

XI SIMPÓSIO DE RECURSOS HÍDRICOS DO NORDESTE

ANÁLISE DA SENSIBILIDADE DO MODELO DE VRIES

Willames A. Soares¹; Pâmela M. Sobral²; Poliana V. Carvalho² & Gustavo R. F. Santos²

RESUMO – O objetivo deste estudo foi determinar a sensibilidade da condutividade térmica do solo simulada pelo modelo desenvolvido por de Vries aos seus 20 parâmetros de entrada, utilizando o método da análise de superfície. Verificou-se que a porosidade é único dado de entrada que influencia o modelo em grande escala, todos os outros mostraram influências discretas. O modelo apresentou uma sensibilidade normal às variações da temperatura e da umidade volumétrica do solo, da umidade volumétrica saturada, dos conteúdos de quartzo e de outros minerais, das condutividades térmicas da água e dos outros minerais, além do coeficiente g_a .

ABSTRACT– The objective of this study was to determine the sensitivity of the thermal conductivity of the soil simulated by the model developed by de Vries to its 20 input parameters, using the method of analysis of the surface. It was found that the porosity only is the input data which influences the large-scale model, all other influences discrete shown. The model showed a normal sensitivity to variations in temperature and water content of soil, saturated water content, the content of quartz and other minerals, the thermal conductivities of water and other minerals, and the coefficient g_a .

Palavras-Chave – condutividade térmica, transferência de calor

1) Professor Adjunto da UPE-CG. Afiliação: Av Rua Capitão Pedro Rodrigues, 105 – São José – Garanhuns – PE CEP 55.294 – 902.e-mail: willames.soares@upe.br

2) Graduando em matemática, pela FACETEG/UPE Garanhuns/PE. e-mail: pamelamacielsobral@yahoo.com; polianadevasconcelos@gmail.com; gustavo-ferreiracn@hotmail.com

INTRODUÇÃO

A condutividade térmica do solo pode ser definida como “a taxa com a qual o fluxo de calor atravessa uma unidade de área do solo devido a uma unidade de gradiente de temperatura” (Farouki 1981). Ela é uma função da umidade e da temperatura do solo, do tamanho, da forma, da orientação, da arrumação e do tipo de partículas de que são feitos a matriz do solo. O teor de umidade tem o maior efeito, podendo alterar a térmica condutividade por um fator superior a 10.

Em muitos trabalhos que tratam da transferência de calor no solo, a condutividade térmica é assumida como um valor fixo para, o que poderia levar a erros de grandes dimensões. Alguns pesquisadores utilizam valores sacionais para a condutividade térmica, para explicar as alterações na umidade do solo (Kusuda e Achenbach 1963; McBride *et al.* 1979; Bligh and Willard 1985). O manual ASHRAE (1997) sugere limites inferiores e superiores para a condutividade térmica além de intervalos, com base no trabalho de Salomone e Marlowe (1989).

Existem vários métodos disponíveis para estimar a condutividade térmica do solo, com base em observações empíricas ou por meio de uma combinação de resultados teóricos e/ou empíricos (Farouki 1981, Shen 1986). Um dos modelos mais utilizados foi proposto por de Vries (1966), que necessita da especificação de cerca de 20 parâmetros, a maioria deles varia no tempo e no espaço e muitas vezes são obtidos por meio de experimentos *in situ*. As especificações dessas propriedades afetam significativamente o comportamento do modelo, fazendo-se necessário a sua calibração.

Alguns desses parâmetros não são medidos diretamente e nem se consegue determiná-los indiretamente com muita precisão, então um intervalo de valores é utilizado para representar o parâmetro. Caso os valores de uma dada variável de saída não se mostrem sensíveis às variações dentro destes limites, será razoável utilizar algumas estimativas nominais (como pontos médios). No entanto, se os resultados se mostrarem sensíveis, torna-se necessário determinar a melhor especificação destes parâmetros. O recurso mais utilizado é a calibração, condicionada à resposta de alguma variável medida disponível. É importante, portanto, identificar quais das variáveis de saída são sensíveis aos parâmetros de entrada do modelo.

