

# XI SIMPÓSIO DE RECURSOS HIDRÍCOS DO NORDESTE

## GERAÇÃO DE SÉRIES SINTÉTICAS DE PRECIPITAÇÕES DIÁRIAS

*Sarah Figueiredo Luiz<sup>1</sup>; Veber Afonso Figueiredo Costa<sup>2</sup>; Felipe Figueiredo Rocha<sup>3</sup>; Éber José de Andrade Pinto<sup>4</sup>; Fernando Luís Fonseca de Oliveira Tomé<sup>5</sup>; Wilson dos Santos Fernandes<sup>6</sup>*

**RESUMO** – A análise das séries de precipitação é de grande importância para a modelagem de processos hidrológicos e para dimensionamentos hidráulicos. No entanto, as séries históricas geralmente não são longas o suficiente, e assim não podem ser consideradas representativas dos processos a serem modelados. A geração de séries sintéticas se apresenta como uma alternativa para contornar este problema. No presente trabalho é apresentada uma metodologia para geração de séries sintéticas de precipitação baseadas em cadeias de Markov de 1ª ordem e dois estados, capaz de representar a ocorrência de dias secos e chuvosos e determinar as alturas de precipitação. A metodologia foi empregada em 8 estações pluviométricas espalhadas por diversas regiões brasileiras com intuito de se avaliar a capacidade de reprodução de características estatísticas amostrais, como a média, o desvio padrão, o número de dias chuvosos e as alturas máximas de chuva diária. Para aplicação do método, foi desenvolvido um aplicativo em linguagem de programação *Visual Basic (VBA)*, onde foram geradas séries de 500 anos para cada uma das 8 estações. Os resultados obtidos mostraram que, de maneira geral, o modelo é adequado para estimativa de estatísticas diárias, mensais e anuais.

**ABSTRACT**– Analysis of rainfall time series is very important for modeling hydrological process and hydraulic design. However, available time series are generally not long enough to represent the processes to be modeled. Stochastic generation of rainfall series is an alternative to solve this problem. This paper presents a methodology for generating synthetic rainfall series based on Markov chains of first order and two states, able to represent the occurrence of precipitation and compute rainfall amounts. The method was applied in 8 rain stations located in different Brazilian states, aiming to assess the ability to reproduce sample statistics such as mean, standard deviation, number of wet days and daily maximum rainfall amounts. For application of the method, a program was developed in *Visual Basic (VBA)* programming languages. Sets of 500 years were generated for each of the eight stations. Results showed that the model is suitable for reproducing daily, monthly and annual statistics.

**Palavras-Chave** – Séries sintéticas de precipitação, cadeia de Markov, probabilidade de transição.

1) Mestranda do PPGSMARH-UFMG, Avenida Antônio Carlos, 6627, Pampulha-Belo Horizonte, (31)3409-1882, [sarahf@ufmg.br](mailto:sarahf@ufmg.br)

2) Doutorando do PPGSMARH-UFMG, Avenida Antônio Carlos, 6627, Pampulha-Belo Horizonte, (31)3409-1882, [veberc@gmail.com](mailto:veberc@gmail.com)

3) Engenheiro Civil: Pimenta de Ávila Consultoria LTDA, Alameda da Serra, 420/ 2º andar - Vale do Sereno-Nova Lima, (31) 3286-1711, [felipefr@gmail.com](mailto:felipefr@gmail.com)

4) Professor adjunto do Departamento de Engenharia Hidráulica e Recursos Hídricos da UFMG, Avenida Antônio Carlos, 6627, Pampulha-Belo Horizonte, (31)3409-1870, [eber@ehr.ufmg.br](mailto:eber@ehr.ufmg.br) e Pesquisador em Geociências da CPRM, [eber.andrade@cprm.gov.br](mailto:eber.andrade@cprm.gov.br)

5) Engenheiro Civil: Golder Associates Brasil Consultoria e Projetos Ltda.: Rua dos Inconfidentes, 1011/7º andar, Funcionários, CEP 30140-120, Belo Horizonte - MG – (31) 2121-9876, [fernando2904@gmail.com](mailto:fernando2904@gmail.com)

6) Professor adjunto do Departamento de Engenharia Hidráulica e Recursos Hídricos da UFMG, Avenida Antônio Carlos, 6627, Pampulha-Belo Horizonte, (31)3409-3685, [wilson@ehr.ufmg.br](mailto:wilson@ehr.ufmg.br)

## 1) INTRODUÇÃO

O conhecimento da variação de precipitações desempenha um importante papel no planejamento e na elaboração dos projetos voltados a atividades como dimensionamento e operação de reservatórios, atividades agrícolas, operação do sistema elétrico, dentre outros. Entretanto, em muitas das vezes, encontram-se limitações relacionadas ao tamanho das séries históricas, que em muitos casos não representam a variabilidade dos processos envolvidos e não são adequadas à modelagem de eventos raros e extremos.

Uma alternativa para contornar a pouca disponibilidade de dados de chuva é a geração estocástica de séries de precipitação diária. Neste tipo de metodologia, características estatísticas como média, variância, assimetria e correlação temporal são extraídas de uma amostra e utilizadas na geração de uma série sintética, tão grande quanto se queira, na qual os quantis são estimados em função de probabilidades de não excedência, sorteadas aleatoriamente. O objetivo é possibilitar a observação de um conjunto representativo nesta longa série, permitindo assim a modelagem mais acurada de eventos com os mais variados tempos de recorrência.

