

AValiação DA AdERência DAS SéRIEs HISTóRICAS DE PRECIPITAÇÕES MÁXIMAS ANUAIS DO ESTADO DO CEARÁ UTILIZANDO DIFERENTES FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO

Cleiton da Silva Silveira¹; Francisco de Assis de Souza Filho²; Wictor Edney Dajtenko Lemos¹; Samuellson Lopes Cabral¹ & Samiria Maria Oliveira da Silva¹

RESUMO - Neste trabalho foram avaliados a aderência das séries históricas de precipitação máximas anuais do Estado do Ceará às funções de distribuições de probabilidade Normal, Log-Normal, Gama e Gumbel. Além disso, analisou-se o impacto da escolha das funções de distribuição na chuva de projeto. Foram utilizadas todas as séries com mais de 30 anos de dados válidos e o teste de aderência usado foi o qui-quadrado. Esse teste na maioria das vezes não rejeita nenhuma das funções de distribuição, portanto é necessário o uso de outros testes de aderência para identificar funções que representem melhor o padrão de precipitações máximas anuais do Ceará. As funções de distribuição Gumbel e Normal apresentaram os piores valores em quase todo domínio avaliado para o teste qui-quadrado. A função Gama mostrou dificuldade no Sertão Central ao oeste da região Jaguaribana. Em geral, as funções de distribuição atribuem valores extremos maiores na região litorânea e Cariri. A escolha de diferentes funções de distribuição de probabilidades podem indicar estimativas de chuva de projeto bastante distintas. As funções de distribuição de Gumbel e Log-Normal tendem a estimar valores maiores de chuva milenares e decamilenares em todo o Ceará.

ABSTRACT - This study evaluated the adherence of the time series of annual maximum rainfall in the State of Ceará to the probability distributions functions Normal, Log-Normal, Gamma and Gumbel. In addition, it was analyzed the impact of the choice of the distribution functions, in the rain of project. It was used all the series with more than 30 years of valid data and was used the chi-square adhesion test. This test most often does not reject any of the distribution functions, so it is necessary to use other adherence tests to identify functions that best represent the pattern of Ceará's annual maximum rainfall. Distribution Normal and Gumbel Functions showed the worst values in almost every area evaluated for the chi-square test. The Gamma function showed difficulty in the Hinterland of central-west region of Jaguaribana. In general, the distribution functions assign more extreme values in the coastal region and Cariri. The choice of different probability distribution functions might indicate distinct rain of project estimates. The Gumbel and Log-Normal distribution functions tend to estimate larger values for millenarian and decamillenarian rainfall in throughout Ceará.

Palavras-Chave – Precipitações máximas. Teste Qui-quadrado. Ceará.

⁽¹⁾ Doutorando do Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil (Recursos Hídricos) pela Universidade Federal do Ceará. E-mail: cleitonsilveira@yahoo.com.br; wictoredney@hotmail.com; samuellsoncabral@hotmail.com

⁽²⁾ Professor do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental da Universidade Federal do Ceará. E-mail: assis@ufc.br

1. INTRODUÇÃO

Para o dimensionamento de obras hidráulicas e o aproveitamento dos recursos hídricos é necessário conhecer a vazão de projeto. Neste sentido, para a determinação mais segura da vazão de projeto é fundamental o conhecimento das características físicas da bacia, tal como o seu tempo de concentração. Além disso, também é importante entender as limitações e adequação das funções de distribuição de probabilidade escolhida para estimar a chuva milenar, decamilenar ou qualquer outra chuva de projeto.

As vazões máximas podem ser estimadas de várias formas, seja pelo ajuste de distribuições estatísticas; estimativas com base na regionalização de vazões ou ainda de acordo com as precipitações. Geralmente, ajustam-se distribuições estatísticas teóricas aos dados históricos observados, extrapolando seus valores a uma determinada probabilidade.

Segundo Naghettini & Pinto (2007) a distribuição de Gumbel é a distribuição de extremos mais usada na análise de frequências de variáveis hidrológicas. Porém, não há regra universalmente aceita para a seleção da função densidade de probabilidade que melhor representa uma determinada variável. Na literatura diversos trabalhos testam o ajuste de diversas funções densidade de probabilidade e seleciona-se a de melhor aderência. Um dos testes mais aplicados é o teste do *qui-quadrado*, que representa um teste comum e muito utilizado quando se busca comparar frequências observadas (neste caso, a série histórica de precipitações) com frequências esperadas (a partir dos dados das funções de probabilidade).

