

## APLICAÇÃO DO MÉTODO SPH NA RESOLUÇÃO DO GOLPE DE ARÍETE CLÁSSICO

*PADILHA, R. S.<sup>1</sup>; VASCO, J. R. G.<sup>2</sup>; FERNANDES JÚNIOR, J.<sup>3</sup>; SOARES, A. K.<sup>4</sup>*

**RESUMO** – A maioria das obras de engenharia hidráulica dimensiona as tubulações considerando apenas o regime permanente. Porém, alterações no regime, como o fechamento brusco de uma válvula, podem provocar o fenômeno conhecido como transitório hidráulico (golpe de aríete), gerando aumento na pressão interna da tubulação podendo colapsá-la. Um dos métodos mais difundidos na academia para resolver o transitório hidráulico é o Método das Características (MOC). Neste artigo, se utilizou o método Lagrangiano, sem malha e particulado, chamado Método Hidrodinâmico de Suavização de Partículas (SPH), adotando a configuração clássica reservatório-tubo-válvula com fechamento quase instantâneo para avaliar tanto a pressão na válvula quanto a velocidade no reservatório, comparando os resultados numéricos do SPH com o MOC. Como os resultados obtidos do SPH e do MOC foram similares, a aplicabilidade do método SPH ao fenômeno do transiente hidráulico foi corroborada.

**ABSTRACT**– The design of water supply system mainly considers the steady flow. Changes in the flow regime such as the sudden closure of a valve can provoke the phenomenon known as waterhammer. The instantaneous transformation of kinetic energy generates an increase in the internal pressure of the pipe, which can lead to its collapse. One of the most widespread methods to solve the waterhammer in the literature is the Method of Characteristics (MOC). In this article, we used the Lagrangian, particulate, meshless method called Smoothing Particle Hydrodynamics (SPH) to simulate the classic reservoir-tube-valve configuration with almost instantaneous valve closure. Numerical results of valve pressure and speed in the reservoir are compared between the SPH and MOC. The applicability of the SPH method to the waterhammer was verified as the results obtained from SPH and MOC were similar.

**Palavras-Chave** – Transiente Hidráulico, SPH, Smoothed Particle Hydrodynamics

1) Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental e Sanitária – PPGEAS, Escola de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Goiás, CEP 74605-220, Brasil.

2) Professor Adjunto, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental e Sanitária – PPGEAS, Escola de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Goiás, CEP 74605-220, Brasil.

3) Mestre em Engenharia Ambiental e Sanitária pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental e Sanitária – PPGEAS, Escola de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, Goiás, CEP 74605-220, Brasil.

4) Professor Associado 2, Universidade de Brasília, Campus Universitário Darcy Ribeiro, Faculdade de Tecnologia - Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Anexo SG12 – Térreo, Asa Norte, Brasília, DF, CEP 70910-900, Brasil.

## INTRODUÇÃO

Quando analisados os parâmetros hidráulicos de um fluido em um escoamento em conduto forçado, em qualquer ponto da tubulação, e é identificado que não existem variações temporais nos parâmetros, o escoamento é considerado permanente. No entanto, quando os parâmetros mudam com o tempo e a velocidade variaria na seção transversal em um escoamento plenamente desenvolvido, o escoamento é considerado instável e esse fenômeno é conhecido como golpe de aríete ou transiente hidráulico (WYLIE e STREETER, 1993).

O golpe de aríete ocorre quando há perturbação em um escoamento permanente, sejam elas oriundas de “ajustes e fechamento de válvulas de controle em tubulações, acionamentos e paradas, automáticos ou bruscos, de bombas e eventos acidentais” (FERNANDES JÚNIOR, 2021). Sendo assim, o transitório hidráulico é o resultado de mudanças rápidas dos parâmetros hidráulicos (pressão e velocidade) no interior do conduto (CHAUDHRY, 1979).

Segundo Wylie e Streeter (1993), este fenômeno gera aumento das forças de pressão e aceleração no interior do conduto, assim os picos de pressão gerados podem provocar ruptura de tubos e danos ao equipamento.

Neste trabalho, será utilizado o método SPH, que é um método lagrangiano, particulado e que não são utilizadas malhas em seu desenvolvimento, e que é um método relativamente recente na literatura científica, para determinação do golpe de aríete clássico simulando com água e comparando, seus resultados, com o Modelo das Características (MOC).

