

A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS RECURSOS HÍDRICOS SEGUNDO O PRINCÍPIO DA NAVALHA DE OCCAM

Marcos Rodrigues Pinnto¹ & Marco Aurélio Holanda de Castro²

RESUMO – A modelagem matemática nos recursos hídricos tem ajudado a compreender e a prever diversos fenômenos ligados a este campo de conhecimento. No presente trabalho, apresentamos a formulação de três modelos matemáticos, a saber: um escoamento transiente, uma coluna d'água em uma seção unitária, e o raio hidráulico em um conduto circular. O processo de formulação dos modelos foi guiado pelo princípio da Navalha de Occam e efetuado de forma algorítmica de modo a explicitar cada uma de suas etapas.

ABSTRACT – the mathematical modeling on the water resources has helped to understand and to preview phenomena in this field. In this work, we present a study about three mathematical models, to let know: a transient flow; a water column in an unitary section; and a hydraulics ray in a circular conduct. The models formulation was guided by the principle of Occam's Razor, and made in algorithmic form to demonstrate each one of its parts.

Palavras-Chave – modelagem matemática, coluna d'água, raio hidráulico, escoamento transiente.

1 Laboratório de Hidráulica Computacional – Universidade Federal do Ceará; Campus do Pici, bl. 713, sala 01; fone: (85) 3366.9621; e-mail: mrp_marcos@yahoo.com.br.

2 Professor Titular – Universidade Federal do Ceará; Campus do Pici; bl. 713; sala 01; fone: (85) 3366.9621; e-mail: marco@ufc.br

INTRODUÇÃO

Os modelos matemáticos constituem uma tentativa de descrever processos, naturais ou artificiais, de maneira a ser possível a previsão de certos acontecimentos, o controle de determinadas etapas e, principalmente, a compreensão de alguns fenômenos.

Construir um modelo requer perspicácia, mas, principalmente, humildade e paciência. Assim, um princípio basilar na modelagem matemática é o princípio da navalha de Occam, ou o princípio da parcimônia.

Esse princípio, de maneira bastante pragmática, diz que deve-se partir do mais simples possível, ir-se adicionando paulatinamente termos que se mostrarem relevantes no processo, comparando com resultados conhecidos, voltar-se ao começo e rever parte por parte, até que se aumente o nível de complexidade ao desejado. Importante inda é dizer que o nível de complexidade maior, além de tornar o modelo sibilino, nem sempre coincide com o nível satisfatório. Digamos que pudéssemos medir a complexidade em graus 1, 2, 3 e assim por diante. O modelo cuja complexidade é de nível 3 poderia trazer um custo altíssimo do ponto de vista do esforço humano como do esforço computacional, tornando-o quase inviável; enquanto isso, o modelo cuja complexidade tem nível 1 apresenta resultados com uma variação desprezível em relação aos resultados oferecidos pelo de nível 3. Poderíamos falar aqui de alguns processos que são modelados bidimensionalmente e tridimensionalmente. Muitas vezes o modelo tridimensional carrega consigo uma complexidade medonha e oferece resultados apenas tenuemente melhores que o modelo bidimensional, de forma que a escolha por este se mostra mais viável. Assim, a visão holística muitas vezes deve ser substituída pela visão pontual para se obter um modelo adequado. Veja bem: usei a palavra adequado e não perfeito. Modelo perfeito não é modelo; é o próprio fenômeno. Um modelo deve ser simplesmente adequado.

Outro fator relevante é a confiabilidade do modelo. A confiabilidade de um modelo é medida em termos do seu erro relativo. Se esse erro for considerado inconveniente, deve-se avaliar as componentes do modelo de forma a detectar o que estaria contribuindo para o erro. Feita a alteração em alguma componente, calcula-se novamente o erro para corroborar se a mudança afetou positiva ou negativamente o resultado.

A FORMA ALGORÍTMICA

Segundo Meyer (1984), os passos para a construção de um modelo matemático estão dispostos na Figura 1:

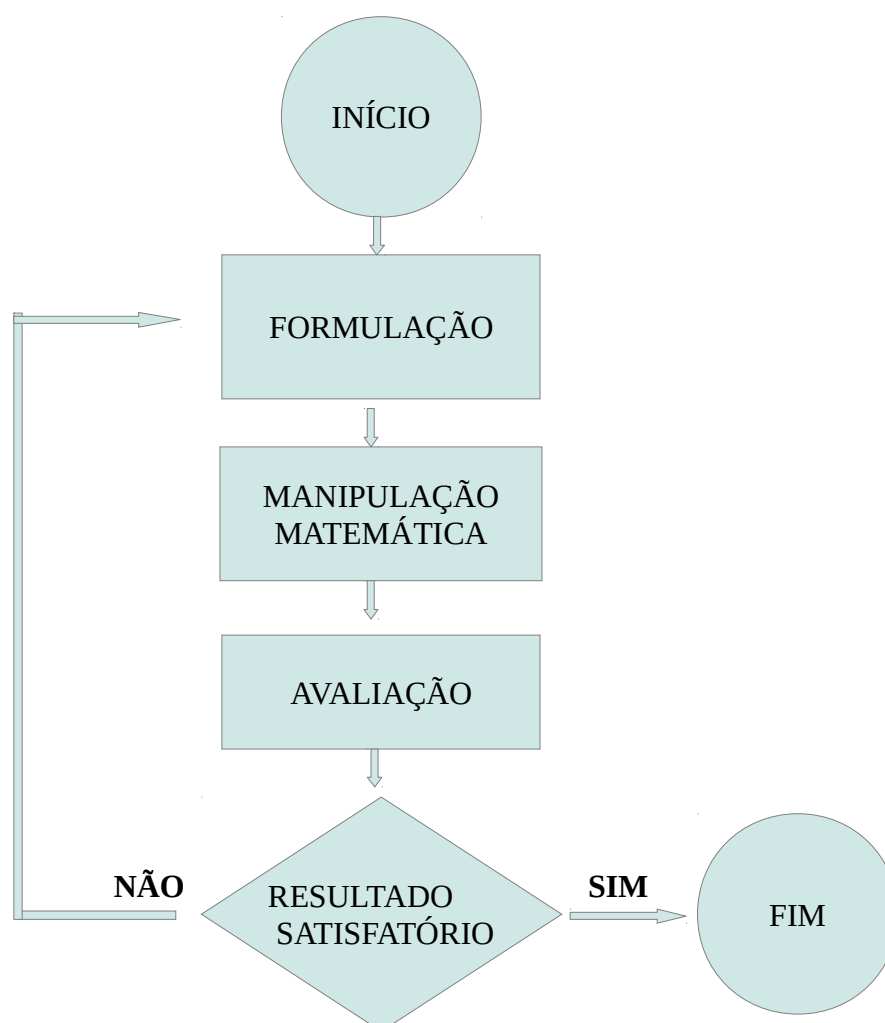


Figura 1 - Forma algorítmica para modelagem matemática

Conforme podemos observar, o processo requer 4 passos entre o início e o fim.

ESTUDOS DE CASO

I – Coluna D'água em Seção Unitária

Segundo Featherstone e Nalluri, (1995):

“Open channel flow, for example, flow in rivers, canals and sewers not flowing full, is characterized by the presence of the interface between the liquid surface and the atmosphere. Therefore, unlike full pipe flow, where the pressure is normally above atmosphere pressure, but sometimes below it, the pressure on the surface of the liquid in open channel flow is always that of the ambient atmosphere.”

O problema de que trataremos pode ser considerado com o de um fluxo em um canal aberto com a forma da seção plana frontal aproximada da Figura 2.