Geralmente, uma calibração em modelos computacionais é considerada como a determinação de um conjunto de parâmetros ótimos, estabelecendo as melhores simulações de algumas variáveis. Devido a erros na estrutura dos modelos e/ou incertezas nos parâmetros de entrada, a determinação deste conjunto é muitas vezes impossível. Para reduzir os efeitos dos erros inerentes às incertezas dos dados de entrada, que depende da região e da cultura a ser modelada, são necessárias investigações da sensibilidade do modelo, que é uma ferramenta que permite concentrar os esforços experimentais nos parâmetros mais importantes (Bormann, 2008).

Uma análise de sensibilidade pode ser feita por três diferentes métodos: o analítico, o direto, também conhecido como construção da superfície de resposta, e o perturbativo diferencial. No

método analítico, o coeficiente de sensibilidade é calculado pela derivação da solução analítica, quando existir, em relação ao parâmetro de interesse. No método direto executa-se o código, cujo modelo contém o sistema direto, tantas vezes quantas perturbações dos parâmetros sejam necessárias estudar. No método perturbativo diferencial formulam-se um sistema de equações que fornece a solução das variáveis e um sistema de equações derivado e seu correspondente sistema de equações adjunto, que fornecerá a solução das variáveis adjuntas. Depois se obtêm os coeficientes de sensibilidade por meio de operações envolvendo as soluções direta e adjunta. A principal vantagem dos métodos perturbativos é a obtenção das sensibilidades desejadas com relação às variações dos parâmetros com apenas uma execução do código direto e uma execução de um código adjunto (Castrillo, *et al.*, 2004).

Desta forma, o objetivo deste estudo foi determinar a sensibilidade da condutividade térmica do solo simulada pelo modelo desenvolvido por de Vries (1966) aos seus 20 parâmetros de entrada, utilizando o método da análise de superfície.

METODOLOGIA

Modelo de Vries

Neste modelo, assume-se que o solo é constituído por um meio contínuo, com uma distribuição uniforme das partículas, em formato elipsoidais. A água é considerada um meio contínuo, exceto nos teores de humidade muito baixo, onde o ar é usado, e o resultado desta equação é multiplicado por um fator de correção ($coef_{sec}$) de 1,25. A condutividade térmica é estimada pela equação 1.

$$k = \frac{x_w k_w + \xi_p x_p k_p + \sum_{i=1}^n \xi_i x_i k_i}{x_w + \xi_p x_p + \sum_{i=1}^n \xi_i x_i} \quad (1)$$

Esta equação representa uma média da condutividade térmica da água (w), poros (p) e (n) tipos de solo, ponderada pelo conteúdo volumétrico (x), a média do gradiente de temperatura no constituinte e a média do gradiente de temperatura do meio (ξ), função dos índices de condutividade térmica, tamanho, forma e da estrutura do solo. Considerando os grãos do solo em formatos elipsoidais, orientados aleatoriamente com os eixos a , b e c , este termo pode ser aproximado pela equação 2:

$$\xi_i = \frac{1}{3} \sum_{j=a,b,c} \left[1 + \left(\frac{k_i}{k_w} - 1 \right) g_j \right]^{-1} \quad (2)$$

Os valores de g_a , g_b , e g_c dependem principalmente das proporções dos eixos dos grãos, e a eles soma-se uma unidade.

A transferência de calor latente do ciclo da evaporação-condensação aumenta significativamente a condutividade térmica dos poros cheios com ar, e a maior força motriz para a densidade de vapor passa a ser o gradiente provocado pela presença do gradiente de temperatura. Uma vez que a temperatura é a maior força motriz, a transferência de calor pode ser tratada como uma condução de calor efetiva, e a condutividade térmica dos poros cheios de ar pode ser estimada como a soma das condutividades térmicas do ar k_a e a condutividade térmica efetiva da difusão de vapor k_v .

$$k_p = k_a + k_v \quad (3)$$

A condutividade térmica efetiva para os ciclos de destilação de vapor para condições saturadas para um simples poro passa a ser definida como:

$$k_{v,sat} = h_{fg} D_a \frac{d\rho_{vs}}{dT} \quad (4)$$

Sendo h_{fg} (J/kg) o calor latente de vaporização, D_a (m²/s) o coeficiente de difusão de vapor no ar e ρ_{vs} (kg/m³) a densidade de vapor saturado. Para os poros cheios de ar e consequentemente não saturados, a condutividade térmica efetiva é proporcional a umidade relativa, φ (Philip e de Vries 1957).

$$k_v = \varphi k_{v,sat} \quad (5)$$

O comportamento dos poros cheios de ar varia de acordo com o conteúdo de água, e, portanto, o método usado para determinar o valor de $g_{a,p}$ para os poros cheios com ar também de altera.