Usualmente, modelos para geração estocástica de precipitação diária são constituídos de duas partes: a primeira modela a ocorrência de chuva em um dado dia enquanto que a segunda modela a quantidade de precipitação nos dias em que a mesma ocorre.

Em virtude da grande correlação temporal apresentada por séries diárias de precipitação, a ocorrência de chuva tem sido comumente modelada por cadeias de Markov, definidas como processos aleatórios nos quais o estado de um dado dia é condicionado ao estado dos dias precedentes. O número de dias que condicionam o estado seguinte representa a ordem de uma cadeia de Markov. Por exemplo, em uma cadeia de Markov de segunda ordem, o próximo estado depende do estado dos dois dias anteriores.

Genovez e Chaudhry (1987) utilizaram um modelo estocástico baseado em uma cadeia de Markov de primeira ordem, considerando, inicialmente, o ano civil dividido em dois períodos homogêneos, seco e chuvoso. Posteriormente, os autores consideraram o mês como período homogêneo, de maneira similar à realizada neste trabalho. O modelo foi aplicado para um único posto pluviométrico na cidade de São Paulo. Os autores conseguiram prever satisfatoriamente os números de dias chuvosos no mês.

Ainda neste contexto, diversos outros autores têm estudado modelos de geração de séries sintéticas, utilizando cadeias de Markov (Wilks, 1998; Azevedo e Leitão, 1990; Chin, 1977; Mehrotra e Sharma, 2007; Oliveira, 2003; Kottegoda, Natale e Raiteri, 2008; Lima, 2004, Liao, Zhang e Chen, 2004).

Com relação à determinação das alturas precipitadas, modelos diversos têm sido empregados, incluindo as Distribuições Gama de dois parâmetros, Exponencial Mista de três parâmetros, Normal Assimétrica, Normal Truncada e Kapa (Srikanthan e McMahan, 2000). Ainda conforme os referidos autores, pesquisas têm sido realizadas com intuito de avaliar a influência da utilização de diferentes modelos de altura de precipitação, para dias chuvosos isolados e para dias pertencentes a blocos de chuva.

Detzel (2009) utilizou o modelo paramétrico desenvolvido por Wilks (1998), baseado na cadeia de Markov de primeira ordem, implementando as etapas em linguagem de programação Matlab e aplicando-o nas bacias hidrográficas dos rios Paraná e Uruguai. O autor selecionou 11 estações, com diferentes condições climáticas, e em seguida procedeu aos cálculos da cadeia de Markov de primeira ordem para dois estados. A segunda etapa consistiu da determinação da quantidade de chuva precipitada e, para isto, fez-se a estimação dos parâmetros da Distribuição Exponencial Mista (3P) e da Gama (2P) utilizando o método dos momentos. Os resultados encontrados foram considerados satisfatórios pelo autor, quando este comparou os erros médios mensais e absolutos.

A Figura 1 sintetiza a estrutura descrita para um modelo de geração de séries sintéticas de chuva diária.

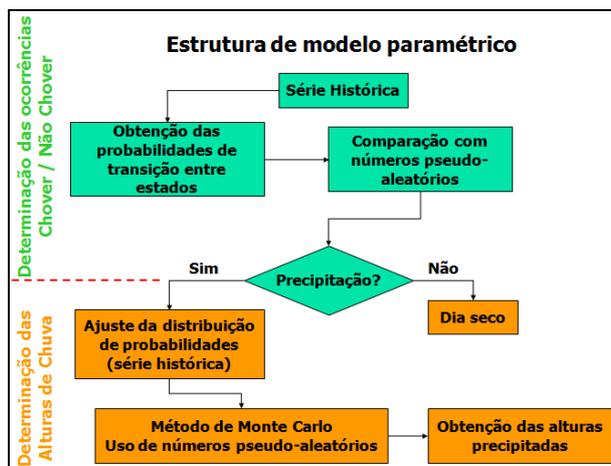


Figura 1: Estrutura geral do modelo paramétrico

O presente trabalho tem como objetivo avaliar o modelo para geração de séries sintéticas de precipitação desenvolvido por Wilks (1995), utilizando como ferramenta um aplicativo desenvolvido na linguagem de programação *Visual Basic (VBA)*. O referido modelo utiliza uma cadeia de Markov de primeira ordem para a modelagem da ocorrência de precipitação e a Distribuição Gama para a geração das quantidades precipitadas, e será aplicado nas seguintes sub-bacias: 54 - Estações Itinga (01641010), 40 - Estação Ponte Nova do Paraoepeba (01944004) e Lamounier (02045005), 14 - Estação Caracaraí (08161001) e Barcelos (00062000), 22 - Estação

Miracema do Tocantins (00948000), 38 - Estação Bodocongó (00735124) e 88 - Estação Pinheiro Machado (03153008).

## 2) METODOLOGIA

A metodologia para geração de séries sintéticas de precipitação proposta por Wilks (1995) é composta de três fases: 1) determinação da ocorrência ou não de chuva; 2) cálculo das alturas de chuva para os dias chuvosos; e 3) avaliação de desempenho do modelo. Estas três fases serão tratadas nos tópicos seguintes.

### 2.1) Determinação da ocorrência de chuva

A determinação de ocorrência de precipitação deve ser modelada por processos que contemplem a persistência dos eventos chuvosos. De maneira geral, os modelos que empregam cadeias de Markov são adequados para este fim.

