

XVI SIMPÓSIO DE RECURSOS HÍDRICOS DO NORDESTE
15º SIMPÓSIO DE HIDRÁULICA E RECURSOS HÍDRICOS DOS PAÍSES
DE LÍNGUA PORTUGUESA

**LEI DE DESCARGA PARA BRECHAS EM BARRAGENS DE TERRA:
ESTUDO NUMÉRICO TRIDIMENSIONAL EM ESCALA 1:1**

Italon Rilson Vicente Gama¹ & André Luiz Andrade Simões²

RESUMO – Durante a ruptura gradual de barragens de terra pode ocorrer a formação de brechas com formas irregulares. Para a elaboração de cenários de ruptura, há diferentes modelos para a relação entre vazão através da brecha e sua respectiva carga hidráulica. Tais formulações assumem leis de potência com expoentes semelhantes aos de vertedores triangulares, trapezoidais ou parabólicos. O presente trabalho teve como objetivo analisar valores para o referido expoente a partir de simulações tridimensionais em escala de protótipo empregando a dinâmica dos fluidos computacional (CFD). Para a simulação de vazões através de três brechas com dimensões próximas às da barragem Teton, foram empregadas as equações de Navier-Stokes com médias de Reynolds e conservação da massa, com a forma do modelo não homogêneo, e o modelo de turbulência k-ε. Os resultados obtidos para a relação entre vazão e carga hidráulica apresentaram comportamento que pôde ser aproximado com uma lei de potência, tal como ocorre em vertedores de parede espessa. Os valores dos expoentes encontrados individualmente para cada brecha se aproximam daqueles de vertedores triangulares para as duas brechas menores. Para a brecha maior ou, considerando uma análise única com todos os resultados numéricos, o expoente resultou aproximadamente igual a três.

ABSTRACT– During the gradual dam break, irregularly shaped breaches may form. For the elaboration of rupture scenarios, there are different models for the relationship between flow through the breach and its respective hydraulic head. Such formulations assume power laws forms with exponents similar to those of triangular, trapezoidal or parabolic weirs. The present work aimed to analyze values for the referred exponent from three-dimensional prototype scale simulations using computational fluid dynamics (CFD). For the simulation of flows through three breaches with dimensions close to those of the Teton dam, the Reynolds averaged Navier-Stokes equations and mass conservation were used, with the inhomogeneous model, and the k-ε turbulence model. The results obtained for the relationship between flow rate and hydraulic head showed behavior that could be approximated with a power law, as in spillways. The values of exponents found individually for each dam breach approximate those of triangular weirs for the two smaller breach. For the largest breach or, considering a single analysis with all numerical results, the exponent resulted approximately equal to three.

Palavras-Chave – brecha em barragem; lei de descarga; ruptura de barragem.

¹) Universidade Federal da Bahia, R. Prof. Aristίδes Novis, 2 - Federação, Salvador - BA, 40210-630, rilson10@hotmail.com.

²) Universidade Federal da Bahia, R. Prof. Aristίδes Novis, 2 - Federação, Salvador – BA, 71-3283-9452, andre.simoes@ufba.br.

1 INTRODUÇÃO

Historicamente, sabe-se que as barragens apresentam riscos associados à sua integridade estrutural. De acordo com Singh (1996), entre 1802 e 1980 ocorreram vinte e três rupturas em diferentes países, resultando na perda de 8.655 vidas humanas. Nesse contexto, para que sejam definidos procedimentos emergenciais em caso de acidentes, devem ser simuladas rupturas hipotéticas empregando a modelagem computacional. Para barragens de terra, as rupturas podem ocorrer com a formação de *pipings* e brechas ocasionadas por falhas estruturais ou galgamento. Como parte essencial da modelagem, são concebidos cenários de ruptura e possíveis aproximações para as formas dos *pipings* e das brechas, tornando possível o cálculo do hidrograma efluente a partir do reservatório para posterior simulação da propagação da onda de cheia no rio a jusante da barragem e previsão de suas consequências.

De acordo com Singh e Snorrason (1982), a duração do rompimento de barragens de terra pode variar de quinze minutos a cinco horas. Ponce (1982) observou que tal duração pode variar de 3 a 12 horas. Durante o processo de ruptura da barragem pode ocorrer a formação de *pipings* que evoluem temporalmente em direção à crista. A fragilidade decorrente desse fenômeno facilita o rompimento da crista e formação de uma ou mais brechas, como observado no caso da barragem Teton, descrito em Singh (1996).