De Vries (1966) divide o cálculo em três faixas de teor de umidade. No primeiro intervalo, a umidade relativa nos poros continua a ser muito próximo da unidade e a condutividade térmica efetiva dos poros cheios com gás é igual $ak_a + k_{v,sat}$. Esta gama se situa entre a saturação, θ_s , e uma umidade crítica, θ_k . Abaixo desse teor de umidade crítica, a continuidade da água líquida não

existe mais, a umidade relativa diminui rapidamente a partir da unidade, e a condutividade térmica diminui rapidamente.

À medida que a humidade aproxima-se da saturação, presume-se que as pequenas bolhas de ar têm uma forma quase esférica, e o valor de $g_{a,p}$ aproximam-se 1/3. Na extremidade inferior desta gama primeira, de Vries estima que o valor de $g_{a,p}$ aproximam-se de 0,035, assumindo que $g_a = 0,144$ para os grãos do solo. Assumem-se os valores de $g_{a,p}$ varia linearmente com o teor de umidade entre θ_s e θ_k .

$$\begin{aligned} g_{a,p} &= 0,035 + (0,333 - 0,035) \frac{\theta_l}{\theta_s} \\ g_{a,p} &= 0,035 + (0,298) \frac{\theta_l}{\theta_s} \end{aligned} \quad (6)$$

A segunda região é limitada por θ_k e θ_{dry} . A condutividade térmica efetiva para a difusão de vapor é considerada linear entre $k_{v,sat}$ a θ_k e 0 a $\theta_l = 0$. Desta forma, a condutividade térmica dos poros cheios de ar é estimada como:

$$k_p = k_a + k_{v,s}(\theta_k) \frac{\theta_l}{\theta_k} \quad (7)$$

Assume-se também que o valor de $g_{a,p}$ varia linearmente entre o valor determinado pela Eq. 6 a θ_k e $g_a = 0,013$ correspondente a $\theta_l = 0$.

$$g_{a,p} = 0,013 + \left(0,035 + (0,333 - 0,035) \frac{\theta_l}{\theta_s} \right) \frac{\theta_l}{\theta_k} \quad (8)$$

O valor de θ_{dry} é o mais baixo teor de humidade, onde a água pode ser considerada como um meio contínuo. Abaixo de θ_{dry} , de Vries sugere que a condutividade térmica do solo pode ser determinada graficamente por interpolação entre $k(\theta_l = \theta_{dry})$ e $k(\theta_l = 0)$. A interpolação gráfica é utilizada aqui como uma interpolação linear. O valor de θ_{dry} é considerado como 0,03, para solos de textura grossa, e entre 0,05 e 0,1, para solos textura fina (de Vries, 1966). A condutividade térmica dos solos secos é calculada pela Equação 1 com $\theta_l = 0$, $\theta_s = \xi_a = 1$, e o resultado é multiplicado por 1,25.

Existem várias modificações sugeridas para o método de Vries criado por pesquisadores para ajustar os seus dados experimentais (Shen, 1986). Shen compara o método de Vries e uma versão modificada por Kimball, *et al.* (1976) com os dados experimentais para quatro tipos de solos. As modificações propostas por Kimball, *et al.* apresentaram melhor desempenho em solos de textura grossa, mas o método de Vries produziu melhores resultados para solos de textura mais fina, solos siltosos. De Vries (1966) relatou excelentes resultados para uma vasta gama de tipos de solo e, portanto, o método original desenvolvido pelo mesmo é utilizado neste trabalho.

Não há nenhum método definido usado para determinar o valor do teor de umidade crítico, θ_k . Se estiverem disponíveis dados experimentais confiáveis para a condutividade térmica, o valor pode ser usado como um parâmetro para ajustar os dados, caso contrário, deve ser estimado. De Vries afirma que para solos de textura grossa, o valor de θ_k é aproximadamente igual à capacidade de campo, que é muito próximo do ponto de murcha, para esses solos.