Esse trabalho tem por objetivo avaliar a aderência das precipitações diárias máximas anuais fornecidas pela Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos do Estado do Ceará (FUNCEME) às funções de distribuição Normal, Log-Normal, Gumbel e Gama, através do teste do qui-quadrado.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1. Região de estudo

No Estado do Ceará predominam duas estações distintas: o período chuvoso e o período seco (Albuquerque *et al.*, 2009). A estação chuvosa distribui-se entre dezembro e julho e subdivide-se em: i) pré-estação chuvosa (dezembro e janeiro), durante a qual os principais sistemas causadores de chuva são a proximidade das frentes frias e os vórtices ciclônicos de ar superior; ii) “quadra chuvosa” ou estação chuvosa propriamente dita (de fevereiro a maio), que tem a zona de convergência intertropical-ZCIT como principal sistema causador de chuva; impactando o setor

norte do Nordeste Brasileiro (NEB), seguido de sistemas secundários tais como linhas de instabilidade, complexos convectivos de mesoescala e efeitos de brisa e iii) pós-estação chuvosa (junho e julho), em que os sistemas causadores de chuva mais importantes são as ondas de leste, que atuam principalmente sobre o leste do NEB, e os complexos convectivos de mesoescala.

No segundo semestre, há um predomínio de altas pressões atmosféricas e uma quase total ausência de fenômenos atmosféricos causadores de chuva, caracterizando a estação seca. Na figura 1 é mostrada a região de estudo, o Estado do Ceará, com a devida localização dos pluviômetros utilizados no experimento. Para o banco de dados foram utilizados pluviômetros da FUNCEME com séries iguais ou maiores do que trinta anos.

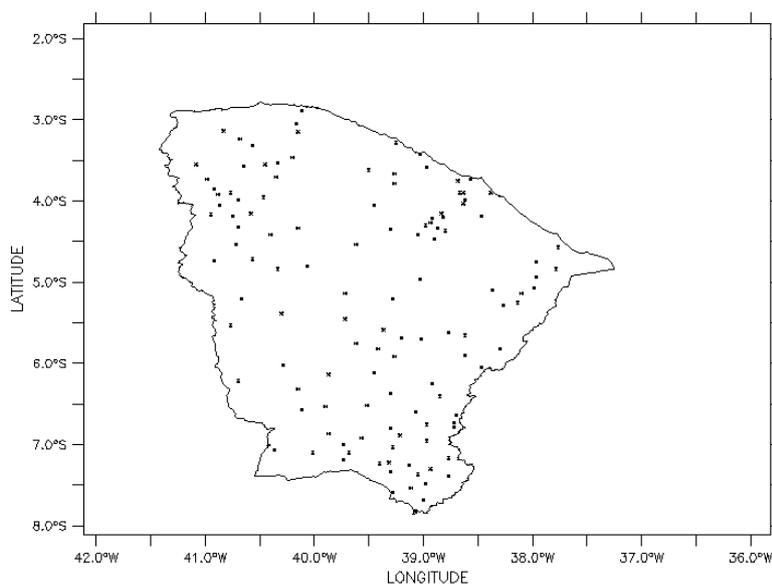


Figura 1. Região de estudo e pluviômetros usados no experimento.

2.2. Teste do qui-quadrado

O teste do qui-quadrado (χ^2) é um procedimento para avaliar a aderência de uma amostra aleatória a uma dada população caracterizada por sua função densidade de probabilidade com seus respectivos valores, ou seja, é um teste de hipóteses onde se procura encontrar o valor da dispersão para duas variáveis nominais, avaliando a associação existente entre variáveis. Assim, para uma amostra de n valores da variável aleatória $X(X_i, i = 1, 2, \dots, n)$ e quisermos testar a hipótese dessa amostra pertencer a uma população $\Omega(a, b)$ com função densidade $f(x)$ devemos realizar o seguinte teste de hipótese:

- i. Hipótese nula $H_0: X(X_i, i = 1, 2, \dots, n)$ pertence a $\Omega(a, b)$;
- ii. Hipótese alternativa $H_1: X(X_i, i = 1, 2, \dots, n)$ não pertence a $\Omega(a, b)$;

A estatística de teste é o χ^2 (crítico). Os cálculos podem ser realizados nos seguintes passos: divide-se a amostra em um número k de intervalos; o recomendável é que cada intervalo tenha

tamanho tal que contenha no mínimo cinco valores esperados. Feita a divisão dos intervalos estima-se, em cada um deles, o número de valores esperados e conta-se o número de valores observados.

