Exp MV (14,97%) e Esf MV (6,4%), para os parâmetros α e μ , respectivamente, e para a distribuição GEV, pelos modelos Exp MV (24,46%), Esf MQP (6,85%) e Exp MQP (132,27%), para os parâmetros α , β e σ , respectivamente. Dessa maneira, pode-se observar que, embora a distribuição de probabilidades Gumbel não tenha produzido os melhores ajustes às frequências observadas, a mesma propiciou erros médios de interpolação consideravelmente inferiores aos das distribuições Gama e GEV, o que é reforçado pelos resultados do erro máximo médio de estimativa (Emax) que, para os modelos que apresentaram o menor EM, foram de 45,18 (Gumbel α), 21,56 (Gumbel μ), 141,59 (β Gama), 67,69 (ν Gama), 104,41 (α GEV), 21,61 (β GEV), 791,60% (σ GEV).

Contudo, os resultados da validação do mapeamento dos parâmetros da distribuição GEV, que outrora havia apresentado os melhores ajustes às frequências observadas, apontou para dificuldades na estimativa dos valores do parâmetro σ no espaço. O mesmo pode ser afirmado com base no elevado EM encontrado, que variou de 132,27 a 135,51% e do Emax, que por sua vez variou de 685,67 a 839,29%, dentre os distintos modelos de semivariograma avaliados, o que está diretamente relacionado, ao reduzido grau de dependência espacial apresentado por seus parâmetros.

A distribuição Gama, por sua vez, apresentou resultados intermediários, com EM variando de 29,07 a 29,80% e de 25,31 a 25,51% para os parâmetros β e v , respectivamente, contudo com erros máximos de interpolação consideravelmente superiores aos da distribuição Gumbel, e da mesma ordem que os obtidos para os parâmetros α e σ da distribuição GEV, sendo de 134,39 a 141,59% e de 67,69 a 69,48%, para os parâmetros β e v , respectivamente, dentre os 6 modelos de semivariograma ajustados, respectivamente.

Tabela 2 - Parâmetros dos modelos de semivariograma (C_0 – efeito pepita; C_1 – variação estruturada; A – alcance; GD – grau de dependência; EM e Emax – erros médio e máximo; TE – tendência do estimador) ajustados aos parâmetros das distribuições de probabilidades.

Modelo	Método	C_0	C_1	A (km)	GD	EM (%)	Emax (%)	TE (%)
β (Gama)								
Esf	MV	1,43	4,63	100,00	76,35	29,35	141,31	10,89
Esf	MQP	1,56	4,19	111,12	72,85	29,22	141,36	10,83
Exp	MV	0,69	6,02	50,00	89,66	29,44	136,40	10,76
Exp	MQP	1,15	4,75	45,00	80,51	29,80	134,39	10,82
Gau	MV	1,44	4,58	40,00	76,07	29,23	141,33	10,81
Gau	MQP	1,51	4,20	45,00	73,49	29,07	141,59	10,73
v (Gama)								
Esf	MV	9,76	16,35	90,00	62,61	25,51	69,48	8,18
Esf	MQP	8,83	15,29	90,00	63,39	25,50	69,48	8,18
Exp	MV	0,00	25,91	23,65	100,00	25,31	67,69	8,06
Exp	MQP	7,84	16,70	37,91	68,05	25,38	69,00	8,19
Gau	MV	12,80	13,20	45,00	50,77	25,43	68,43	8,06
Gau	MQP	13,70	10,71	60,83	43,87	25,48	69,40	8,18
α (Gumbel)								
Esf	MV	$6,4 \cdot 10^{-5}$	$4,6 \cdot 10^{-5}$	100,00	41,82	16,56	52,83	2,54
Esf	MQP	$1 \cdot 10^{-5}$	$10,4 \cdot 10^{-5}$	180,00	91,23	15,11	45,37	2,99
Exp	MV	$6,5 \cdot 10^{-5}$	$4,5 \cdot 10^{-5}$	50,00	40,91	14,97	45,18	3,00
Exp	MQP	$2,5 \cdot 10^{-5}$	$5,3 \cdot 10^{-5}$	220,00	67,95	15,07	45,67	2,93
Gau	MV	$7,5 \cdot 10^{-5}$	$3,5 \cdot 10^{-5}$	60,00	31,82	15,58	46,38	2,92
Gau	MQP	$1,8 \cdot 10^{-5}$	$8,4 \cdot 10^{-5}$	50,00	82,35	15,21	45,83	2,97
μ (Gumbel)								
Esf	MV	16,02	24,09	80,00	60,06	6,40	21,56	0,63
Esf	MQP	6,48	25,79	63,26	79,93	6,41	21,59	0,64
Exp	MV	4,61	36,20	30,00	88,70	6,51	21,79	0,65
Exp	MQP	9,79	22,87	30,00	70,03	6,56	21,86	0,66
Gau	MV	10,93	29,42	30,00	72,91	6,42	21,55	0,63
Gau	MQP	10,11	22,13	30,00	68,65	6,42	21,56	0,63
α (GEV)								
Esf	MV	5,17	6,79	80,00	56,78	24,63	104,66	8,41
Esf	MQP	4,38	6,47	71,51	59,62	24,76	104,52	8,46
Exp	MV	4,17	7,84	30,00	65,26	24,46	104,41	8,39
Exp	MQP	1,04	9,82	19,02	90,40	24,55	103,47	8,42
Gau	MV	7,01	5,05	50,00	41,90	24,62	104,61	8,41
Gau	MQP	5,45	5,40	35,63	49,79	24,77	104,12	8,50
β (GEV)								