Shen (1986) revisou alguns métodos para estimar o teor de umidade crítico a partir da curvatura da curva de retenção de água no solo. Estes métodos são subjetivos e tendem a dar valores superiores aos encontrados por de Vries. Um método mais fácil é olhar para a umidade relativa dos poros cheios com ar e determinar o ponto em que começa a diminuir, a partir da unidade. Se o líquido e o vapor do solo estão em equilíbrio termodinâmico, e na ausência de solutos, a umidade relativa da umidade do solo pode ser escrita como (Edlefsen e Anderson 1943):

$$\varphi = e^{\left(\frac{\psi g}{R_w T}\right)} \quad (9)$$

Sendo g a aceleração da gravidade, R_w a constante dos gases para o vapor de água. A Variação da temperatura num intervalo entre 0°C e 50°C produz pouco efeito na curva, especialmente no ponto de partida a partir da unidade.

Análise de Sensibilidade

Como o modelo utiliza pouco tempo em cada simulação, foi empregado o método de superfícies de resposta, isto é, cada parâmetro selecionado foi modificado para cada simulação, enquanto os demais foram mantidos constantes. O mesmo procedimento foi repetido para outro parâmetro e assim sucessivamente. Após cada simulação, analisaram-se as respostas que cada alteração, em cada parâmetro, ocasionou nos dados de saída.

Os dados de entrada do modelo analisados na análise de sensibilidade foram a porosidade (φ), a temperatura do solo (t), a umidade volumétrica média (θ), a umidade volumétrica correspondente ao limite de continuidade na fase líquida (θ_k), umidade volumétrica a saturação (θ_s), umidade

volumétrica no ponto de murcha (θ_{pm}), o conteúdo volumétrico de quartzo (θ_q), o conteúdo volumétrico de outros minerais (θ_m), o conteúdo volumétrico de matéria orgânica (θ_{mo}), a condutividade do ar seco (k_{ar}), a condutividade da água (k_w), a condutividade dos minerais (k_m), a condutividade da matéria orgânica (k_{mo}), dos coeficientes g_a , g_c , $coef_{sec}$, $coef_{ctg}$, $coef_1$, $coef_2$ e $coef_3$.

Foram empregadas variações, correspondentes a $\pm 5\%$ e $\pm 10\%$, nos parâmetros de entrada, a fim de perceber a sensibilidade do modelo a cada uma. Os valores de referência e as respectivas variações, adotados para 20 parâmetros de entrada utilizados na análise de sensibilidade do modelo estão apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Dados de entrada utilizados na análise de sensibilidade do modelo de Vries.

Parâmetro - Símbolo	Ref	-10%	-5%	+ 5%	+ 10%
Porosidade- φ	0,509	0,458	0,483	0,534	0,560
Temperatura do solo – t	300	270	285	315	330
Umidade volumétrica média - θ	0,300	0,270	0,285	0,315	0,330
Umidade volumétrica no limite de continuidade - θ_k	0,010	0,009	0,0095	0,0105	0,011
Umidade volumétrica a saturação - θ_s	0,400	0,360	0,380	0,420	0,440
Umidade volumétrica no ponto de murcha - θ_{pm}	0,195	0,1755	0,18525	0,20475	0,2145
Conteúdo volumétrico de quartzo - θ_q	0,600	0,540	0,570	0,630	0,660
Conteúdo volumétrico de outros minerais - θ_m	0,390	0,351	0,3705	0,4095	0,429
Conteúdo volumétrico de matéria orgânica - θ_{mo}	0,010	0,009	0,0095	0,0105	0,011
Condutividade do ar seco - k_{ar}	0,025	0,0225	0,02375	0,02625	0,0275
Condutividade da água - k_w	0,600	0,540	0,570	0,630	0,660
Condutividade dos minerais - k_m	2,930	2,637	2,7835	3,0765	3,223
Condutividade da matéria orgânica - k_{mo}	0,250	0,225	0,2375	0,2625	0,275
Coeficientes - g_a	0,125	0,1125	0,11875	0,13125	0,1375
Coeficientes - g_c	0,750	0,675	0,7125	0,7875	0,825
Coeficiente - $coef_{sec}$	1,250	1,125	1,1875	1,3125	1,375
Coeficiente - $coef_{ctg}$	0,070	0,063	0,0665	0,0735	0,077
Coeficiente - $coef_1$	0,333	0,2997	0,31635	0,34965	0,3663
Coeficiente - $coef_2$	0,035	0,0315	0,03325	0,03675	0,0385
Coeficiente - $coef_3$	0,013	0,0117	0,01235	0,01365	0,0143