Calcula-se o valor do χ^2 pela equação 1:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} \quad (1)$$

Onde χ^2 representa a estatística de teste; o_i denota o número de valores observados no intervalo i e e_i o número de valores esperados no intervalo i . O valor crítico do χ^2 é obtido da tabela estatística da distribuição inversa do qui-quadrado e é função de graus de liberdade (η) e do nível de significância do teste (α).

2.3. Aplicação do teste nas funções de distribuições de probabilidade

Neste trabalho foi aplicado o teste do qui-quadrado aplicado às funções de distribuição Normal, Gama, Log-Normal e Gumbel.

2.3.1. Distribuição Normal

A distribuição normal é simétrica em torno da média; tem dois parâmetros, a média (μ) e o desvio padrão (σ). A função densidade de probabilidade da distribuição Normal tem a forma:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2)$$

Onde X é a variável aleatória em análise; μ e σ os parâmetros da distribuição.

2.3.2. Distribuição Gama

A distribuição Gama é contínua, com dois parâmetros β (parâmetro de forma) e α (parâmetro de escala), dos quais se exige que $\alpha, \beta > 0$; cuja função densidade para valores $x > 0$ é

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1} \cdot e^{-x/\beta}}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha)} \quad (3)$$

Onde, Γ é a função gama, que é dada por

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dz \quad (4)$$

Pelo método dos momentos os parâmetros da função Gama podem ser calculados por meio das equações 5 e 6:

$$\alpha = \left(\frac{\mu}{\sigma}\right)^2 \quad (5)$$

$$\beta = \frac{\sigma^2}{\mu} \quad (6)$$

2.3.3. Distribuição log-normal

É uma distribuição para variáveis assimétricas. Se o logaritmo (Y) de uma dada variável X tem distribuição normal, então a variável X tem distribuição log-normal. A função densidade de probabilidade tem a forma:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (7)$$

Onde X representa a variável aleatória em análise, μ e σ os parâmetros da distribuição (a média e o desvio padrão no domínio logaritmo).

2.3.4. Distribuição Gumbel

Na distribuição de Gumbel a função de probabilidade acumulada (F) é a mais utilizada em razão de sua simplicidade. A função é dada por

$$F(y) = 1 - e^{-e^y} \Rightarrow y = \ln(-\ln(1 - F(y))) \quad (8)$$

Onde y representa a variável reduzida de Gumbel. O valor de y é calculado pela equação 9

$$y_i = \alpha(x_i - \beta) \quad (9)$$

Sendo α o parâmetro de concentração e β o parâmetro da distribuição da Gumbel. Os valores de α e β são estimados pelo método dos momentos pelas equações 8 e 9:

$$\alpha = \frac{1,285}{\sigma} \quad (10)$$

$$\beta = \mu - 0,450\sigma \quad (11)$$

2.4. Espacialização da precipitação e teste qui-quadrado

A precipitação interpolada para os pontos da grade constitui-se de uma media ponderada das precipitações observadas (equação 12), tal que as funções-peso são dadas conforme a equação 13:

$$P_{grade} = \frac{\sum_{N=1}^{N-1} W_N P_N}{\sum_{N=1}^{N-1} W_N} \quad (12)$$

$$W_N = \exp\left(-\sqrt{\left(\frac{X_N - X_{grade}}{K_X}\right)^2 + \left(\frac{Y_N - Y_{grade}}{K_Y}\right)^2}\right) \quad (13)$$

se $W_N > \exp(-R^2)$, senão $W_N = 0$;

Onde X_{grade} e Y_{grade} são as coordenadas dos pontos de grade que se deseja interpolar; X_N e Y_N são as coordenadas dos pluviômetros; N é o número referente ao pluviômetro; P_N são as precipitações observadas em cada pluviômetro; W_N são os pesos de cada pluviômetro em relação a um dado ponto de grade; P_{grade} são as precipitações de cada ponto de grade depois da interpolação e K_X , K_Y e R são constantes.