Segundo MacDonald e Langridge-Monopolis (1984), com base em análises de falhas históricas, as brechas em barragens de terra assumem formas aproximadamente triangulares com 2V:1H, desde que a ruptura evolua até a base. Os mesmos autores comentam que, se ocorre erosão do material da base, a forma pode se tornar trapezoidal, mantendo taludes com 2V:1H. Houston (1985), ao analisar os dados de MacDonald e Langridge-Monopolis (1984), concluiu que a forma da brecha é trapezoidal com 1V:1V, com largura da base igual à altura da brecha, apontando assim para uma possível divergência quanto à definição da forma.

O conhecimento das possíveis formas para as brechas levou à proposição de aproximações para a relação entre vazão, Q , e carga hidráulica, h , como pode ser visto em Cristofano (1965), que propôs o uso de uma relação semelhante à de vertedores trapezoidais de parede espessa, com Q proporcional a $h^{3/2}$, e em Harris e Wagner (1967), que sugerem o uso de uma brecha parabólica, com Q proporcional a $h^{5/2}$, condição que também corresponde à forma triangular. O modelo de Fread (1984a, b), conhecido como DAMBRK, assume que a vazão é proporcional a soma de dois termos, um com $h^{3/2}$ e outro com $h^{5/2}$.

Wetmore e Fread (1984) desenvolveram uma versão simplificada do DAMBRK, denominada SMPDBK, útil naquela ocasião em função da indisponibilidade de computadores para análises

rápidas mais detalhadas. Trata-se de uma simplificação que assume a brecha como retangular ou, de forma aproximada, como trapezoidal desde que empregada a largura média do trapézio. Com a evolução dos computadores, atualmente é possível a realização dos cálculos sem tais simplificações com relativa rapidez. Nesse contexto, os modelos evoluíram para o uso das equações de Saint-Venant em uma dimensão acopladas a modelos de transporte de sedimentos, equações de Navier-Stokes e conservação de massa integradas na vertical, em duas dimensões e, para estudos específicos sobre as características das rupturas, com as equações de Navier-Stokes e conservação de massa, empregando as médias de Reynolds e modelos de turbulência, em três dimensões.

Entre 1987 e 2020, pelo menos doze artigos foram publicados sobre o tema nos principais periódicos internacionais de Hidráulica. O Quadro 1, apresentado a seguir, resume as principais contribuições desses trabalhos e demonstra que apenas três trabalhos empregaram a dinâmica dos fluidos computacional, dos quais dois realizaram simulações em três dimensões.

Quadro 1 – Síntese dos estudos sobre formação de brechas e ruptura de barragens.

Autores	Contribuição
Wurbs (1987)	Comparação empregando diferentes modelos aplicados a dois casos de ruptura. O autor concluiu que o modelo SMPDBK correspondia à modelagem ótima.
Singh e Quiroga (1988)	Modelagem adimensional para a erosão, a partir de equação diferencial ordinária e solução analítica para a mesma, com análise de sensibilidade do modelo empregando aplicações.
Gozali e Hunt (1993)	Solução numérica das equações de Saint-Venant para a onda dentro do reservatório, a partir da formação parcial de uma brecha.
Ponce <i>et al.</i> (2003)	Solução analítica adimensional para as equações de águas rasas em 1D a partir das equações de perturbação correspondentes.
Wahl (2004)	Quantificação de incertezas de diferentes métodos destinados à previsão da formação de brechas e de vazões de pico correspondentes.
Franca e Almeida (2004)	Realização de experimentos e modelagem da ruptura de barragens de enrocamento.
Froehlich (2008)	Análise de dados de 74 casos de ruptura para a proposição de modelos para a largura da brecha e sua inclinação, considerando a forma trapezoidal, em função do tempo.
Biscarini <i>et al.</i> (2010)	Comparação entre as equações para águas rasas em 2D com as equações de Navier-Stokes com médias de Reynolds, conservação de massa e o modelo de turbulência k-ε, em 3D.
Tao e Tao (2017)	Estudo da formação de <i>piping</i> através do acoplamento da dinâmica dos fluidos computacional com o método dos elementos discretos, para simulação da erosão.
Tabrizi <i>et al.</i> (2017)	Proposição de um modelo simplificado para a formação de brechas triangulares a partir de diferentes graus de compactação.
Kaurav <i>et al.</i> (2019)	Modelagem 2D do galgamento e erosão de uma barragem, empregando as equações de Navier-

	Stokes com médias de Reynolds, conservação de massa e o modelo de turbulência k-ε, com o modelo de transporte de sedimentos disponível no software FLOW-3D.
Amaral <i>et al.</i> (2020)	Proposição e estudo de procedimentos para estudos experimentais de rompimentos e barragens de terra por galgamento.