Na tabela 2 encontra-se a classificação da sensibilidade quanto à inclinação das curvas de superfície. Cinco possibilidades são possíveis, variando de sensibilidade “muito alta”, no caso da inclinação apresentar valores maiores ou iguais a 10, e sensibilidade “muito baixa”, para valores de inclinação iguais ou inferiores a 0,0001.

Tabela 2 – Valores de inclinação e grau de sensibilidade.

Inclinação	Sensibilidade
$\tau \geq 10$	Muito alto
$10 > \tau > 1$	Alto
$1 > \tau > 0,001$	Normal
$0,001 > \tau > 0,0001$	Baixo
$\tau \leq 0,0001$	Muito baixo

RESULTADOS

Na Figura 1^a está apresentado o efeito das variações dos parâmetros no cálculo da condutividade térmica do solo em função da porosidade (ϕ), da temperatura do solo (t) e da umidade média do solo (θ); e na Figura 1b está apresentado o efeito das variações dos parâmetros no cálculo da condutividade térmica do solo, em função da umidade volumétrica no limite de continuidade (θ_k), da umidade volumétrica a saturação (θ_s), da umidade volumétrica no ponto de murcha (θ_{pm}), do conteúdo volumétrico de quartzo (θ_q), do conteúdo volumétrico de outros minerais (θ_m) e do conteúdo volumétrico de matéria orgânica (θ_{mo}).

Como pode ser visto no gráfico, dentre estes parâmetros, a porosidade foi o que apresentou uma maior influência nos cálculos da condutividade térmica, sendo seguido pela umidade volumétrica média do solo. O terceiro lugar ficou com a temperatura do solo. Nenhum parâmetro analisado no grupo da figura 1b demonstrou grande influência na determinação da condutividade térmica do solo, sendo, o parâmetro de maior influência, o conteúdo de quartzo.

Estes resultados também podem ser observados na tabela 3, que apresenta a inclinação e o grau de sensibilidade do modelo de Vries a estes parâmetros de entrada.