A forma mais simples é a cadeia de Markov de primeira ordem, na qual a probabilidade de transição que determina o próximo estado do sistema depende somente do estado atual, não importando a maneira como o sistema chegou ao mesmo. Formalmente:

$$P(x_{t+1}|x_t, x_{t-1}, \dots, x_1) = P(x_{t+1}|x_t) \quad (1)$$

No presente estudo, foi utilizado um modelo de cadeia de Markov de primeira ordem e dois estados, para o qual as possibilidades de transição ou probabilidades condicionais são as seguintes:

$$\text{Dia chuvoso para dia chuvoso} - P_{11} = P(x_{t+1} = 1|x_t = 1)$$

$$\text{Dia chuvoso para dia seco} - P_{10} = P(x_{t+1} = 0|x_t = 1)$$

$$\text{Dia seco para dia seco} - P_{00} = P(x_{t+1} = 0|x_t = 0)$$

$$\text{Dia seco para dia chuvoso} - P_{01} = P(x_{t+1} = 1|x_t = 0)$$

A matriz de probabilidade de transição é então dada por:

$$\begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} \\ P_{10} & P_{11} \end{bmatrix}$$

A estimativa das probabilidades de transição é realizada por meio das frequências relativas condicionais. As probabilidades de transição de dia seco para dia chuvoso e dia chuvoso para dia chuvoso são dadas respectivamente por:

$$P_{01} = \frac{N_{01}}{N_{00} + N_{01}} \quad (2)$$

$$P_{11} = \frac{N_{11}}{N_{10} + N_{11}} \quad (3)$$

Uma vez que o somatório das probabilidades de cada linha da matriz de probabilidade de transição deve ser igual à unidade, tem-se:

$$P_{00} = 1 - P_{01} \quad (4)$$

$$P_{10} = 1 - P_{11} \quad (5)$$

As frequências relativas de longo termo, de ocorrência ou não ocorrência de precipitação são denominadas probabilidade estacionária ou climatológica e representam as probabilidades incondicionais dos referidos eventos. A probabilidade estacionária de ocorrência de precipitação  $\pi_1$  é dada pela seguinte equação:

$$\pi_1 = \frac{P_{01}}{1 + P_{01} - P_{11}} \quad (6)$$

A probabilidade estacionária de não ocorrência de chuva é dada por:

$$\pi_0 = 1 - \pi_1 \quad (7)$$

Por fim, a autocorrelação de *lag* 1 da série temporal é avaliada pela seguinte equação:

$$r_1 = P_{11} - P_{01} \quad (8)$$

As matrizes de probabilidade de transição e probabilidade estacionária foram calculadas para cada mês do ano, de maneira a reproduzir as variações sazonais da precipitação.

A geração da seqüência de dias chuvosos foi realizada a partir da distribuição conjunta oriunda da matriz de transição e de um gerador de números pseudo-aleatórios (GNA) distribuídos uniformemente no intervalo (0,1). Para o primeiro dia, comparou-se o número pseudo-aleatório gerado com a probabilidade climatológica de precipitação,  $\pi_1$ .

$\Rightarrow$  Se  $GNA(0,1) < \pi_1$ , o 1º dia é chuvoso.

$\Rightarrow$  Se  $GNA(0,1) > \pi_1$ , o 1º dia é seco.

Para o 2º dia, o GNA (0,1) foi comparado com as probabilidades de transição. Se o dia anterior for chuvoso, compara-se:

$\Rightarrow$  Se  $GNA(0,1) \leq P_{11}$ , o 2º dia é chuvoso.

$\Rightarrow$  Se  $GNA(0,1) > P_{11}$ , o 2º dia é seco.

Caso o dia anterior tenha sido seco, compara-se:

$\Rightarrow$  Se  $GNA(0,1) \leq P_{01}$ , o 2º dia é chuvoso.

$\Rightarrow$  Se  $GNA(0,1) > P_{01}$ , o 2º dia é seco.

A partir do 3º dia, repete-se a rotina apresentada para o 2º dia.

## 2.2) Determinação da altura de precipitação

Para os dias chuvosos, as alturas de precipitação são calculadas com auxílio da inversa de uma função acumulada de probabilidades. No presente artigo, foi selecionada a distribuição Gama de dois parâmetros, cuja função densidade de probabilidade é dada por:

$$f_x(x) = \frac{(x/\theta)^{\eta-1} \exp(-x/\theta)}{\theta \Gamma(\eta)} \quad (9)$$

na qual  $\theta$  e  $\eta$  representam, respectivamente, os parâmetros de escala e forma.

Dois justificativas nortearam a escolha da Distribuição Gama (2P). A primeira delas é que a referida distribuição é limitada inferiormente no valor zero. A segunda é relacionada à grande flexibilidade da distribuição para ajuste de dados.

Os parâmetros da distribuição foram estimados a partir dos dados observados, utilizando-se o método dos momentos, para cada mês do ano, de maneira a se preservar as características sazonais da precipitação.

A estimação da altura de chuva foi realizada com auxílio de números pseudo-aleatórios, distribuídos segundo a função Gama (2P). Esses números correspondem à probabilidade de não superação na inversa da função acumulada de probabilidade.

### 2.3) Avaliação de desempenho do modelo

Após a geração das séries sintéticas de precipitação, foi realizada a avaliação de desempenho do modelo. Em função da dependência imposta na construção do modelo, os testes estatísticos usuais não são aplicáveis. Dessa forma, a avaliação de desempenho é realizada por meio da comparação de indicadores como precipitação média diária, desvio padrão, precipitação média mensal e anual, precipitação máxima diária e número médio de dias chuvosos por mês, dentre outros.