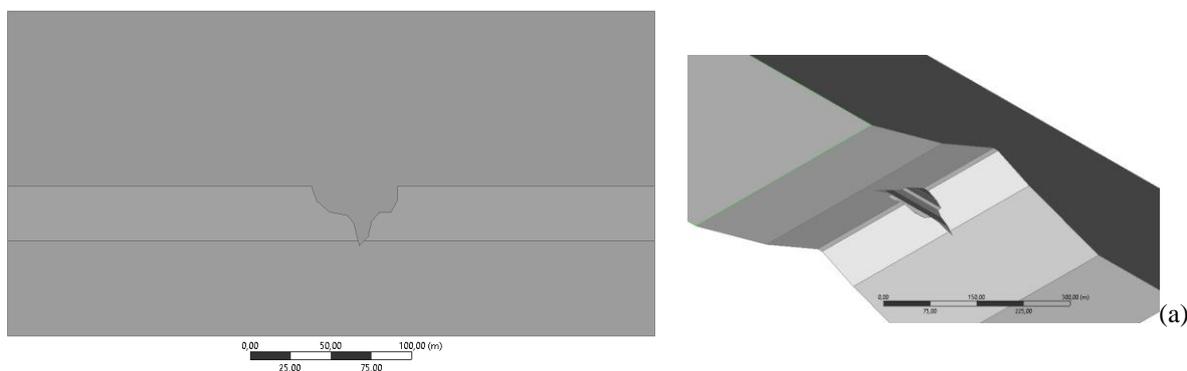
O presente trabalho teve como objetivo estudar a relação entre vazão escoada a partir de brechas e sua correspondente carga hidráulica. Para a realização da pesquisa, foram estudadas três brechas com formas aproximadamente semelhantes às brechas observadas com a evolução temporal da ruptura da barragem Teton. Estabeleceram-se os seguintes objetivos específicos: (1) determinar os expoentes da relação vazão – carga hidráulica para cada uma das três brechas e compará-los aos modelos da literatura; (2) calcular um único expoente da relação vazão – carga hidráulica, considerando os resultados das simulações realizadas com as três brechas de forma integrada.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

2.1 Ruptura da barragem Teton e definição das brechas

A barragem Teton, construída entre 1972 e 1975, em Idaho, EUA, rompeu em 1976 durante o primeiro enchimento, a partir da formação de pequenas nascentes de lama que se transformaram em um *piping*, evoluindo em direção à crista, rompendo-a e formando uma brecha, conforme descrição de Jansen (1988), Hager *et al.* (2021, p.956) e em registros fotográficos.

Com base nas informações contidas no relatório de Jansen (1988), em informações contidas no modelo DAMBRK e em fotografias da barragem durante o rompimento, foram concebidas três brechas para a realização das simulações, apresentadas na Figura 1.