Para as constantes K_X , K_Y e R foram atribuídos o valor de 0,45 para as figuras que mostram o teste de aderência *qui-quadrado* e 0,6 para aquelas que mostram as características da precipitação. Esses valores foram selecionados depois de alguns testes, de modo que a precipitação observada pudesse representar praticamente todos os pontos de grade modelados pertencentes ao estado do Ceará.

3. RESULTADOS

Na figura 2 são mostrados a média, o desvio padrão e coeficiente de variação da série de máximos diários anuais no Estado do Ceará. Os valores extremos são mais elevados na região do Cariri, atingindo um valor médio superior a 85 mm, provavelmente devido à presença de frentes frias na região Norte do Nordeste na pré-estação. O desvio padrão das séries varia de 20 mm a 30 mm em quase todo o Ceará. Enquanto o coeficiente de variação (CV) de 0,2 a 0,4, indicando um alto padrão de variação dos máximos, destaque para o Sertão Central e Serra do Baturité que apresentaram valores mais elevados.

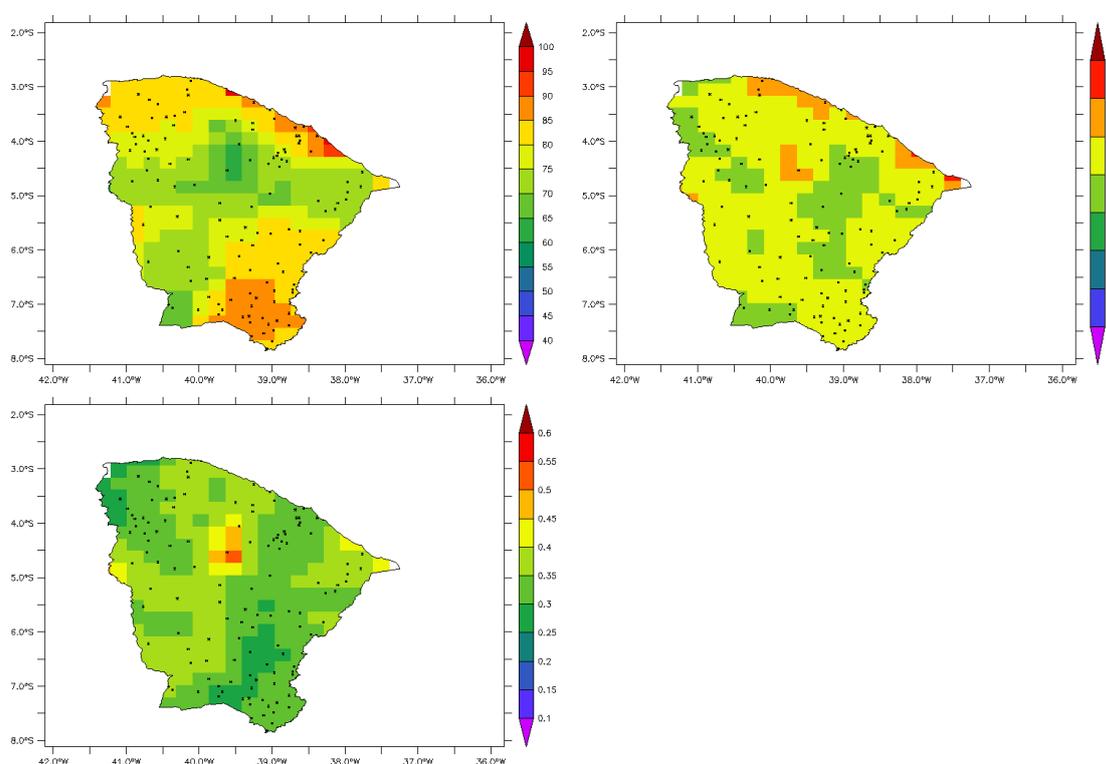


Figura 2. Características das séries históricas de precipitações máximas diárias anuais sobre o Estado do Ceará: (a) Média; (b) Desvio Padrão e (c) Coeficiente de variação (CV).