A metodologia foi aplicada a 8 estações espalhadas pelo território brasileiro (Tabela 1), com intuito de avaliar a adequação do modelo para diferentes tipos climáticos. Na geração da série sintética, os cálculos foram feitos para uma série de 500 anos.

Tabela 1: Estações utilizadas no estudo

| Código   | Nome                         | Sub-bacia | Latitude      | Longitude      | Série histórica (Anos) |
|----------|------------------------------|-----------|---------------|----------------|------------------------|
| 01641010 | Itinga - MG                  | 54        | - 16° 37' 05" | - 41° 46' 03"  | 25                     |
| 01944004 | Ponte nova do paraopeba - MG | 40        | - 19° 57' 20" | - 44° 18' 24"  | 60                     |
| 02045005 | Lamounier - MG               | 40        | - 20° 28' 20" | - 45° 02' 10"  | 59                     |
| 08161001 | Caracará - RR                | 14        | 01° 49' 17"   | - 61° 07' 25"  | 16                     |
| 00062000 | Barcelos - AM                | 14        | - 00° 58' 04" | - 62° 55' 43"  | 8                      |
| 00948000 | Miracema do tocantins - TO   | 22        | -09° 33' 51"  | - 48° 23' 15"  | 26                     |
| 00735124 | Bodocongó - PB               | 38        | - 07° 31' 42" | - 35° 59' 59"  | 28                     |
| 03153008 | Pinheiro machado - RS        | 88        | - 31° 34' 39" | - 53 ° 22' 37" | 26                     |

### 3) RESULTADOS E DISCUSSÃO

Utilizando o aplicativo desenvolvido em linguagem de programação VBA, procedeu-se ao cálculo das probabilidades de transição para os 12 meses do ano nas 8 estações em estudo. É interessante observar que as probabilidades de transição exibem informações relacionadas aos períodos secos e chuvosos de cada estação pluviométrica conforme mostram as Figuras 2 e 3.

Nestas figuras, são apresentados gráficos que permitem a observação das tendências e da variação das probabilidades de transição ao longo do ano.

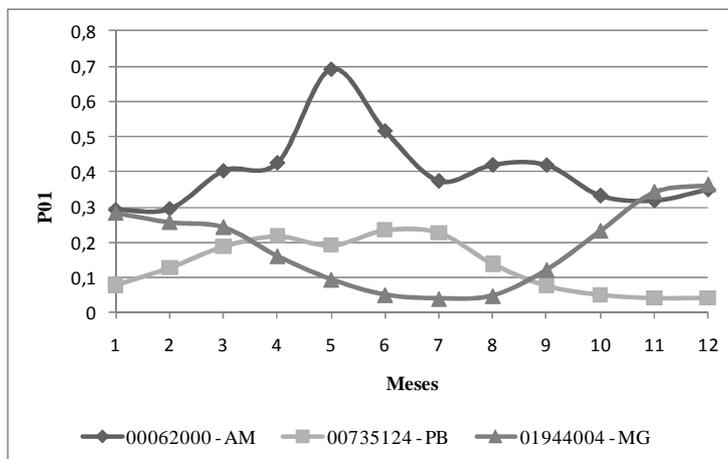


Figura 2: Probabilidade de transição P01

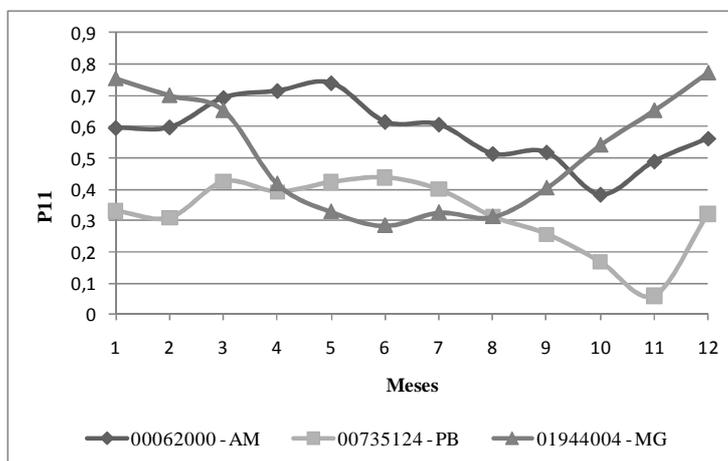


Figura 3: Probabilidade de transição P11

A partir das probabilidades de transição modelou-se a ocorrência de precipitação da maneira descrita na metodologia, realizando o cálculo das alturas de chuva diária com auxílio da distribuição Gama (2P).

A etapa seguinte foi a avaliação de desempenho do modelo por meio da comparação entre os indicadores das séries sintética e observada.

Primeiramente foram avaliados os indicadores altura média diária e desvio padrão. Observou-se que o modelo consegue reproduzir adequadamente os dois indicadores, conforme mostram as figuras 4 e 5.

Em seguida, foi avaliada a capacidade do modelo em reproduzir o número de dias chuvosos por mês (figura 11). De maneira geral, o modelo consegue estimar satisfatoriamente este indicador em todas as regiões, em especial nos meses mais secos.

As alturas máximas de chuva diária (figura 6) foram bem reproduzidas, com pequenos desvios com relação aos valores observados, à exceção da estação 03153008, no Rio Grande do Sul, na qual se verificou uma diferença de 68% entre os valores modelados e observados.