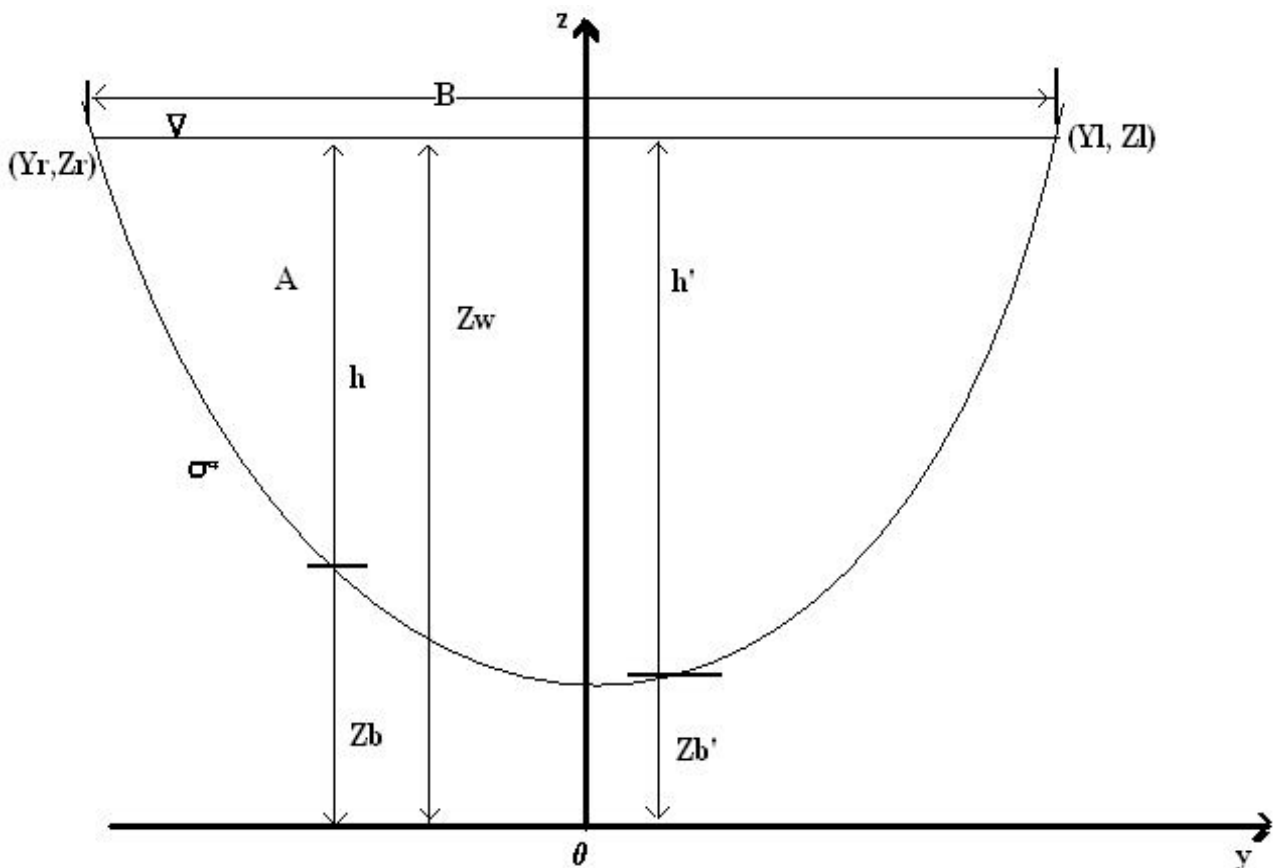


Figura 2: Seção plana frontal do canal

Na figura, “uma d'água de seção unitária quadrada e profundidade h , que se inicia no fundo do canal $z = z_b(x,y)$ e termina na superfície $z = z_w(x,y,t)$, ou seja, $h = z_w - z_b$ ” (Pitombeira, 2011), da

qual a equação da continuidade ($\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$) pode ser obtida por integração de A sobre a vertical:

$$\int_{z_b}^{z_w} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz \quad (1)$$

Consideraremos esse fluxo como uniforme, i.e., a profundidade (daí a velocidade no fluxo permanente) restam constantes (White, 2003).

Uma seção plana lateral do canal pode ser vista na Figura 3.

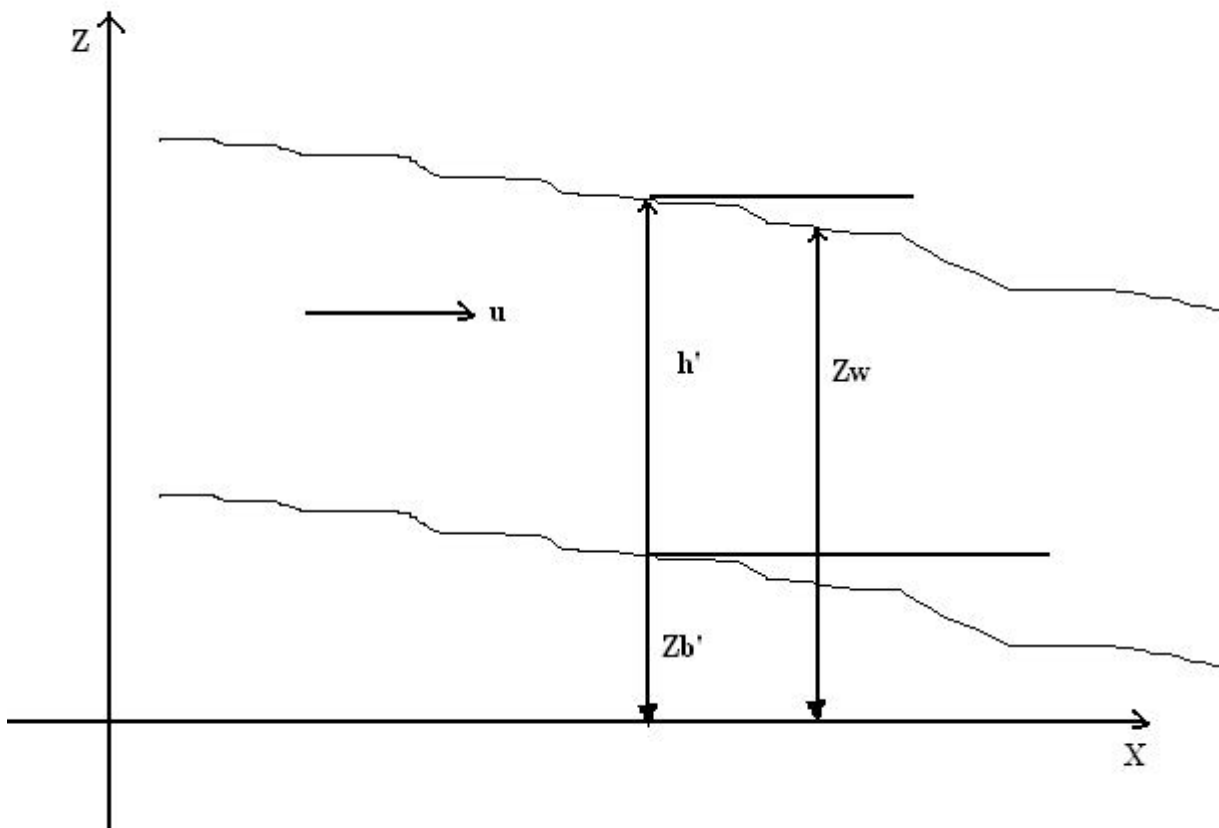


Figura 3: Seção plana lateral

Temos as condições de contorno:

- Na superfície: a água não cruza a superfície;

$$\frac{\partial z_w}{\partial t} + u \frac{\partial z_w}{\partial x} + v \frac{\partial z_w}{\partial y} - w = 0 \quad (2)$$

- Nas paredes: as componentes da velocidade normal às paredes devem desaparecer.

$$u \frac{\partial z_b}{\partial x} + v \frac{\partial z_b}{\partial y} - w = 0 \quad (3)$$

Usaremos ainda como hipótese:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(h\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(h\bar{v})}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

Sendo:

$$\bar{u} = \frac{1}{h} \int_{z_b}^{z_w} u dz \quad e \quad \bar{v} = \frac{1}{h} \int_{z_b}^{z_w} v dz \quad (5)$$

Dessa forma, (4) torna-se

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_b}^{z_w} u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{z_b}^{z_w} v dz = 0 \quad (6)$$

O segundo e o terceiro termo na equação (6) requer o conhecimento da Regra de Leibniz, (Lima, 2009):

Regra de Leibniz (Derivação sob o sinal de integral.) Dado $U \subset \mathbb{R}^n$, aberto, seja

$f : U \times [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ uma função com as seguintes propriedades:

1) Para todo $x \in U$, a função $t \rightarrow f(x, t)$ é integrável em $a \leq t \leq b$.

2) A i -ésima derivada parcial $\frac{\partial f}{\partial x_i}(x, t)$ existe para cada $(x, t) \in U \times [a, b]$ e a função

$\frac{\partial f}{\partial x_i} : U \times [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, assim definida, é contínua.

Então a função $\phi : U \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $\phi(x) = \int_a^b f(x, t) dt$, possui i -ésima derivada parcial em cada ponto $x \in U$, sendo

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_i}(x) = \int_a^b \frac{\partial f}{\partial x_i}(x, t) dt.$$

Portanto, dadas as condições da Regra de Leibniz, as operações derivação parcial e integração podem-se intercambiar. Uma demonstração da Regra de Leibniz pode ser vista em Lima (2009).

Admitindo que as funções envolvidas no problema atendam às condições da regra supra, podemos reescrever (6):

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \int_{z_b}^{z_w} \frac{\partial u}{\partial x} dz + \int_{z_b}^{z_w} \frac{\partial v}{\partial y} dz = 0 \quad (7)$$

Da equação (7) segue que

$$\frac{\partial h}{\partial t} + (z_b - z_w) \frac{\partial u}{\partial x} + (z_b - z_w) \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

Mas, $Z_b - Z_w = h$. Daí:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial u}{\partial x} + h \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

Multiplicando B em ambos os lados de (9), segue-se:

$$A \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + B \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

Isto é:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

Quando o canal é retangular na seção, a substituição de Q por Bq resulta em (Henderson, 1966):

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (12)$$

Embora a forma diferencial não represente um grande obstáculo, a solução analítica pode representar. Na maioria dos casos reais é preciso recorrer a modelos numéricos para resolver problemas envolvendo o fluxo em canais abertos.

Marjang e Merkley (2009) desenvolveram um modelo numérico para calcular os perfis de velocidade, entre outros elementos, sob condições de fluxo uniforme e permanente em seções transversais de canais abertos retangulares.

II – Escoamento Transiente

Agora temos um modelo dado pelas equações (13) e (14), o qual iremos simplificar admitindo algumas hipóteses.

$$\partial \frac{A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (13)$$

$$\frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta}{A} Q^2 \right) + \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} (Kh) + (K - K') h \cos \theta \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} = S_o - S_f + \frac{1}{\gamma A} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{q U_x}{gA} \quad (14)$$

Q	→	vazão;
t	→	tempo;
x	→	distância ao longo da tubulação
A	→	seção transversal perpendicular a x;
h	→	profundidade do fluxo normal a x;
θ	→	ângulo entre o eixo x e um plano horizontal;
S _o	→	igual ao seno do ângulo θ, declividade da tubulação;
S _f	→	declividade correspondente ao atrito;
β	→	fator de correção;
K e K'	→	fatores de correção quando a distribuição das pressões não forem hidrostáticas;
T	→	força causada pelo stress interno atuando normal a A;
γ	→	peso específico do líquido assumido incompressível e homogêneo;
g	→	aceleração da gravidade;
q	→	fluxo lateral por unidade de comprimento da tubulação;
U _x	→	componente da velocidade do fluxo lateral, quando junto ao fluxo da tubulação.