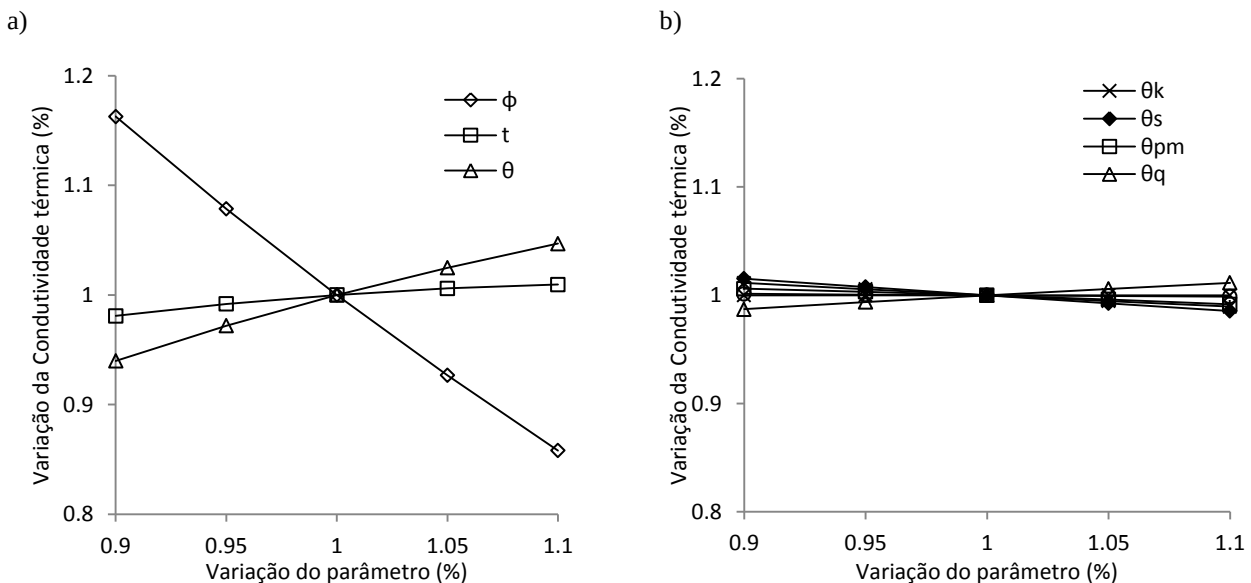


Figura 1 –Variação percentual da condutividade térmica do solo como função da:a)variação da porosidade (ϕ), temperatura (t) e umidade média do solo (θ) e b)variação da umidade volumétrica no limite de continuidade (θ_k), da umidade volumétrica a saturação (θ_s), da umidade volumétrica no ponto de murcha (θ_{pm}), do conteúdo volumétrico de quartzo (θ_q), do Conteúdo volumétrico de outros minerais (θ_m) e do conteúdo volumétrico de matéria orgânica (θ_{mo}).

Tabela 3 – Valores de inclinação e grau de sensibilidade do modelo de Vries às variações da porosidade (φ), da temperatura do solo (t), das umidades volumétricas média do solo (θ), no limite de continuidade (θ_k), na saturação (θ_s), no ponto de murcha (θ_{pm}) e dos conteúdos volumétricos de quartzo (θ_q), de outros minerais (θ_m) e da matéria orgânica (θ_{mo}).

Parâmetro - Símbolo	Inclinação	Sensibilidade
Porosidade- φ	-1.522	Alto
Temperatura do solo – t	0.143	Normal
Umidade volumétrica média - θ	0.534	Normal
Umidade volumétrica no limite de continuidade - θ_k	0.000	Muito baixo
Umidade volumétrica a saturação - θ_s	-0.150	Normal
Umidade volumétrica no ponto de murcha - θ_{pm}	-0.072	Baixo
Conteúdo volumétrico de quartzo - θ_q	0.122	Normal
Conteúdo volumétrico de outros minerais - θ_m	-0.109	Normal
Conteúdo volumétrico de matéria orgânica - θ_{mo}	-0.013	Baixo

Na Figura 2, está apresentado o efeito das variações dos parâmetros no cálculo da condutividade térmica do solo, em função da condutividade do ar seco (k_{ar}), da condutividade da água (k_w), da condutividade dos minerais (k_m) e da condutividade da matéria orgânica (k_{mo}).

Dentre os parâmetros relativos à condutividade, o que apresentou maior influência devido as suas variações foi a condutividade da água. Nenhum outro parâmetro analisado neste grupo demonstrou grande influencia na determinação da condutividade térmica do solo pelo modelo de Vries. Estes resultados também podem ser observados na tabela 4, que apresenta a inclinação e o grau de sensibilidade do modelo de Vries a estes parâmetros de entrada.

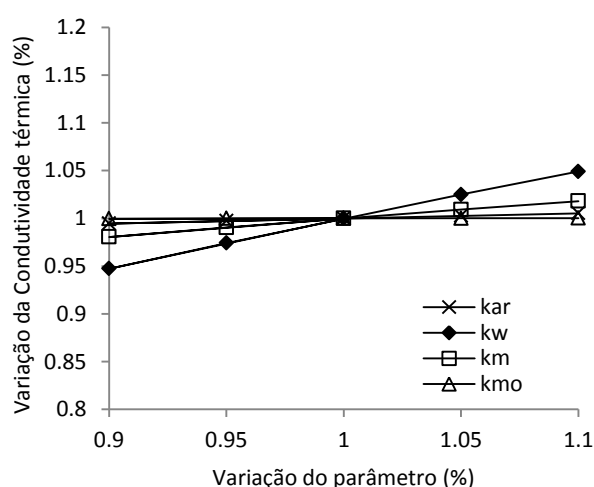


Figura 2 - Variação percentual da condutividade térmica do solo como função da variação da condutividade do ar seco (k_{ar}), da condutividade da água (k_w), da condutividade dos minerais (k_m) e da condutividade da matéria orgânica (k_{mo}).