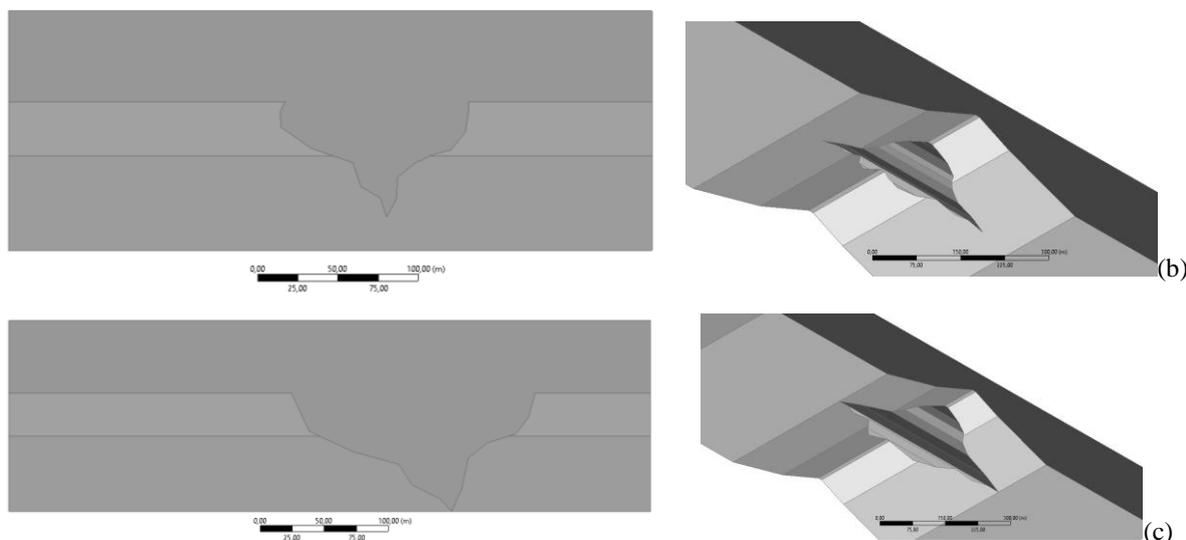


Figura 1 – Vistas frontal e isométrica: (a) brecha menor; (b) brecha intermediária e (c) brecha maior.

Inicialmente, o domínio computacional foi elaborado com a largura de 950 m, igual à da barragem. Essa abordagem inviabilizou a geração de malhas adequadas, excedendo a capacidade de processamento do computador disponível para as simulações, com a configuração: processador 11th Gen Intel(R) Core(TM) i7-1165G7 @ 2.80GHz 1.69 GHz e RAM instalada de 16GB. Em seguida, a largura foi reduzida para 400 m para as simulações com as brechas menor e intermediária (Figuras 1a e 1b), e 500 m para a simulação com a brecha maior (Figura 1c). A barragem desenhada possui comprimento de 516 m, com comprimento da crista igual a 10 m, seguindo dados de Jansen (1988).

A altura desde a base do domínio até o topo é de 200 m para a brecha menor e de 150 m para as brechas intermediária e maior, sendo esta uma escolha baseada em testes preliminares que objetivam evitar reflexões numéricas e eventual aceleração da massa de ar entre a superfície livre e o topo. O comprimento do domínio a montante da barragem deve ser extenso o suficiente para que se estabeleça uma superfície livre sem ondulações artificiais decorrentes de reflexões numéricas. Após alguns testes preliminares, adotou-se 474 m. A extensão desde o pé da barragem até a saída é de 181 m no domínio computacional, pelos mesmos motivos relativos ao trecho de montante e para garantir um campo de velocidades perpendicular à saída, uma vez que a mesma foi considerada aberta, sendo tal condição necessária para não gerar instabilidades numéricas.

2.2 Modelo físico-matemático

A modelagem tridimensional do problema com as equações de Navier-Stokes e conservação de massa não pode ser realizada sem que sejam empregadas as médias de Reynolds, devido às dimensões do problema, elevados números de Reynolds e impossibilidade computacional em realizar a simulação numérica direta. Adicionalmente, é preciso escolher a abordagem para a

simulação multifásica, isto é, da água e do ar. Trabalhos precedentes realizados por Simões (2012) para vertedores em escala 1:1 demonstraram que o modelo multifásico homogêneo tende a calcular uma interface entre água e ar mais espessa para malhas mais grosseiras e que o modelo não homogêneo, para a mesma malha, calcularia uma interface menos espessa, sendo preferível a adoção do modelo não homogêneo, uma vez que a análise de convergência para a malha resulta em interfaces delgadas. Com base em tal constatação, adotou-se o modelo não homogêneo para o presente trabalho, descrito a seguir com base em CFX (2021), software adotado no presente trabalho. A turbulência foi modelada com o modelo $k-\varepsilon$ e suas constantes originais.

A equação 1 do modelo não homogêneo corresponde ao princípio de conservação de massa.

$$\frac{\partial}{\partial t} (r_{\alpha} \rho_{\alpha}) + \nabla \cdot (r_{\alpha} \rho_{\alpha} \vec{V}_{\alpha}) = S_{MS\alpha} + \sum_{\beta=1}^{N_p} \Gamma_{\alpha\beta}, \quad (1)$$

em que, r_{α} é a fração volumétrica da fase alfa, de tal maneira que o somatório de r_{α} para todas as fases seja igual a unidade; ρ_{α} é a massa específica da fase alfa, \vec{V}_{α} é o campo de velocidades da fase alfa, $S_{MS\alpha}$ é um termo fonte e $\Gamma_{\alpha\beta}$ é a taxa de transferência de massa da fase beta para a fase alfa, por unidade de volume, N_p é o número total de fases.