A tarefa aqui apresentada é descrever as etapas do modelo, fazendo simplificações justificadas, e chegar às equações de Saint-Venant para fluxo transiente para os canais abertos em termos da velocidade u na direção x.

Assim, temos um modelo pronto e com uma complexidade tal que podemos ainda simplificar, fazendo as devidas justificações.

Seguiremos o diagrama dado na Figura 1 para interpretar o modelo em estudo. Temos equações diferenciais parciais de duas variáveis representando um escoamento ao longo de uma tubulação, aparentemente reta, pois uma das variáveis mede o comprimento e a outra o tempo, de modo a não considerarmos variações na direção do fluxo.

Estamos diante de um fluxo unidirecional, que percorre uma distância. Então o tempo é um fator fundamental, pois o tempo muda enquanto mudam outros fatores no fluxo, melhor dizendo, os

outros fatores mudam enquanto o tempo “passa”. Ora, dizer que alguma coisa depende do tempo parece, inicialmente (e de fato é), bastante vago. O que o tempo faz de fato com os outros fatores no fluxo? O tempo não faz absolutamente nada. O tempo simplesmente existe, existindo fluxo ou não. Dessa forma, somente podemos entender o tempo como variável “independente” no fluxo da mesma forma que entendemos a distância: ele serve para medir!

Seguindo o roteiro sugerido Meyer (1984), podemos pensar nas seguintes etapas:

1. Questionamentos:

- a) Por que o fluido se move dentro da tubulação?
- b) Que fórmula poderia descrever esse movimento?
- c) Que fórmula poderia descrever como esse movimento ocorre em dado instante?

2. Identificando os fatores relevantes:

a) O fluido se move dentro da tubulação, então ele percorre uma distância. Logo a *distância percorrida* é um fator importante dentro do processo. Evidentemente precisamos de um eixo para dizer que o fluxo se move dentro da tubulação ao longo desse eixo. Denominemo-lo x .

b) Conforme especulado antes, não podemos simplesmente dizer que o fluxo está no ponto $x = k$. Precisamos dar outra referência para que esse fluxo seja encontrado. Assim, parece-nos conveniente dizer que quando o fluxo estava no ponto $x = k$, o tempo marcava $t = w$.

c) De posse da variável x e da variável t , podemos inferir que a velocidade do fluxo poderia ser calculada, afinal, pelo menos a velocidade média poderia ser encontrada. Como estamos falando de funções, então, (desde que sejam deriváveis), obteremos a velocidade instantânea do fluxo.

d) É preciso ainda dizer a quanto do fluxo está-se referindo. Denotaremos isso pela letra Q .

e) A inclinação ou declividade da tubulação deve ser considerada (S_o).

f) Há então uma declividade correspondente ao atrito, a qual denotaremos por S_f .

g) A quantidade de movimento de um fluido é um problema bastante complexo e sua solução tem se baseado nas leis de Newton. Assim, adotaremos β como fator de correção.

h) Os fatores de correção K e K' devem aparecer caso a distribuição das pressões não forem hidrostáticas.

i) A área de uma seção plana A é necessária para o cálculo da vazão.

j) Como estamos interessados também na quantidade de movimento, adotaremos T para designar a força devido ao stress interno, atuando normal a área A.

k) Tomemos então γ o peso específico do fluido, incompressível e homogêneo.

l) Como consideramos uma declividade, devemos considerar o fator extrínseco gravidade g.

m) Podemos considerar ainda um fluxo lateral se juntando (por infiltração, e.g.) ao fluxo. A componente U_x da velocidade desse fluxo lateral junto ao fluxo principal será considerada.

3. Descrição matemática:

Primeiro vamos listar as características do nosso escoamento:

- Unidirecional, variando a profundidade e a velocidade apenas na direção longitudinal do canal.
- Como consequência, a velocidade é constante e a superfície da água é horizontal em uma seção perpendicular ao eixo longitudinal do canal.
- O eixo longitudinal do canal é uma linha reta.
- O fluxo é de água, portanto, incompressível e com densidade constante.

Vamos supor, adicionalmente, que:

1. é possível desprezar as acelerações verticais e considerar a distribuição de pressões segundo a vertical hidrostática, considerando uma variação gradual ao longo do canal;
2. os coeficientes de rugosidade para o regime permanente e uniforme são aplicáveis e as equações de Manning ou Chézy serve para quantificá-los.
3. o declive de fundo é pequeno.