Tabela 4 – Valores de inclinação e grau de sensibilidade do modelo de Vries as variações das condutividades do ar seco (k_{ar}), da água (k_w), dos minerais (k_m) e da matéria orgânica (k_{mo}).

Parâmetro - Símbolo	Inclinação	Sensibilidade
Condutividade do ar seco - k_{ar}	0.053	baixo
Condutividade da água - k_w	0.509	normal
Condutividade dos minerais - k_m	0.188	normal
Condutividade da matéria orgânica - k_{mo}	0.003	muito baixo

Na Figura 3a, está apresentado o efeito das variações dos parâmetros no cálculo da condutividade térmica do solo, em função das variações dos coeficientes g_a e g_c e na figura 3b dos coeficientes $coef_{sec}$, $coef_{ctg}$, $coef_1$, $coef_2$ e $coef_3$. Nenhum parâmetro analisado neste grupo demonstrou grande influencia na determinação da condutividade térmica do solo. Estes resultados também podem ser observados na tabela 5, que apresenta a inclinação e o grau de sensibilidade do modelo de Vries a estes parâmetros de entrada.

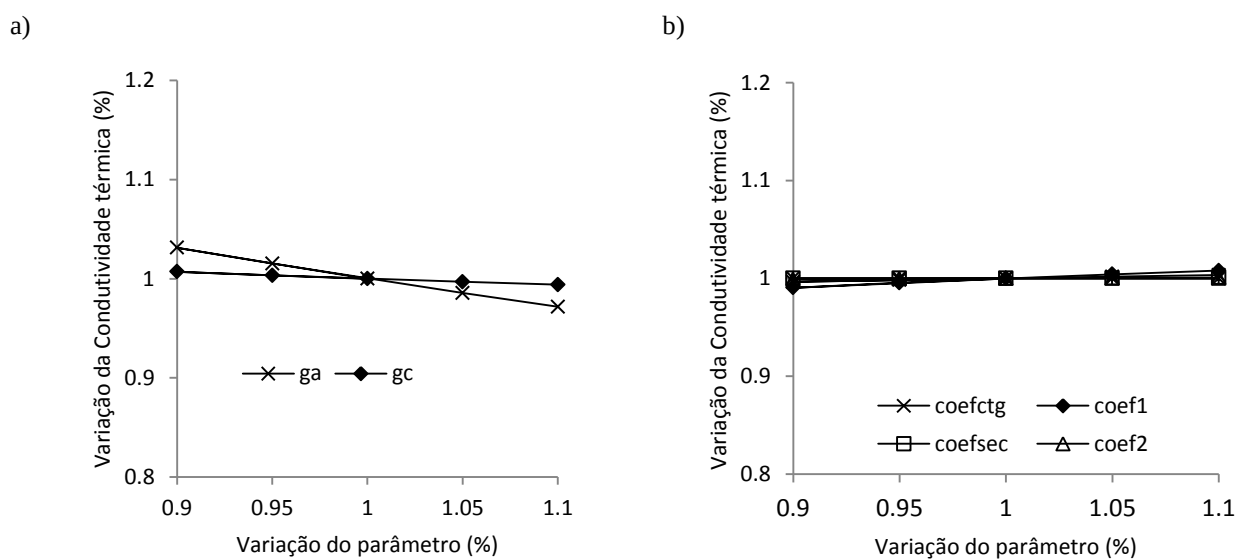


Figura 3- Variação percentual da condutividade térmica do solo como função: a) dos coeficientes da g_a e g_c e b) do fator de correção $coef_{sec}$ e os coeficientes $coef_{ctg}$, $coef_1$, $coef_2$ e $coef_3$.

Tabela 5 – Valores de inclinação e grau de sensibilidade do modelo de Vries as variações dos coeficientes g_a , g_c , $coef_{sec}$, $coef_{ctg}$, $coef_1$, $coef_2$ e $coef_3$.