A equação da quantidade de movimento ou de Navier-Stokes, pertencente ao modelo não homogêneo, assume a forma da equação 2.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (r_{\alpha} \rho_{\alpha} \vec{V}_{\alpha}) + \nabla \cdot (r_{\alpha} \rho_{\alpha} \vec{V}_{\alpha} \vec{V}_{\alpha}) = & -r_{\alpha} \nabla p_{\alpha} + \nabla \cdot \left(r_{\alpha} \mu_{\alpha} \left(\nabla \vec{V}_{\alpha} + (\nabla \vec{V}_{\alpha})^T \right) \right) + \dots \\ \dots + \sum_{\beta=1}^{N_p} (\Gamma_{\alpha\beta}^+ \vec{V}_{\beta} - \Gamma_{\beta\alpha}^+ \vec{V}_{\alpha}) + S_{M\alpha} + M_{\alpha}, \end{aligned} \quad (2)$$

em que, p_{α} é o campo de pressão da fase alfa, que é o mesmo para todas as N_p fases, condição necessária para fechar o sistema de equações; μ_{α} é a viscosidade da fase alfa; $(\Gamma_{\alpha\beta}^+ \vec{V}_{\beta} - \Gamma_{\beta\alpha}^+ \vec{V}_{\alpha})$ representa a transferência de quantidade de movimento entre as fases induzida pela transferência de massa entre as fases. O termo $S_{M\alpha}$ é um termo fonte para a transferência de quantidade de movimento linear ocasionada por forças de campo, como a força peso. M_{α} corresponde às forças interfaciais atuando na fase α devido à presença das demais fases.

2.3 Condições de contorno, malhas e métodos numéricos

A entrada do domínio tem como condição de contorno a imposição de uma distribuição uniforme de velocidades para a água, distribuição de pressões hidrostática e altura fixa. Cabe ressaltar que essa alternativa é possível para o problema em questão porque as equações que o

modelam são equações diferenciais parciais mistas. Embora seja possível, a altura fixa não é necessariamente a altura final, uma vez que o seu valor depende da influência da barragem e de sua brecha. A saída do domínio foi considerada aberta, com gradientes nulos para as grandezas. O topo foi considerado aberto apenas para o ar e o restante do domínio corresponde a um contorno sólido modelado com lei de parede e rugosidade absoluta equivalente igual a 2,0 mm.

Foram realizadas dez simulações, conforme indicado na Tabela 1. A escolha dessas vazões foi realizada por um processo de tentativa e erro, tendo como base o valor de pico descrito na literatura, aproximadamente igual a 66.000 m³/s. A altura de escoamento na entrada igual a 70 m corresponde a uma aproximação inicial, uma vez que o valor para essa variável faz parte da solução do problema. As vazões finais, após os cálculos, foram determinadas com a integração da distribuição de velocidades na entrada do domínio.

As malhas empregadas são não estruturadas e com elementos tetraédricos. Inicialmente foi realizado um teste com uma malha de 5.820.514 elementos, para a brecha maior, e o resultado da carga hidráulica sobre a base da brecha foi comparado ao valor calculado com uma malha com 729.593 elementos. O desvio relativo entre os resultados resultou menor que 5%, condição que justifica a adoção das malhas indicadas na Tabela 1, gerando significativa economia de tempo e memória computacional.

Tabela 1 – Informações sobre o contorno de entrada e malhas adotadas.

Brecha	Vazão [m ³ /s]	Altura na entrada [m]	Largura [m]	Velocidade na entrada [m/s]	Malha	
					Nós	Elementos
Menor	9800	70	400	0,35	132000	742102
	5600	70	400	0,20	132000	742102
	2800	70	400	0,10	132000	742102
Intermediária	14000	70	400	0,50	104748	579816
	8400	70	400	0,30	104748	579816
	2800	70	400	0,10	104748	579816
Maior	66000	70	500	1,89	131143	729593
	35000	70	500	1,00	131143	729593
	17500	70	500	0,50	131143	729593
	49000	70	500	1,40	131143	729593

Os tamanhos dos elementos das malhas são semelhantes, mas os domínios apresentam diferentes dimensões, o que resulta em malhas com número de elementos diferentes. O domínio para a brecha média é mais baixo que o domínio para a brecha menor, razão pela qual o número de elementos da malha resultou menor. Essa altura menor é justificada pelo fato de ocorrerem menores cargas hidráulicas para a brecha média em relação a menor.

Para a solução numérica das equações, o software adotado emprega o método de volumes finitos. Em seu código, há a opção de escolha de um método de alta resolução para a parte advectiva

das equações e para os modelos de turbulência, tendo sido esta a escolha para as simulações. Como critério de parada, adotou-se resíduos (RMS) menores que 10^{-4} e a observação da evolução dos resultados em um pseudo regime transitório.