Assim, voltando à equação dada em (14):

$$\begin{aligned} \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{gA} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta}{A} Q^2 \right) + \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} (Kh) \\ + (K - K') h \cos \theta \frac{1}{A} \frac{\partial A}{\partial x} = S_o - S_f + \frac{1}{\gamma A} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{qU_x}{gA} \end{aligned} \quad (15)$$

(I) (II) (III)

Desprezamos os termos (I), (II) e (III) e fazemos alguns ajustes para obter:

$$\frac{1}{A} \cdot \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left(\frac{Q^2}{A} \right) + g \cdot \frac{\partial y}{\partial x} - g \cdot (S_o - S_f) = 0 \quad (16)$$

As equações (11) e (16) são as equações de Saint-Venant.

III – Raio Hidráulico em um Conduto Circular (escoamento livre)

“Os condutos livres são caracterizados, de uma maneira geral, pelo predomínio da pressão atmosférica na superfície do líquido em escoamento. Considerando um conduto de forma circular, com uma lâmina d’água de altura igual ao raio do conduto, e progressivamente aumentando até atingir o diâmetro vertical do conduto, esboce um modelo matemático que seja capaz de representar este fenômeno, apenas para o raio hidráulico. Analise a luz dos conceitos matemáticos – o que acontece quando a lâmina d’água atinge o diâmetro do conduto ?

1. Expressar todas as etapas da modelagem matemática, com os elementos desta situação;
2. Fazer uma análise particular quando o raio do conduto for $R=1$ unidade de comprimento;” (Pitombeira, 2011)

a) Que fórmulas matemáticas poderiam descrever este escoamento?

b) Que fórmulas matemáticas poderiam descrever o estado deste escoamento em dado momento?

Os fatores relevantes devem estar relacionados com partes das respostas para os questionamentos. Assim, podemos pensar na pressão atmosférica, na gravidade, no peso específico, na forma do conduto etc. Vamos recorrer a alguns resultados e conhecimentos apresentados em uma pequena amostra da literatura.

Segundo Henderson (1966), uma situação de fluxo de um fluido sempre leva a pelo menos um número adimensional, $\Delta p / \rho v^2$, que nesta forma é essencialmente um coeficiente de arrasto. Se o fluxo tiver a superfície livre, isto é, exposto à pressão atmosférica, a constante gravitacional terá influência dando oportunidade ao número de Froude:

$$Fr = \frac{v^2}{gL} \quad (17)$$

Quando a viscosidade μ é efetiva, temos o número de Reynolds:

$$Re = \frac{vL\rho}{\mu} \quad (18)$$

Se tanto a constante gravitacional quanto a viscosidade forem efetivas, o coeficiente de velocidade ou de arrasto será função de Fr e Re :

$$\frac{\Delta P}{\rho v^2} = \phi(Fr, Re) \quad (19)$$

A tensão superficial σ e a compressibilidade E_{co} introduzirão os números de Cauchy e Weber:

$$Ca = \frac{v^2 \rho}{E_{co}} \quad e \quad We = \frac{v^2 \rho L}{\sigma} \quad (20)$$

A inclusão de (20) em (19) dará o embasamento teórico completo para um modelo em estudo. Desde que o coeficiente de arrasto é uma função incógnita de Fr , Re , Ca , We , Henderson (1966) conclui que a chave da interpretação de testes de modelo reside no fato de que os coeficientes de arrasto e de velocidade serão os mesmos no modelo e no protótipo.

O escoamento em conduto livre difere do escoamento em conduto forçado ou sob pressão devido ao fato de o gradiente de pressão ser irrelevante (Paolo Alfredini et al., 2004). No escoamento em conduto livre a distribuição de pressão pode ser tratada com hidrostática, sendo o agente causador do escoamento a gravidade (idem).

O escoamento em foco pode ser classificado como permanente gradualmente variado. Assim, não consideraremos mudanças ao longo do escoamento em algumas de suas características; no entanto, deveremos considerar um moderado gradiente de velocidades, pois há um enchimento do conduto até a altura atingir seu diâmetro vertical.

O coeficiente de Manning aplicado a condutos livres traduz as perdas de energias distribuídas e localizadas (singulares ou acidentais) de um determinado intervalo (ibidem). Consideraremos o conduto em concreto com acabamento, portanto, $n = 0,012$ (Lencastre e Chow apud Paolo Alfredini et al., 2004).

A equação de Chezy:

$$V = C \sqrt{R_h J} \quad ou \quad Q = C A \sqrt{R_h J} \quad (21)$$

Sendo J a perda de energia ou carga linear, R_h o raio hidráulico, C o fator de atrito ou resistência válido para condutos circulares. O fator de atrito C é obtido empiricamente por meio do raio hidráulico, considerando a natureza das paredes do conduto (Paolo Alfredini et al., 2004).