Na figura 3 são mostrados os resultados obtidos a partir do teste de aderência do *qui-quadrado* para o Estado do Ceará para funções de distribuição Normal, Log-Normal, Gama e Gumbel. A distribuição de Gumbel apresentou valores superiores a 8 em quase todo domínio avaliado, sendo considerada, segundo este teste, inadequada para representar a série de máximos anuais para maioria das regiões do Estado do Ceará.

A função de distribuição Normal mostra dificuldade ao sul do Sertão, onde indica para o teste do *qui-quadrado* valores superiores a sete. Enquanto a função Gama mostra dificuldade também no Sertão Central ao oeste de região Jaguaribana, apresentando para o teste de aderência do *qui-quadrado* valores superiores a nove nesse local.

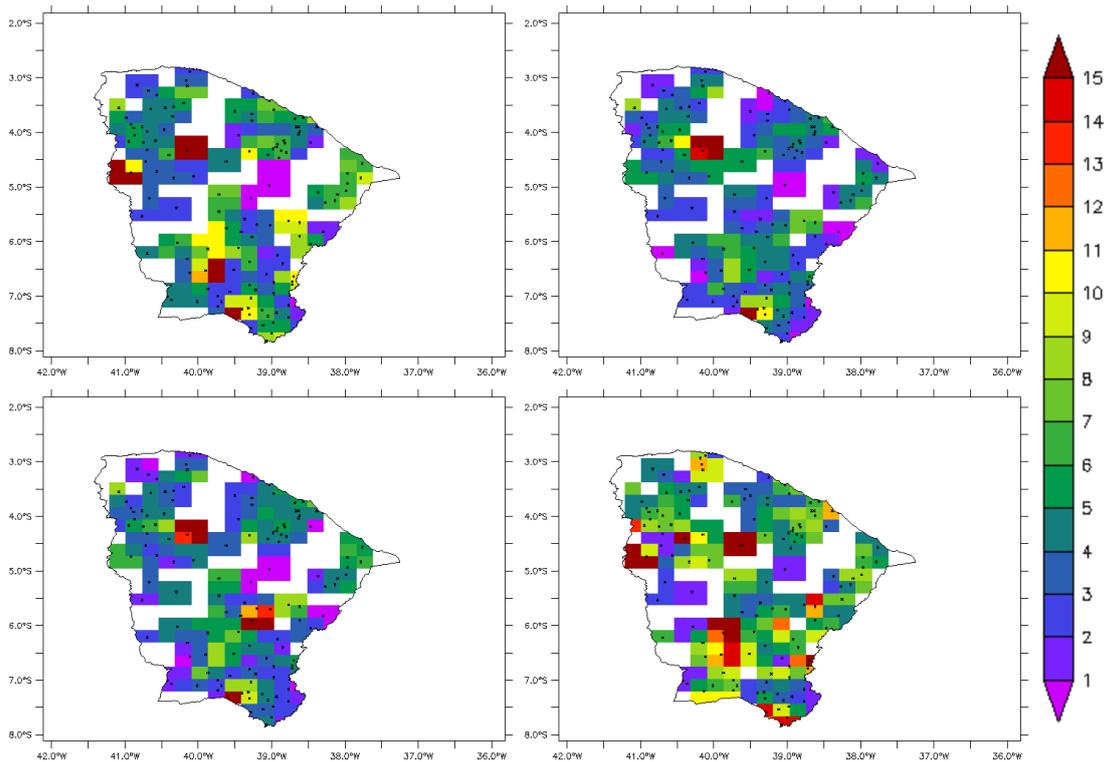


Figura 3. Valores obtidos pelo teste do qui-quadrado para as diferentes funções de distribuição: (a) Normal; (b) Log-normal; (c) Gama e (d) Gumbel.

Na figura 4 são mostrados os resultados obtidos para o teste de hipótese *qui-quadrado* para o Estado do Ceará para funções de distribuição Normal, Log-Normal, Gama e Gumbel para um nível de significância de 95% e 3 graus de liberdade. O teste não rejeitou nenhuma das funções de distribuição em várias regiões.