3 RESULTADOS

A interpretação dos resultados numéricos pode ser auxiliada por diferentes tipos de gráficos. Para o presente trabalho, interessa saber a posição da superfície livre a montante da brecha para que seja possível o cálculo da carga hidráulica e sua relação com a vazão que escoar através da brecha. Os gráficos da Figura 2 correspondem às vazões máximas simuladas para cada brecha e foram produzidos com a posição da superfície livre definida com uma fração volumétrica de ar igual a 90%, condição geralmente empregada para a identificação da interface entre água e ar. É possível notar que o aspecto geral do escoamento é semelhante ao esperado, observado através de registros fotográficos da barragem durante a ruptura da crista.

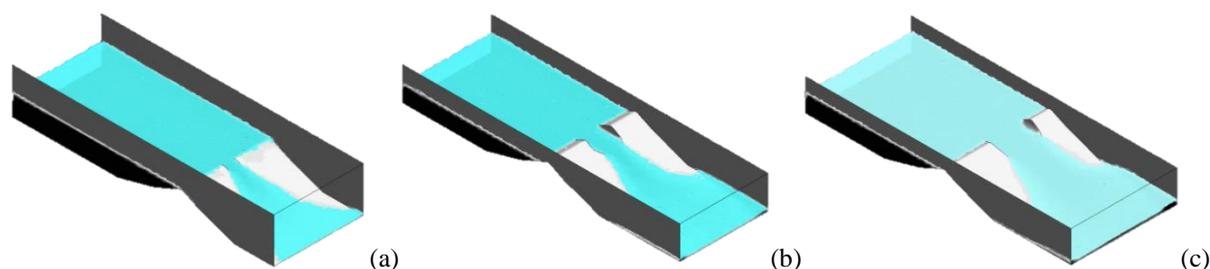


Figura 2 – Aspecto geral da solução para a posição da superfície livre, considerando as vazões máximas para cada caso: (a) brecha menor; (b) brecha intermediária; (c) brecha maior.

Para a realização dos cálculos foram necessárias duas semanas de processamento, considerando todos os testes relativos às malhas. Como resultado, para cada caso, a altura de escoamento nos elementos adjacentes à entrada assume o valor correspondente à solução do problema, tendo resultado diferente da estimativa preliminar indicada na Tabela 1. A vazão junto à entrada também deve ser recalculada, com a integração da distribuição de velocidades. Com o intuito de atribuir caráter menos restrito aos resultados, as vazões, Q , foram divididas pela vazão máxima $Q_{\max} = 65.701 \text{ m}^3/\text{s}$, dando origem ao adimensional Q/Q_{\max} . As cargas hidráulicas, h , calculadas como a altura desde a superfície livre até o ponto mais baixo da brecha correspondente, foram adimensionalizadas com a largura da crista, $b = 10 \text{ m}$, resultando em h/b .

A primeira análise considerou o comportamento de cada brecha separadamente e foi realizada com o cálculo dos coeficientes c_1 e c_2 da lei de potência expressa pela equação 3. A Tabela 1 contém os resultados para c_1 e c_2 e o coeficiente de correlação entre os valores calculados com CFD

e com a equação 3. Essas informações em conjunto com os gráficos da Figura 3 indicam haver aderência entre a lei de potência e a solução numérica tridimensional.

$$\frac{Q}{Q_{max}} = c_1 \left(\frac{h}{b}\right)^{c_2} \quad (3)$$

Tabela 2 – Coeficientes c_1 e c_2 .

Tamanho da brecha	c_1	c_2	R
Menor	0,004724	2,48	0,9999
Intermediária	0,002535	2,56	0,9997
Maior	0,001738	2,97	0,9999

Os valores de c_2 indicam que a brecha menor e a brecha intermediária apresentaram comportamentos semelhantes ao de um vertedor triangular de parede fina ou espessa, cujo expoente da carga hidráulica é igual a 2,5, com desvios relativos de 0,8% e 2,4%, respectivamente. Para a brecha maior, c_2 resultou maior que 2,5, com desvio relativo de 18,8%.