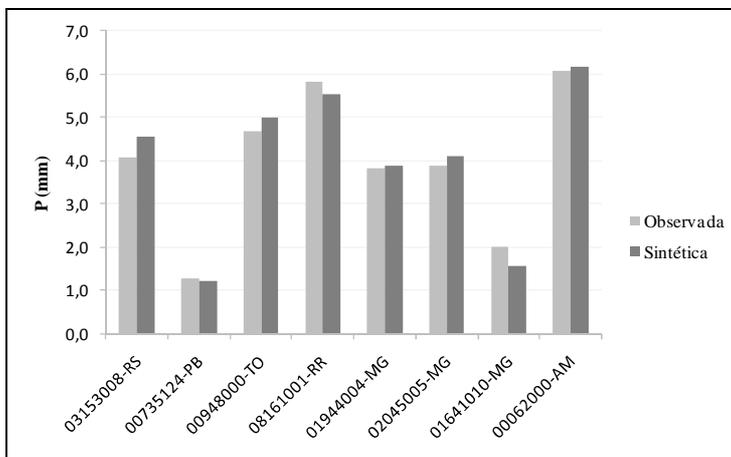


Figura 4: Altura média diária

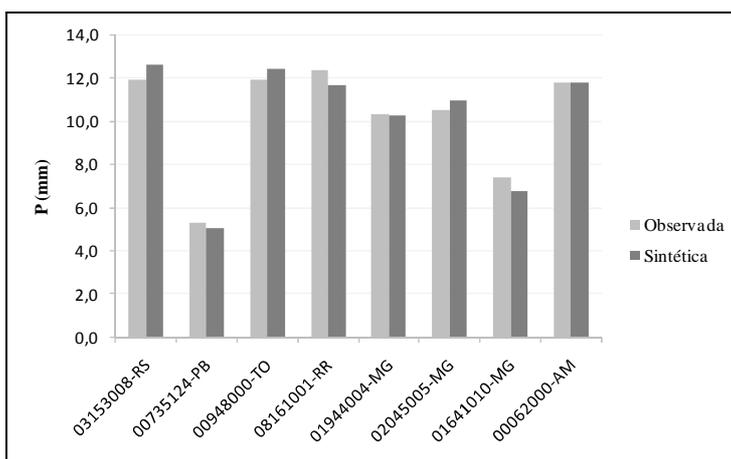


Figura 5: Desvio padrão

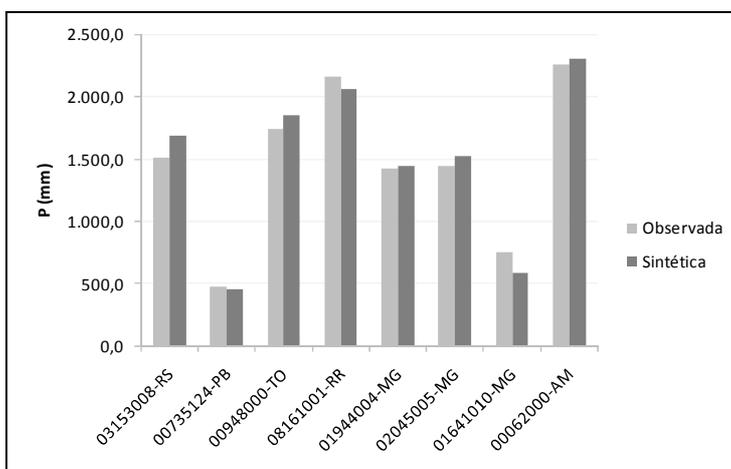


Figura 6: Alturas máximas de chuva diária

Com relação à precipitação média mensal (figura 12), nota-se que os erros relativos médios (figura 7), são de baixa magnitude, ou seja, o modelo apresentou bom desempenho. E nas estações 00732124, 08161001 e 01641010 percebe-se, a subestimação do modelo. Isto pode ser devido a um grande período de estiagem, ou seja, o erro médio foi fortemente influenciado pelo período de seca.

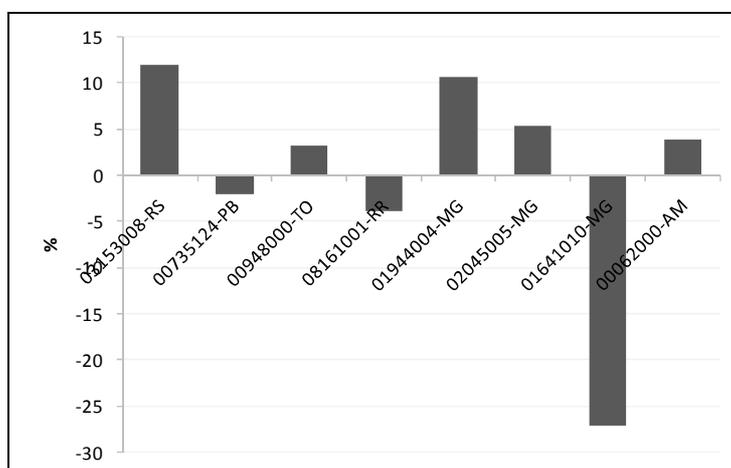


Figura 7: Erro relativo médio mensal

Por fim, o modelo conseguiu reproduzir adequadamente as alturas de chuva média e máxima anual conforme mostram as Figuras 8 e 9. No entanto, o modelo não apresentou bom desempenho na estimação da altura de chuva mínima anual nas estações, 03153008, 00735124, 01944004 e 02045005, onde os valores da série sintética foram superiores ao observado (Figura 10). Este fato pode ser um indicativo da falta de capacidade do modelo em simular anos muito secos, ou seja, este possui dificuldade em reproduzir os valores situados nas extremidades do intervalo da amostra, podendo assim, atribuir valores elevados e/ou não factíveis na amostra original.