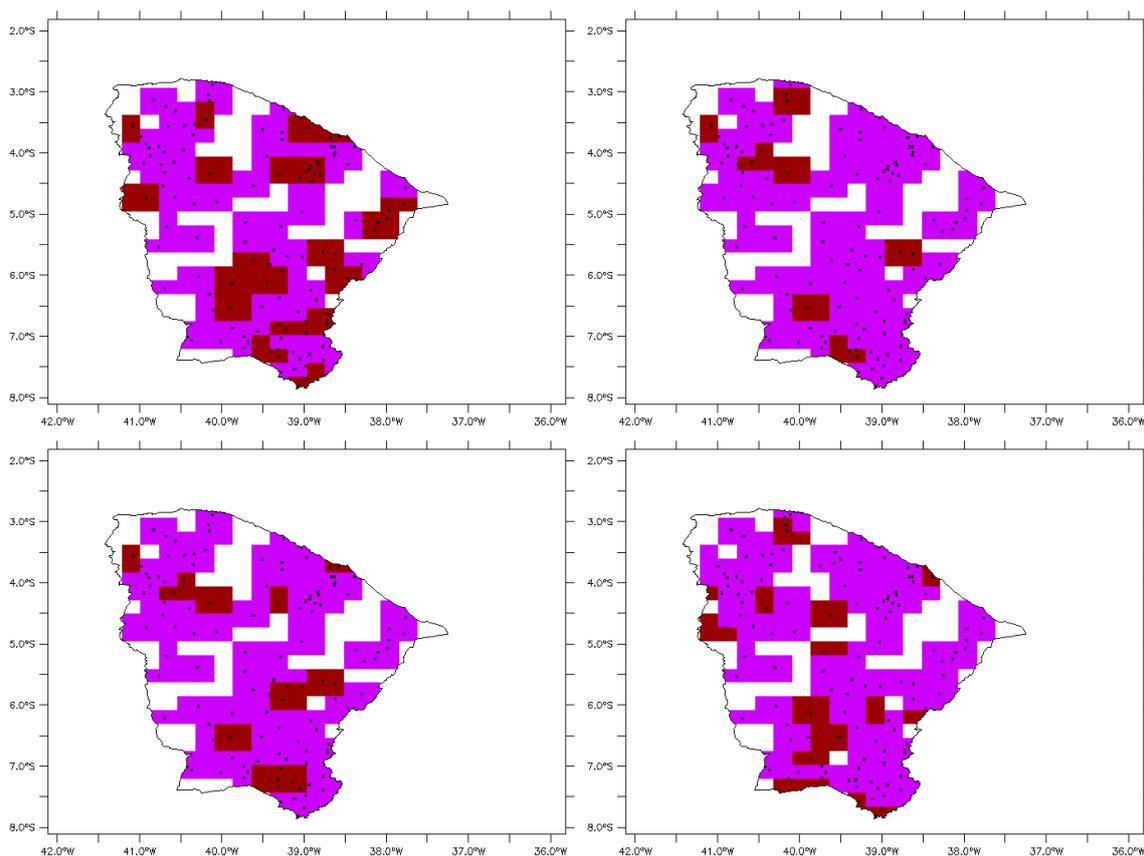


Figura 4. Teste de Hipótese qui-quadrado para as diferentes funções de distribuição: (a) Normal; (b) Log-normal; (c) Gama e (d) Gumbel. (em vermelho as séries reprovadas e em roxo as séries aprovadas)

Na figura 5 são mostradas as chuvas milenares estimadas pelas quatro funções mencionadas neste estudo. Em geral as funções de distribuição atribuem valores extremos maiores na região litorânea e Cariri.

A função de distribuição Normal tende a estimar valores menores do que as demais em praticamente todo o domínio. Enquanto as funções de Gumbel e Log-Normal tendem a estimar valores maiores em todo o Ceará.