A energia por unidade de peso do líquido fluindo em um canal em uma seção onde a profundidade do fluxo seja y e sua velocidade média seja V (Featherstone e Nalluri, 1995):

$$H = z + y \cos \theta + \frac{\alpha V^2}{2g}, \quad (22)$$

sendo z a carga, θ a declividade (usaremos θ em outro sentido mais a frente), α o coeficiente de Coriolis:

$$\alpha = \frac{1}{AV^3} \int_0^A v^3 dA. \quad (23)$$

O raio hidráulico é definido como a razão entre a área da seção reta e o perímetro molhado (GILIS, 1972), isto é, considerando elementos infinitesimais, dA/dP , sendo P o perímetro molhado.

Segundo White (2003), o diâmetro hidráulico, D_h , é a razão entre o quádruplo da área A e o perímetro molhado P : $D_h = 4A/P$.

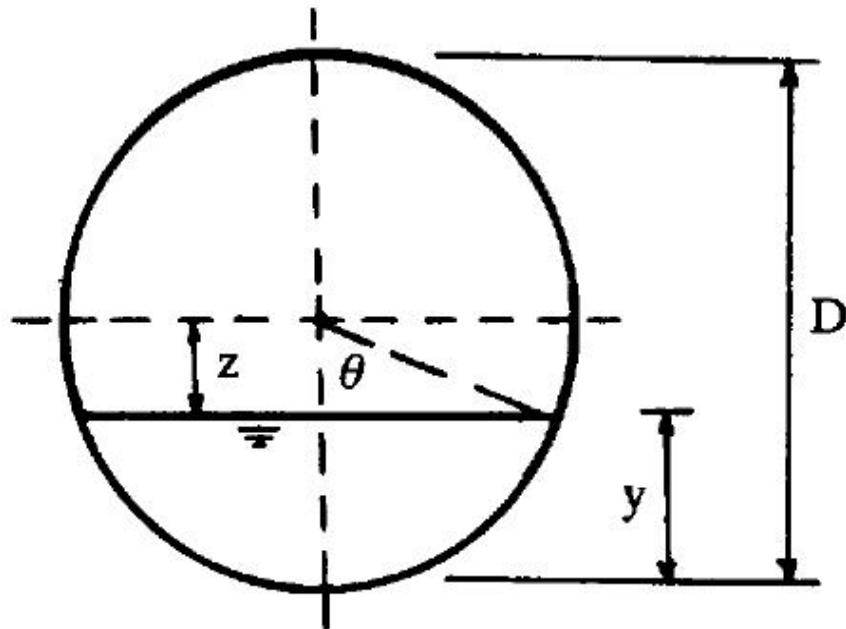


Figura 4 - Seção de um conduto circular (Featherstone e Nalluri, 1995)

Chamemos a área da seção reta de A ; o raio hidráulico de R_h ; θ o ângulo em radianos; z a

diferença vertical entre a altura do espelho d'água e R o raio da seção reta; e y a profundidade. Lembremos que a pressão em um fluido incompressível em repouso varia linearmente com a profundidade, pois, somente assim, o equilíbrio se torna possível (Munson et al., 2002).

$$A = \pi R^2 \quad (24)$$

$$P = 2R \cdot \arcsin \frac{\omega}{R} \quad (25)$$

Sendo ω a distância linear sobre o eixo horizontal com a origem no centro do círculo; e P é oriundo do cálculo:

$$f(r) = \sqrt{R^2 - r^2} \Rightarrow \frac{df}{dr} = \frac{-r}{\sqrt{R^2 - r^2}} \Rightarrow \left(\frac{df}{dr}\right)^2 = \frac{r^2}{R^2 - r^2} \cdot \text{Logo,} \quad (26)$$

$$\frac{P}{2} = \int_0^\omega \sqrt{1 + \frac{R^2}{R^2 - r^2}} dr = R \int_0^\omega \frac{dr}{\sqrt{R^2 - r^2}} = R \sin^{-1} \frac{r}{R} \Big|_0^\omega = R \sin^{-1} \frac{\omega}{R}$$

Sendo $0 < r, \omega < R$. Tivemos a sorte de contar com a simetria da circunferência.

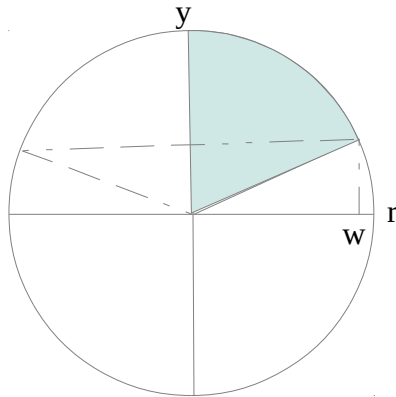


Figura 5 - Variação do perímetro molhado em função de r.

A maneira como definimos P (fórmula 25) serve apenas para o caso em que a seção está inicialmente com profundidade igual à metade do diâmetro. Se considerássemos a priori a profundidade abaixo disso, teríamos de considerar dois casos separadamente.

Descobrimos ainda que a fórmula 25 na verdade calcula o “perímetro seco”. Então, reformular-lhe-emos.