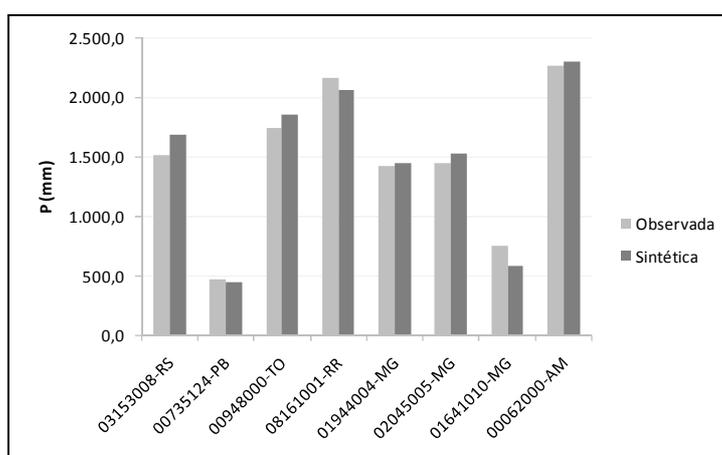


Figura 8: Altura de chuva média anual

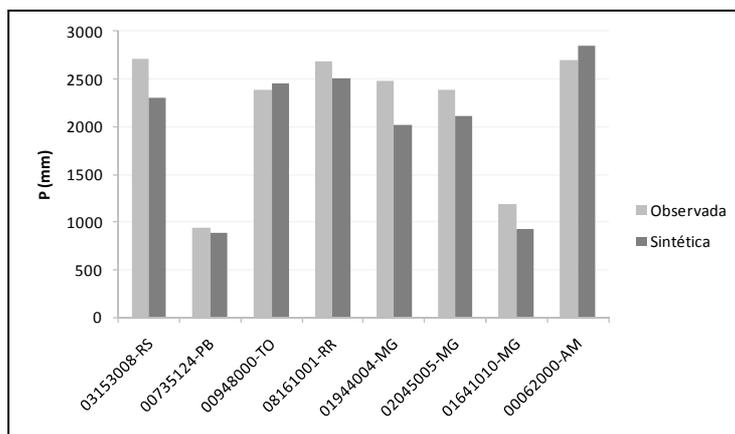


Figura 9: Altura de chuva máxima anual

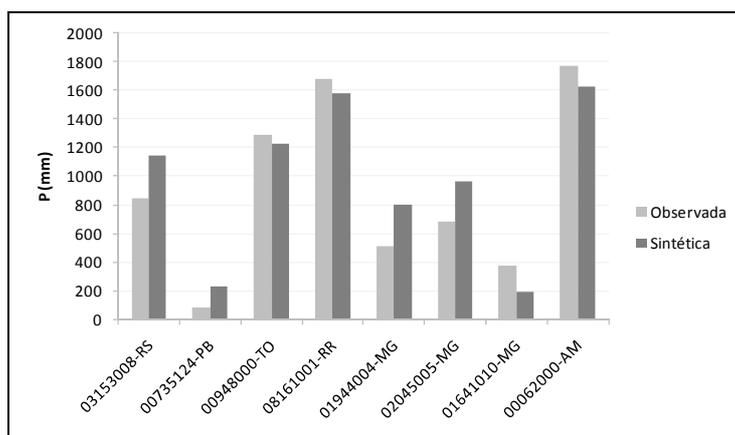


Figura 10: Altura de chuva mínima anual

Os resultados obtidos neste trabalho são condizentes com os apresentados por Genovez e Chaudhry (1987) e Detzel (2009).

Figura 11: Comparação entre a série sintética e observada número de dias chuvosos