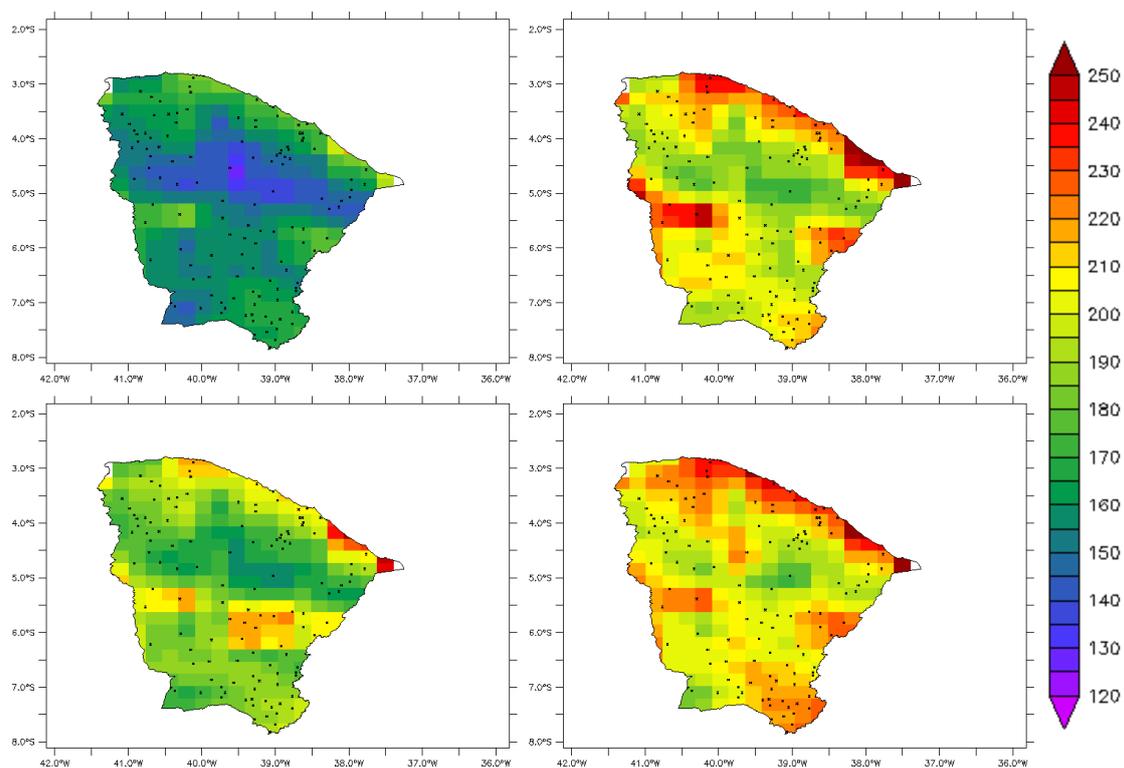


Figura 5. Chuva Milenar estimada por cada uma das funções de distribuição: (a) Normal; (b) Log-normal; (c)Gama e (d) Gumbel.

Na figura 6 são mostradas as chuvas decamilenares estimadas pelas quatro funções: normal, log-Normal, gama e Gumbel. Em geral as funções de distribuição atribuem valores extremos maiores na região litorânea de Jaguaruana e no Sertão Central a sul da região de Ibiapaba.

No Sertão Central ao norte do Cariri a função gama estimou valores extremos bem inferiores às demais regiões do domínio, importante destacar que essa região obteve resultados ruins para o teste do *qui-quadrado*. Isto indica que ao selecionar uma função de distribuição inadequada para representar a série histórica das chuvas de projeto há uma possibilidade de se indicar resultados que fogem aos padrões da região.