Na Figura 5 podemos ver que o “perímetro seco” é o perímetro da circunferência menos o perímetro molhado. Portanto,

$$P = 2R(\pi - \arcsin \frac{\omega}{R}) \quad (27 \ 60)$$

Com essa alteração, temos o raio hidráulico torna-se

$$R_h = \frac{A}{P} = \frac{\pi R^2}{2R(\pi - \arcsin \frac{\omega}{R})} = \frac{\pi}{2} \frac{R}{\pi - \arcsin \frac{\omega}{R}} \quad (28)$$

Quando a lâmina d'água atinge o diâmetro do conduto, $\omega = 0$, e, portanto, o raio hidráulico seria $R/2$, segundo (28). No entanto, quando definimos ω , ele não pertencia ao intervalo fechado $[0, R]$ e sim ao intervalo aberto $(0, R)$. Em qualquer caso, o que observamos é que o raio hidráulico volta a ter o mesmo valor do início, i.e., de quando o fluido no conduto tinha profundidade igual à metade do diâmetro desse conduto.

O que podemos concluir é que, enchendo totalmente o conduto, não teremos maximizado a vazão, uma vez que ela deve crescer à medida que o raio hidráulico cresce até certo ponto e depois passa a diminuir.

Quando o $R = 1$,

$$R_h = \frac{\pi}{2(\pi - \arcsin \omega)}, \text{ se } 0 < \omega < 1. \quad (29)$$

CONCLUSÃO

Os recursos hídricos constituem um campo de estudo repleto de fenômenos os quais requerem observação e compreensão de suas causas e de seus efeitos, bem como a previsão de determinados eventos, como cheias e estiagens, e.g. Fenômenos como cheias e estiagens são dotados de uma complexidade em um nível que torna bastante difícil a previsão. Por outro lado, há fenômenos relativamente mais simples para os quais é possível construir modelos matemáticos adequados.

Os modelos matemáticos são ferramentas de grande relevância na análise e interpretação de fenômenos naturais, em especial aos ligados à área de recursos hídricos. A aplicação desses modelos pode ajudar na compreensão das causas e dos efeitos desses fenômenos. No entanto, devido a diversidade de variáveis envolvidas e ao número fatores intervenientes, é preciso adotar um procedimento regular para a construção de modelos matemáticos.

O princípio da Navalha de Occam revela-se imprescindível no processo de construção de modelos matemáticos, bem como a formulação algorítmica desse processo ajuda a manter o objetivo em foco: obter um modelo o mais simples possível que ofereça resultados satisfatórios.

Os estudos de caso apresentados neste trabalho mostram o procedimento de construção de modelos matemáticos ligados aos recursos hídricos, mostrando ser viável a aplicação do princípio da Navalha de Occam, ou princípio da Parcimônia, em conjunto com a forma algorítmica do procedimento.

BIBLIOGRAFIA

FEATHERSTONE, R.E. & NALLURI, C. (1995). *Civil Engineering Hydraulics – essential theory with worked examples*. 3a. ed., Blackwell Science. London.

GILIS, R. V. (1972). *Mecânica dos Fluidos e Hidráulica*. Editora McGraw-Hill do Brasil, Ltda. São Paulo – Rio de Janeiro.

HENDERSON, F.M. (1966). *Open Channel Flow*. *McMillan Series in Civil Engineering* – Gene Norby, Editor. New York – New York.

LIMA, Elon Lages. (2009). *Curso de Análise*, vol. 2, 11a. ed. Rio de Janeiro: IMPA.

MARJANG, N. & MERKLEY, Gary P. (2009). “*Velocity profile modeling in rectangular and compound open-channel cross sections*”. DOI 10.1007/s00271-009-0163-2. Springer-Verlag.

MEYER, J.W. (1984). “*Steps in Building a Mathematical Model*”, in: *Concepts of Mathematical Modeling*. McGraw-Hill, Inc., New York,, p. 13-23. Disponível online em <<http://books.google.com.br> > aos 08 de junho de 2012.

MUNSON, B.R., YOUNG, D.F. & OKIISHI, T.H. (2002). *Fundamentals of Fluid Mechanics*. 4a. ed., Edgard Blücher. EUA.

PAOLO ALFREDINI, PODALYRO AMARAL DE SOUZA, CARLOS LIORET RAMOS, JOSÉ RODOLFO SCARATI MARTINS, RICARDO DARUIZ BORSARI, SIDNEI LÁZARO MARTINS & FRANCISCO MARTINS FADIGA JR. (2004). *Notas de aula para o curso de hidráulica e equipamentos hidráulicos da FAU-USP*.

PITOMBEIRA, Ernesto. (2011). *Problemas propostos para a disciplina de Modelagem Matemática nos Recursos Hídricos*. Programa de pós-graduação em Recursos Hídricos, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, Ceará.

WHITE, F.M. (2003). *Fluid Mechanics, in Mechanical Engineering* 5a. ed. McGraw-Hill Series.