## O TRANSITÓRIO HIDRÁULICO

As equações governantes do transitório hidráulico, para o caso unidimensional de uma tubulação horizontal, são o balanço de massa (equação 1) e balanço de quantidade de movimento na direção do escoamento (equação 2), escritas na forma Lagrangiana e desprezando as acelerações convectivas.

$$\frac{DP}{Dt} + \rho c^2 \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{DV}{Dt} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{f V |V|}{2D} = 0 \quad (2)$$

sendo  $x$  a distância (m),  $t$  o tempo (s),  $P$  a carga de pressão na tubulação (m),  $V$  a velocidade média do fluido (m/s), sendo  $P$  e  $V$  variáveis ao longo do comprimento da tubulação,  $c$  é a celeridade do som no meio (m/s),  $D$  é o diâmetro da tubulação (m), e  $f$  é o fator de atrito permanente (equação de Darcy-Weisbach) e  $\rho$  é a massa específica do fluido escoante (kg/m<sup>3</sup>). Sendo assim, é necessário

determinar os valores de  $\frac{DP}{Dt}$  e  $\frac{DV}{Dt}$ , para solucionar o transiente hidráulico, conforme as equações (3) e (4):

$$\frac{DP}{Dt} = -\rho c^2 \frac{\partial V}{\partial x} \quad (3)$$

$$\frac{DV}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{f V |V|}{2D} \quad (4)$$

## O MÉTODO SPH

O método SPH utiliza a representação de um campo variável qualquer  $f$  em termos de uma convolução, conforme equação (5):

$$f(x) = \int_{\Omega} f(x') \delta(x - x') dx' \quad (5)$$

sendo,  $x'$  = vetor posição tridimensional e  $\delta(x - x')$  = função delta de Dirac. Substituindo a função de delta de Dirac por uma função  $W$ , respeitando as condições impostas por Liu e Liu (2003), dentro do domínio das partículas vizinhas (suporte compacto  $\Omega$ ), a equação (5) é reescrita conforme a equação (6):

$$f(x) \approx \int_{\Omega} f(x') W(x - x', h) dx' \quad (6)$$

Chen *et al.* (1999) demonstraram uma correção ao modelo do SPH, conhecido como CSPH, corrigindo as possíveis falhas de limites quanto instabilidades no método, como permite utilizar o método SPH para problemas envolvendo derivadas de segunda ordem. Hou *et al.* (2012) mostraram que ao expandir a função suave  $f(x)$  em uma série de Taylor e multiplicando ambos os lados da equação pela função kernel e integrando sobre o domínio  $\Omega$ , pode-se negligenciar os termos derivativos, com isso, a equação (6) pode ser reescrita conforme a equação (7) e sua derivada conforme equação (8), sendo o símbolo “ $\hat{\phantom{x}}$ ” representando que é uma aproximação.

$$\hat{f}(x)_i \cong \frac{\int_{\Omega} f(x) W_i(x) dx}{\int_{\Omega} W_i(x) dx} \quad (7)$$

$$\hat{f}_x(x_i) \cong \frac{\int_{\Omega} [f(x) - f(x_i)] \frac{\partial W_i}{\partial x} dx}{\int_{\Omega} (x - x_i) \frac{\partial W_i}{\partial x} dx} \quad (8)$$

As equações (7) e (8) são integradas por  $dx$ , representado pelo volume de partículas, e esse volume pode ser representado por  $m_j/\rho_j$ , onde  $m_j$  é a massa e  $\rho_j$  é a massa específica da partícula. Substituindo  $dx$  por  $m_j/\rho_j$  nas equações (7) e (8), temos as equações (9) e (10), nas quais o índice  $i$  representa a partícula na qual o método está sendo aplicado, o índice  $j$  a partícula vizinha correspondente e  $W_{ij}$  e  $W_{x,ij}$  são a função kernel e sua derivada, respectivamente, em relação às partículas  $i$  e  $j$ .

$$\hat{f}(x)_i \cong \frac{\sum_{j=1}^n f_j W_{ij} \frac{m_j}{\rho_j}}{\sum_{j=1}^{n_i} W_{ij} \frac{m_j}{\rho_j}} \quad (9)$$

$$\hat{f}_x(x_i) \cong \frac{\sum_{j=1}^n (f_j - f_i) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x} \frac{m_j}{\rho_j}}{\sum_{j=1}^{n_i} (x_j - x_i) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x} \frac{m_j}{\rho_j}} \quad (10)$$

A função núcleo de suavização utilizada é a *spline* cúbica unidimensional (equação 11), pois conforme Hou *et al.* (2012) ela é utilizada devido às suas propriedades principalmente em relação ao suporte compacto.