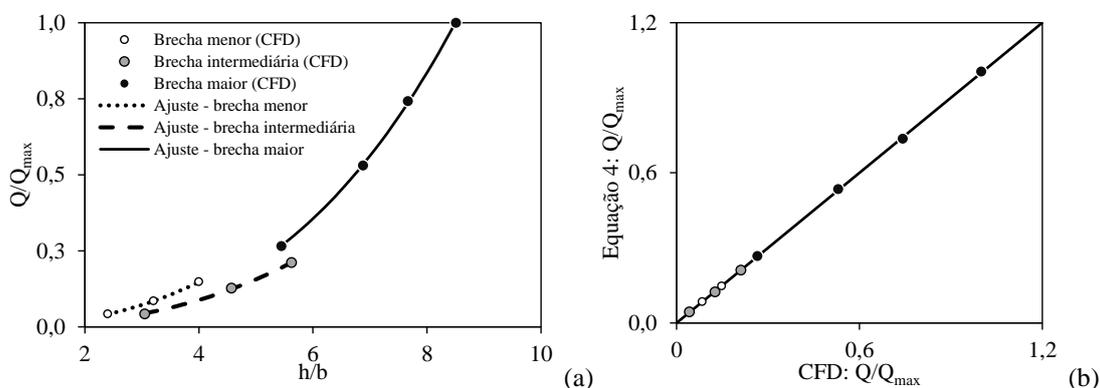


Figura 3 – Relação entre vazão e carga hidráulica: (a) relação entre os adimensionais e (b) comparação entre solução numérica e valores ajustados com a equação 4.

Assumindo que uma única equação seja suficiente para representar a relação entre vazão e carga hidráulica para as três brechas, propõe-se a equação 4, uma lei de potência semelhante à equação 3, mas com coeficientes diferentes daqueles indicados na Tabela 2. O coeficiente de correlação entre resultados numéricos obtidos via CFD e aqueles calculados com a equação 4 resultou igual a 0,995. Destaca-se também a aderência dos pontos obtidos via CFD com a curva gerada com a equação 4, conforme indicado na Figura 4.

$$\frac{Q}{Q_{max}} = 0,00133 \left(\frac{h}{b}\right)^{3,09} \quad (4)$$

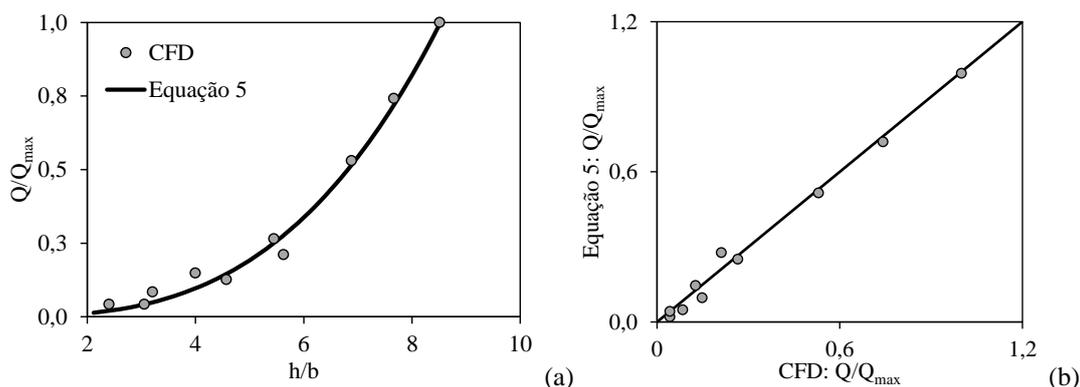


Figura 4 – Comparação entre a equação 5 e os resultados numéricos.

4 CONCLUSÕES

Os resultados obtidos para brechas individuais com a metodologia proposta demonstraram a ocorrência de expoentes (valores de c_2) semelhantes aos de vertedores triangulares e parabólicos, formas geralmente adotadas como aproximações para as brechas. Considerando apenas o resultado para a brecha maior, o expoente apresentou um desvio relativo de 18,8% em relação ao expoente do vertedor triangular, com valor aproximadamente igual a 3,0. A análise de todos os resultados numéricos obtidos para as três brechas de forma integrada resultou em um expoente igual a 3,09, com alta correlação e aderência entre uma lei de potência e as soluções tridimensionais obtidas através da dinâmica dos fluidos computacional. Esse valor corresponde a um desvio relativo de 23,6% em relação ao valor do vertedor triangular.

5 REFERÊNCIAS

AMARAL, S.; CALDEIRA, L.; VISEU, T.; FERREIRA, R.M.L. (2020). *Designing Experiments to Study Dam Breach Hydraulic Phenomena*. J. Hydraul. Eng., 2020, 146(4): 04020014.

BISCARINI, C; DI FRANCESCO, S.; MANCIOLA, P. (2010). *CFD modelling approach for dam break flow studies*. Hydrol. Earth Syst. Sci., 14, 705–718, 2010.