Parâmetro - Símbolo	Inclinação	Sensibilidade
Coeficientes - g_a	-0.298	Normal
Coeficientes - g_c	-0.065	Baixo
Fator de correção- $coef_{sec}$	0.000	Muito baixo
Coeficiente - $coef_{ctg}$	0.034	Baixo
Coeficiente - $coef_1$	0.087	Baixo
Coeficiente - $coef_2$	0.009	Muito baixo
Coeficiente - $coef_3$	0.000	Muito baixo

CONCLUSÃO

Determinou-se a sensibilidade da condutividade térmica do solo simulada pelo modelo desenvolvido por de Vries (1966) aos seus 20 parâmetros de entrada, utilizando o método da superfície de resposta.

Observou-se que a porosidade do solo deve ser obtida com a maior precisão possível, uma vez que apresentou uma maior influência no modelo de Vries. Secundariamente, os parâmetros que influenciaram de forma normal o modelo, foram: a temperatura e a umidade volumétrica do solo, a umidade volumétrica saturada, os conteúdos de quartzo e de outros minerais, as condutividades térmicas da água e dos outros minerais, além do coeficiente g_a .

Nenhuma influência significativa foi verificada para as variações na umidade volumétrica no limite de continuidade, na condutividade térmica da matéria orgânica, no fator de correção e nos coeficientes $coef_2$ e $coef_3$.

BIBLIOGRAFIA

ASHRAE (1997). *Handbook of Fundamentals*. American Society of Heating Refrigeration and Air Conditioning Engineers, Atlanta, GA.

BLIGH, T.P. & WILLARD, T.E. (1985). "Modeling the Thermal Performance of Earth-Contact Buildings, Including the Effect of Phase Change due to Soil Freezing." *Computers and Structures*, Vol. 21, n. 1/2; pp. 291–318.

- BORMANN, H. (2008) “Sensitivity of a soil-vegetation-atmosphere transfer scheme to input data resolution and data classification”. *Journal of Hydrology*, 351; pp. 154-169.
- CASTRILLO, L. S.; LIMA, F. R. A.; BALIÑO, J. L. (2004) “Aplicações de métodos perturbativos para análise de sensibilidade em escoamentos bifásicos” in *Anais do XXIII Simpósio de Mecânica Computacional*, pp. 2759-2778.
- DE VRIES, D.A. (1966). “*Thermal Properties of Soils.*” *Physics of Plant Environment*. Van Wijk W.R. Ed. Amsterdam: North-Holland Publishing Company.
- EDLEFSEN, N.E. & ANDERSON, A.B.C. (1943). “*Thermodynamics of Soil Moisture.*” *Hilgardia*, Vol. 15; pp. 31–298.
- FAROUKI, O.T. (1981). “*Thermal Properties of Soils.*” CRREL Monograph 81-1. U.S. Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory, Hanover, NH.
- KIMBALL, B.A., JACKSON, R.D., REGINATO, R.J., NAKAYAMA, F.S., IDSO, S.B. (1976). “*Comparison of Field-Measured and Calculated Soil-Heat Fluxes.*” *Soil Science Society of America Journal*, Vol. 40; pp. 18–25.
- KUSUDA, T. & ACHENBACH, P.R. (1963). “*Numerical Analyses of the Thermal Environment of Occupied Underground Spaces With Finite Cover Using a Digital Computer.*” *ASHRAE Transactions*, Vol. 69; pp. 439–447.
- MCBRIDE, M.F., BLANCETT, R. S., SEPSY, C. F., JONES, C. D. (1979). “*Measurement of Subgrade Temperatures For Prediction of Heat Loss in Basements.*” *ASHRAE Transactions*, Vol. 85(1); pp. 642–655.
- MOORE, R.E. (1939). “*Water Conduction From Shallow Water Tables.*” *Hilgardia*, Vol. 12, No.6; pp. 383–426.
- PHILIP, J.R. & DE VRIES, D.A. (1957) “*Moisture Movement in Porous Materials Under Temperature Gradients.*” *Transactions American Geophysical Union*, Vol. 38(2); pp. 222–232.
- SALOMONE, L.A. & MARLOWE, J.I. (1989). “*Soil and Rock Classification According to Thermal Conductivity, Design of Ground-Coupled Heat Pump Systems.*” EPRI CU-6482, Electric Power Research Institute.
- SHEN, L.S. (1986). “*An Investigation of Transient, Two-Dimensional Coupled Heat and Moisture Flow in Soils.*” Ph.D. Thesis, University of Minnesota, Minneapolis, MN.