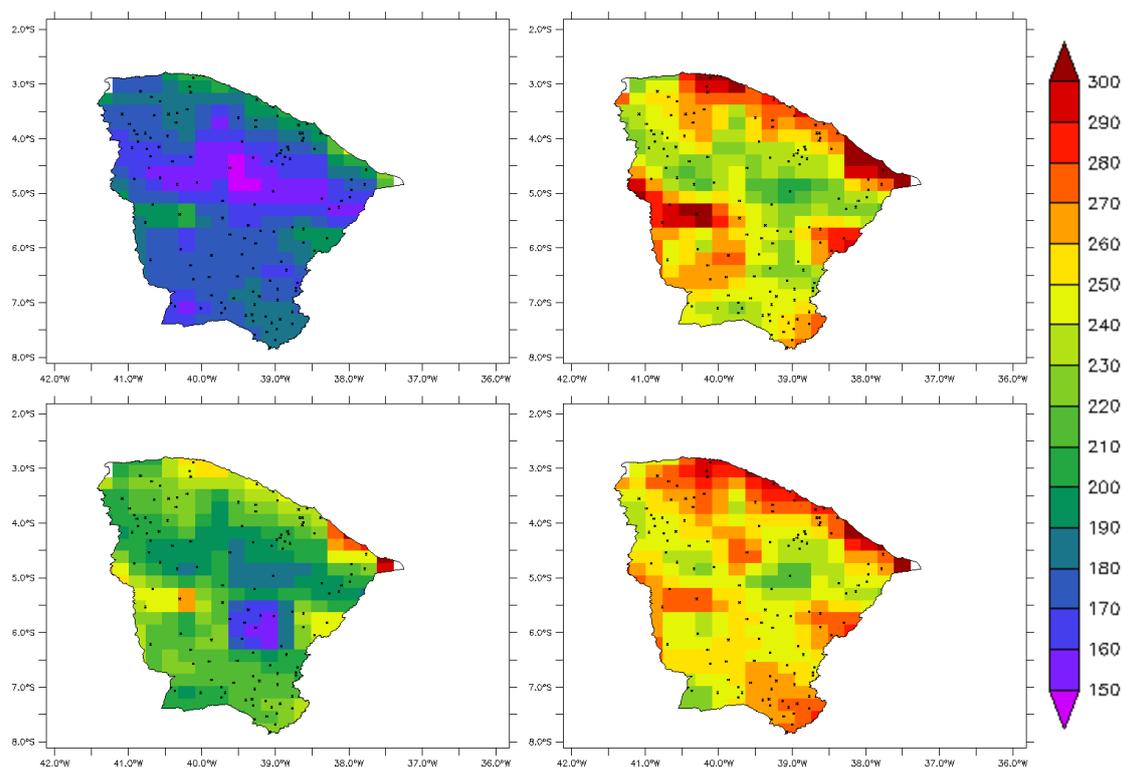


Figura 6. Chuva decamilenar estimada por cada uma das funções de distribuição: (a) Normal; (b) Log-normal; (c) Gama e (d) Gumbel.

4. CONCLUSÕES

O teste *qui-quadrado* na maioria das vezes não rejeita nenhuma das funções de distribuição, recomenda-se, portanto, o uso de outros testes de aderência para identifica funções que captem os padrões das séries de precipitações máximas anuais do Ceará.

As funções de distribuições de Gumbel e Normal apresentaram os piores valores de *qui-quadrado* em quase todo domínio avaliado. A função Gama mostra dificuldade no Sertão Central ao oeste de região Jaguaribana.

A escolha de diferentes funções de distribuição de probabilidades podem indicar estimativas de chuva de projeto bastante distintas.

Em geral as funções de distribuição atribuem valores extremos maiores na região litorânea e Cariri. As funções de distribuição de Gumbel e Log-Normal tendem a estimar valores maiores de chuva milenares e decamilenares em todo o Ceará.

AGRADECIMENTOS

Ao CNPq, pela concessão da bolsa de estudos e ao DEHA (Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental) da Universidade Federal do Ceará, pelo apoio e estrutura fornecida.

BIBLIOGRAFIA

ALBURQUERQUE, I.F.; FERREIRA, J.N.; SILVA, M. G. ; DIAS, M. F. **Tempo e Clima no Brasil**. São Paulo. Oficina de Textos p. 280, 2009.

CAMPOS, J. N. B. **Lições em modelos e simulação hidrológica**. Fortaleza 2009. ASTEF/EXPRESSÃO GRÁFICA 166.

CHOW, V.T., MAIDMENT, D.R., MAYS, L.W. *Applied hydrology*, New York: McGraw-Hill, 1988.

MORETTIN, P. A., TOLOI, M. C. C., **Análise de Séries Temporais**. 2ª Edição. Editora Egard Blucher. São Paulo, 2006.

NAGHETTINI, M., PINTO, É. J. de A., **Hidrologia Estatística**. CPRM – Serviço Geológico do Brasil. Belo Horizonte, 2007.

TUCCI, C. E. M. Escoamento Superficial. In: TUCCI, C. E. M. **Hidrologia: Ciência e aplicação**. 1. ed. Porto Alegre. Ed. da Universidade: ABRH: EDUSP, 1998. 943p. ISBN 85-7025-298-6.

WALPOLE, R. E., MYERS, R. H., MYERS, S. L. & YE, K., **Probability & Statistics for Engineers & Scientistis**. 8ª Edição. Editora Pearson–Prentice Hall. New Jersey, 2007.

WILKS, D. S. *Statistical Methods in the Atmospheric Sciences*. Academic Press, 2ª Edição, 630 p., 2006.