Esf	MV	20,39	19,41	80,00	48,77	7,27	22,38	0,75
Esf	MQP	24,32	12,79	200,00	34,46	6,85	21,61	0,70
Exp	MV	10,47	29,83	30,00	74,02	7,26	22,44	0,75
Exp	MQP	17,71	19,80	70,00	52,79	7,00	21,80	0,71
Gau	MV	29,57	10,34	70,00	25,91	7,22	22,79	0,71
Gau	MQP	27,65	10,83	200,00	28,14	6,99	21,84	0,72
σ (GEV)								
Esf	MV	17.10^{-3}	$1,7.10^{-3}$	100,00	9,09	133,46	685,67	-82,67
Esf	MQP	$11,9.10^{-3}$	$5,9.10^{-3}$	100,00	33,15	134,92	836,56	-72,95
Exp	MV	$17,7.10^{-3}$	$0,9.10^{-3}$	51,91	4,84	135,51	739,67	-80,72
Exp	MQP	$8,7.10^{-3}$	$9,1.10^{-3}$	30,00	51,12	132,27	791,60	-73,63
Gau	MV	$17,3.10^{-3}$	$1,3.10^{-3}$	50,00	6,99	133,13	679,77	-82,78
Gau	MQP	$12,8.10^{-3}$	$4,9.10^{-3}$	50,00	27,68	134,88	839,29	-72,71

Tendo sido quantificada a magnitude do erro de estimativa, buscou-se avaliar se o mesmo foi devido à superestimativa ou subestimativa pelo interpolador, por meio da tendência média do estimador (TE). Pode-se observar, de maneira geral, tendência de superestimativa, com exceção do parâmetro σ da distribuição GEV, para o qual obteve-se tendência de subestimativa, que variou de -72,71 a -82,78%, para os modelos de semivariograma Gau MQP e Gau MV, respectivamente. Comparando-se os valores de TE, entre as distribuições de probabilidade avaliadas, novamente constata-se melhores resultados da distribuição Gumbel, com valores médios entre os diversos modelos de semivariograma de 2,89 e 0,64% para os parâmetros α e μ , respectivamente, comparado a 10,81 e 8,14% pelos parâmetros β e ν da distribuição Gama, respectivamente, e 8,43; 0,73 e -77,58% pelos parâmetros α , β e σ da distribuição de probabilidades GEV, respectivamente.