O suporte compacto está relacionado à nulidade do núcleo de suavização a uma determinada distância relativa e, neste caso, conforme VASCO *et al.* (2009), a *spline* cúbica unidimensional é exatamente igual a zero para distâncias superiores a  $2h$ .

$$W(s, h) = \frac{1}{h} \begin{cases} \frac{2}{3} - s^2 + \frac{s^3}{2}, & 0 \leq s < 1 \\ \frac{(2-s)^3}{6}, & 1 \leq s < 2 \\ 0, & s \geq 2 \end{cases} \quad (11)$$

Onde  $s = (|x|)/h$ . Hou *et al.* (2012) também observaram que o parâmetro  $h$  deve ser maior que  $0,5\Delta x$ , sendo que quanto menor o seu valor, maiores são os erros de dispersão observados e enquanto que para valores próximos de  $h = 1,0\Delta x$  os erros são minimizados. Desta forma, será utilizado  $h = 1,0\Delta x$  neste trabalho.

## A VISCOSIDADE ARTIFICIAL

Em fenômenos envolvendo transitórios hidráulicos, as variações bruscas de pressão e velocidade impõe um desafio adicional aos métodos numéricos para sua correta representação. É comum aparecerem oscilações nos resultados numéricos, de natureza não física.

Para que as oscilações sejam minimizadas, adiciona-se um termo dissipativo ao balanço de quantidade de movimento, chamado de viscosidade artificial. A viscosidade artificial, quando bem escolhida, funcionará como um filtro de alta frequência. No entanto, a viscosidade artificial pode adicionar um efeito difusivo, de amortecimento numérico na equação (4), conforme equação (12).

$$\frac{DV}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{f V |V|}{2D} - \frac{\partial(\rho \Pi)}{\partial x} \quad (12)$$

A formulação adotada neste trabalho seguirá o proposto em Monaghan e Gingold (1983), dada pela equação (13):

$$\left( \frac{\partial(\rho \Pi)}{\partial x} \right)_i = \sum_{j=1}^n m_j \Pi_{ij} W_{ij} \quad (13)$$

onde:

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} \frac{-\alpha c \mu_{ij} + \beta \mu_{ij}^2}{\rho_{ij}}, & \text{se } (V_i - V_j)(x_i - x_j) < 0. \\ 0, & \text{se } (V_i - V_j)(x_i - x_j) \geq 0. \end{cases} \quad (14)$$

$$\mu_{ij} = \frac{h_{ij} (V_i - V_j)(x_i - x_j)}{|\vec{x}_i - \vec{x}_j|^2} \quad (15)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são parâmetros de suavização escolhidos de acordo com o problema simulado,  $h_{ij} = \frac{h_i + h_j}{2}$  é o comprimento de suavização médio entre duas partículas  $i$  e  $j$ ,  $\mu_{ij} = 0$  se o produto escalar entre o vetor posição e o vetor velocidade seja maior ou igual a zero. As simulações numéricas do transitório hidráulico realizadas assumem que o comprimento de suavização é constante, portanto:  $h_{ij} = h_i = h_j = h$ . O parâmetro  $\alpha$  adotado neste trabalho é igual a 0,6 e o parâmetro  $\beta$  é igual a 0,0.

## MATERIAIS E MÉTODOS

O modelo adotado neste trabalho para a simulação numérica foi o reservatório-tubo-válvula, conforme Figura 1, onde  $H$  é a altura manométrica, o comprimento da tubulação ( $L$ ) é de 20 m, a vazão em regime permanente vale 500 l/s, diâmetro da tubulação ( $D$ ) de  $7,97 \times 10^{-2}$  m, o fator de atrito ( $f$ ) igual a 0,02 e como fechamento da válvula iniciando em instante  $Ndt = 1$  e seu fechamento total no instante  $Ndt = 2$ , ou seja, considerando o fechamento quase instantâneo da válvula ( $1 \Delta t$ ).