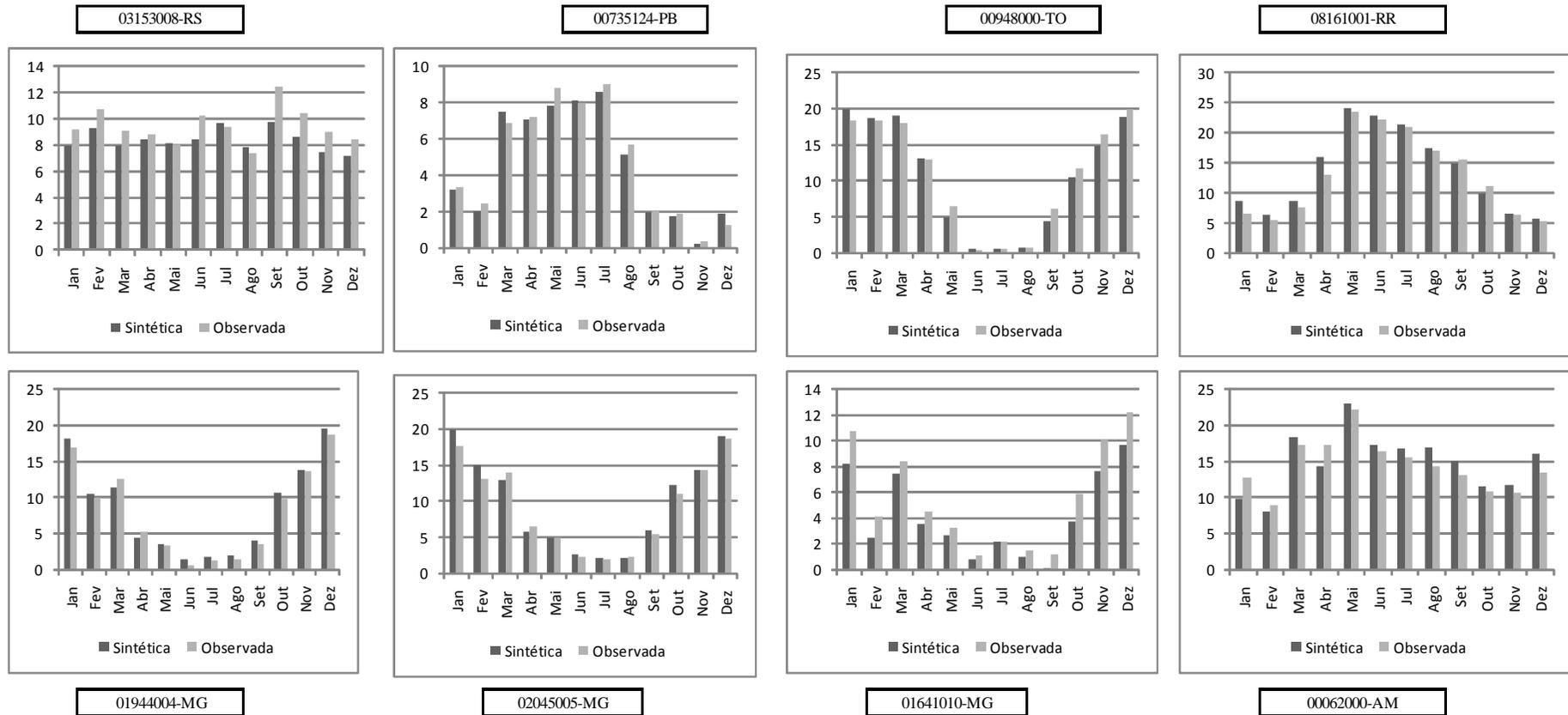
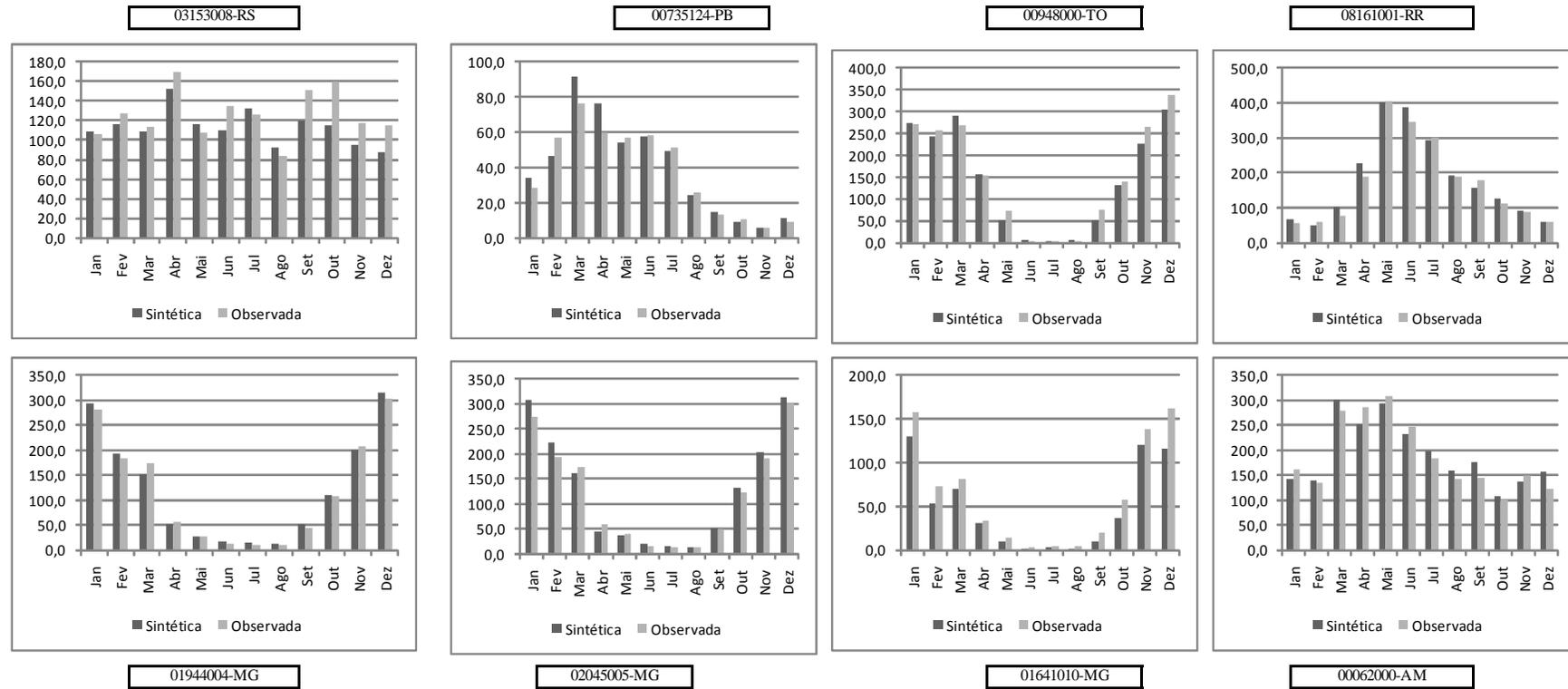