CONCLUSÕES

- Todas as distribuições de probabilidades foram adequadas a um nível de 10% de significância pelo teste de Filiben.
- Recomenda-se a distribuição Gumbel pela facilidade de sua aplicação matemática e pelos melhores resultados obtidos, comparando-se grau de dependência espacial (GD), erro médio e erro máximo na validação (Emed e Emax) e tendência do estimador (TE).
- Para o parâmetro α , o modelo esférico MQP, apresentou melhores resultados para a espacialização, enquanto que para o parâmetro μ , o modelo exponencial MV apresentou melhores resultados.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) pelas bolsas de estudo e ao FUOM / UNIFOR pelos recursos disponibilizados.

BIBLIOGRAFIA

- CAMBARDELLA, C.A.; MOORMAN, T.B.; NOVAK, J.M.; PARKIN, T.B.; KARLEN, D.L.; TURCO, R.F. & KONOPKA, A.E. (1994). *Field-scale variability of soil properties in Central Iowa Soils*. Soil Sci. Soc. Am. J., 58:1501-1511.
- DAUD, Z. M., KASSIM, A.H.M., DESA, M.N.M., NGUYEN, V. (2002). *Statistical analysis of at-site extreme rainfall processes in Peninsular Malaysia*. In: LANEN H A J V, DEMUTH S (Eds.). FRIEND 2002 – Regional Hydrology: Bridging the Gap between Research and Practice. United Kingdom: IAHS Publications, n.274. 518p.
- DIEULIN, C.; BOYER, J. F.; ARDOIN-BARDIN, S.; DEZETTER, A. (2006) *The contribution of GIS to hydrological modeling*. In: DEMUTH, S.; GUSTARD, A.; PLANOS, E.; SCATENA, F.; SERVAT, E. (Eds.). Climate variability and change: hydrological impacts. Wallingford: International Association of Hydrological Science. p. 66-74.
- FILLIBEN, J. J. (1975). *The probability plot correlation coefficient test for normality*. Technometrics.
- HAAN, C.T. (2002). *Statistical Methods in Hydrology*. Ames: The Iowa State University Press. 2^a ed. 377 p.
- JENKINSON, A. F. (1995). *The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) of meteorological elements*. Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society, London, v.81, n.551.501.45, p.158-171.
- MELLO, J. M. de. (2004). *Geoestatística aplicada ao inventário florestal*. Tese (Doutorado em Recursos Florestais) Escola Superior de Agricultura de Luiz de Queiroz, Piracicaba.
- MELLO, J. M. de; BATISTIA, J. L. F.; RIBEIRO JUNIOR, P. J.; OLIVEIRA, M. S. (2005). *Ajuste e seleção de modelos espaciais de semivariograma visando à estimativa volumétrica de Eucalyptus grandis*. Scientia Florestalis, v.1, n.69, p.25-37.
- NAGHETTINI, M. C.; PINTO, E. J. A. (2007). *Hidrologia Estatística*. 1^a ed. Belo Horizonte: CPRM. 561 p.
- PRESS, W.H., FLANNERY, B.P., TEUKOLSKY, S.A., VETTERLING, W.T. (1992). *Numerical Recipes in Pascal*. Cambridge.
- RIBEIRO JUNIOR, P. J.; DIGGLE, P. J. (2001). *geoR: A package for geostatistical analysis*, RNEWS, Vienna, v.1, n.2, p. 14-18.
- STEDINGER, J. R.; VOGEL, R. M.; FOUFOULA-GEORGIOU, E. (1993). *Frequency analysis of extreme events, Chapter 18*. In: Handbook of Hydrology, ed. D. R. Maidment, MacGraw-Hill New York, 18.1-18.66.
- TUCCI, Carlos E. M. (2000). *Hidrologia Ciência e Aplicação*. 2^a ed. Porto Alegre: Editora Universidade/UFRGS: ABRH. 943 p.