CFX. *CFX Solver Theory*. Ansys Canada Ltda., Waterloo, Ontario, 2021.

CRISTOFANO, E. A. (1965). *Method of Computing Erosion Rate for Failure of Earthfill Dams*, Denver, CO (U.S. Bureau of Reclamation).

FRANCA, M.J.; ALMEIDA, A.B. (2004) A computational model of rockfill dam breaching caused by overtopping (RoDaB), *Journal of Hydraulic Research*, 42:2, 197-206.

FREAD, D. L. (1984a). *DAMBRK: The NWS Dam Break Flood Forecasting Model*, National Weather Service (NWS) Report, NOAA, Silver Spring, MA.

FREAD, D. L. (1984b). *A Breach Erosion Model for Earthen Dams*, National Weather Service (NWS) Report, NOAA, Silver Spring, MA.

- FROEHLICH, D. (2008). *Embankment Dam Breach Parameters and Their Uncertainties*. Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 134, No. 12, December 1, 2008.
- GOZALI, S.; HUNT, B. (1993). *Dam-break solutions for a partial breach*. Journal of Hydraulic Research, 31(2), 205–214.
- HAGER, W.H.; SCHLEISS, A. J.; BOES, R. M.; PFISTER, M. (2021). *Hydraulic Engineering of Dams*. Taylor & Francis Group, London, UK, 1081 p.
- HARRIS, G. W.; WAGNER, D. A. (1967). *Outflow From Breached Earth Dams*, Unpublished B.Sc. Thesis, Department of Civil Engineering, University of Utah, Salt Lake City, UT.
- HOUSTON, M. (1985). *Discussion of Breaching Characteristics of Dam Failures* by T. C. MacDonald and J. Langridge-Monopolis, J. Hydraulic Eng., 85, No. HY7,1125-1129.
- JANSEN, R. B., editor (1988). *Advanced Dam Engineering*. New York (Van Nostrand Reinhold).
- KAURAV, R.; MOHAPATRA, P. K. (2019). *Studying the Peak Discharge through a Planar Dam Breach*. Journal of Hydraulic Engineering, March 28, 145(6): 06019010, 2019.
- MACDONALD, T. C.; LANGRIDGE-MONOPOLIS, J. (1984). *Breaching Characteristics of Dam Failures*, J. Hydraulic Eng., 110, 567-586.
- PONCE, V. M. (1982). *Documented Cases of Earth Dam Breaches*, SDSU Civil Eng. Series, No. 82149, 43 p.; San Diego State University, San Diego, CA.
- PONCE, V. M.; TAHER-SHAMSI, A.; SHETTY, A. V. (2003). *Dam-Breach Flood Wave Propagation Using Dimensionless Parameters*. Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 129, No. 10, October 1, 2003.
- SINGH, V. P. (1996). *Dam Breach Modeling Technology*. Baton Rouge, U.S.A., Springer, 242 p.
- SINGH, V. P.; QUIROGA, C. A. (1988). *Dimensionless analytical solutions for dam-breach erosion*. J. Hydraulic Res., 26(2), 179-197.
- SINGH, K. P.; SNORRASON, A. (1982). *Sensitivity of Outflow Peaks and Flood Stages to the Selection of Dam Breach Parameters and Simulation Models*, SWS Contract Report 289, 179 p., Surface Water Section, State Water Survey Division, Illinois Department of Energy and Natural Resources, Champaign, IL.
- TABRIZI, A.A.; ELALFY, E.; ELKHOLY, M.; CHAUDHRY, M. H.; IMRAN, J. (2017) *Effects of compaction on embankment breach due to overtopping*. Journal of Hydraulic Research, 55:2, 236-247.
- TAO, H.; TAO, J. (2017). *Quantitative analysis of piping erosion micro-mechanisms with coupled CFD and DEM method*. Acta Geotechnica (2017) 12:573–592.
- WAHL, T.L. (2004). *Uncertainty of predictions of embankment dam breach parameters*. Journal of Hydraulic Engineering, 130(5), 389–397.

WETMORE, J. N. AND FREAD, D. L. (1984). *The NWS Simplified Dam Break Flood Forecasting Model for Desk-Top and Hand-Held Microcomputers*, National Weather Service Report, NOAA, Silver Spring, MA.

WURBS, R.A. (1987). *Dam-breach flood wave models*. *Journal of Hydraulic Engineering*, 113(1), 29–46; 114(5), 565–569.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de financiamento 001.