Figura 12: Comparação entre a série sintética e observada em relação à precipitação média mensal



#### 4) CONCLUSÕES

No presente artigo foi proposto um modelo de geração de séries sintéticas de precipitação. O modelo é baseado em uma cadeia de Markov de primeira ordem, capaz de representar a persistência observada em eventos chuvosos, e possui dois estados caracterizados pela ocorrência ou não ocorrência de precipitação. Para a determinação das alturas precipitadas nos dias chuvosos, foi utilizada a Distribuição Gama (2P). Foram geradas séries de 500 anos para cada uma das estações.

O modelo de geração de precipitação diária conseguiu reproduzir adequadamente as estatísticas diárias, tais como a média, desvio padrão e o número de dias chuvosos.

Este também foi capaz de reproduzir as alturas máximas e médias anuais, mas não apresentou bom desempenho em relação à altura de chuva mínima anual principalmente nas estações, 03153008, 00735124, 01944004 e 02045005, onde os valores da série sintética foram superiores ao observado. Este fato pode ser um indicativo da ineficiência do modelo em representar anos muito secos.

Por fim, o modelo foi capaz de reproduzir as estatísticas mensais, onde foram observados erros relativos médios de baixa magnitude. Porém ocorreu a subestimação do modelo nas estações que possuem, em sua série histórica, longos períodos de estiagem.

Para a melhoria dos resultados são feitas as seguintes recomendações:

- Realização de análise de sensibilidade quanto à introdução de um maior número de estados em substituição aos dois estados utilizados no presente artigo;
- Utilização de outras distribuições estatísticas para estimativa da altura diária de precipitação, como por exemplo, a aplicação da Distribuição Exponencial Mista (3P), conforme realizado por Detzel (2009);
- Avaliação do efeito da utilização de diferentes modelos de quantidades precipitadas, para dias chuvosos isolados e para os dias pertencentes a blocos de chuva;
- Utilização de modelos que contemplem a correlação eventualmente existente nas alturas de chuva acumuladas médias mensais.

Em relação ao aplicativo desenvolvido para execução deste trabalho, este estará disponível na página do departamento de Engenharia Hidráulica e Recursos Hídricos (EHR) - UFMG (<http://www.ehr.ufmg.br/>), em breve.

#### AGRADECIMENTOS

A Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG).

## 5) BIBLIOGRAFIA

AZEVEDO, P. V.; LEITÃO, M. M. V. B. R.. *Aplicação de processos em cadeia de Markov às precipitações diárias no estado da Paraíba*. Revista Brasileira de Meteorologia, São José dos Campos, 5, 1, p. 389-402, 1990.

CHIN, E. H.. *Modeling Daily Precipitation Occurrence Process With Markov Chain*. Water Resources Research, Washington, DC, 13, 6, p. 949-956, 1977.

DETZEL, DANIEL HENRIQUE MARCO. *Geração de séries sintéticas de precipitação*. 2009. 197 f. Dissertação (Mestrado em Recursos Hídricos) – Departamento de Engenharia Hidráulica e Saneamento, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

GENOVEZ, A. M.; CHAUDHRY, F. H.. *Avaliação de Um Modelo de Geração de Precipitação Diária A Partir de Dados de Um Posto Pluviométrico*. In: VII SIMPOSIO BRASILEIRO DE HIDROLOGIA E RECURSOS HIDRICOS, 1987, Salvador-BA. Anais. Porto Alegre-RS : Associação Brasileira de Recursos Hídricos, 1987. v. 2. p. 642-652.

KOTTEGODA, N. T.; NATALE, L.; RAITERI, E. *Stochastic modeling of periodicity and trend for Multisite daily rainfall simulation*. Journal of Hydrology, Amsterdam, 361, p. 319-326, 2008.

LIAO, Y.; ZHANG, Q.; CHEN, D.. *Stochastic modeling of daily precipitation in China*. Journal of Geographical Sciences, Pequim, 14, 4, p. 417-426, 2004.

LIMA, A.A.. *Metodologia integrada para determinação da enchente de projeto de estruturas hidráulicas por meio de séries sintéticas de precipitação e modelos chuva- vazão*. 2005. Dissertação de Mestrado (Programa de Pós-Graduação em Saneamento Meio Ambiente e Recursos Hídricos) - Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2005.

MEHROTRA, R.; SRIKANTHAN, R.; SHARMA, A.. *A comparison of three stochastic multi-site precipitation occurrence generators*. Journal of Hydrology, Amsterdam, 331, p. 280-292, 2006.

OLIVEIRA, V. de P. S. de. *Modelo para a geração de séries sintéticas de precipitação*. 166 f. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola) – Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2003.

SRIKANTHAN, R.; McMAHON, T.. *Stochastic generation of climate data: a review*. Report 00/16, CRC for Catchment Hydrology, Monash University, Melbourne, 34 p, 2000.

WILKS, D S.. *Multisite generalization of a daily stochastic precipitation generation model*. Journal of Hydrology, Amsterdam, 210, 1998.

WILKS, D. S.. *Statistical methods in the atmospheric sciences*. 1.ed. New York: Academic Press, 1995.