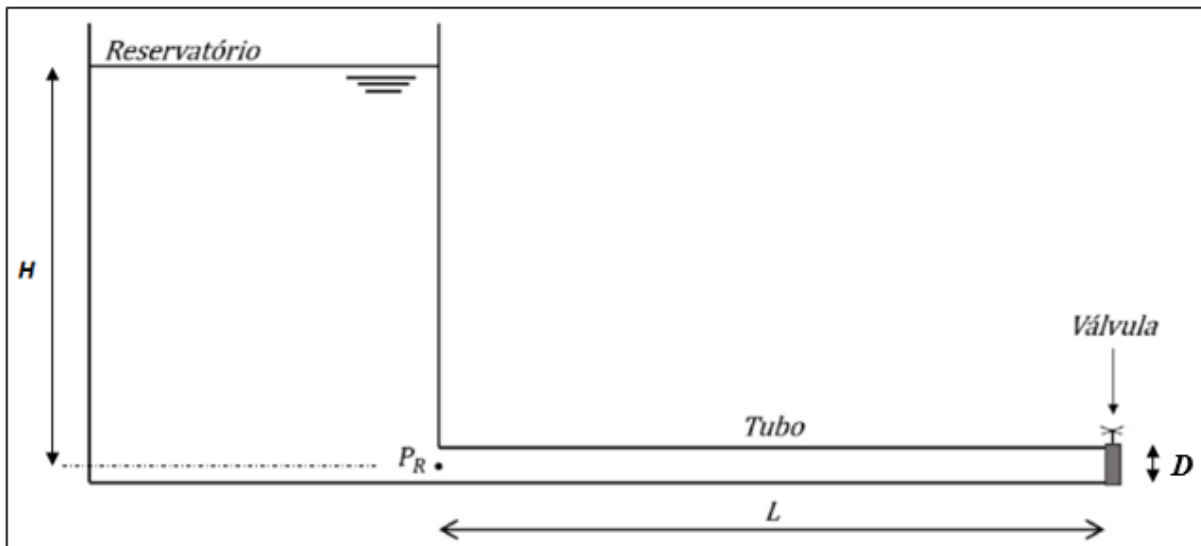


Figura 1. Esquema Reservatório/tubo/válvula. Fonte: Adaptado de Fernandes Júnior (2021).

## A implementação computacional

Atribuídos os dados de entrada (parâmetros físicos), determina-se o domínio de influência entre as partículas, denominado domínio discretizado de partículas vizinhas. Considerando as partículas

uniformemente espaçadas entre si, com a distribuição de partículas centrada no vértice (Figura 2), permite-se o mesmo tratamento de partículas interiores e limítrofes. Conforme Hou *et al.* (2012), a aplicação das condições de contorno tipo Dirichlet é exata, o volume total das partículas é um pouco superestimado, porém não influenciam no resultado.

Assumindo, portanto,  $\Delta x = 0,1$  m, para a distância entre as partículas, o número de partículas  $n$  igual a  $\frac{L}{\Delta x} + 1$ , sendo  $n = 201$  partículas. Como o parâmetro  $h = 1,0\Delta x$  e a influência das partículas sendo igual a zero para distâncias superiores a  $2h$ , logo o número de partículas vizinhas será a quantidade dentro do raio de interferência de  $2,0\Delta x$ .

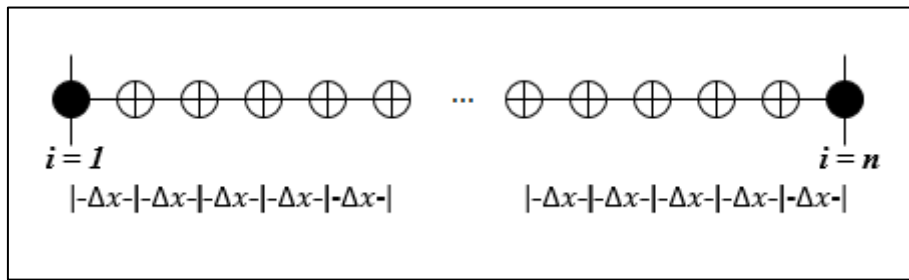


Figura 2. Esquema do distanciamento entre partículas. Fonte: Adaptado (fig.2c) de Hou *et al.* (2012).

Identificadas as partículas vizinhas da partícula  $i$ , determina-se os valores para  $\frac{DP}{Dt}$  (equação 16) e  $\frac{DV}{Dt}$  (equação 17).

$$\left(\frac{DP}{Dt}\right)_i \cong -\rho c^2 \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_i \quad (16)$$

$$\left(\frac{DV}{Dt}\right)_i \cong -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_i - \left(\frac{f V |V|}{2D}\right)_i - \left(\frac{\partial(\rho \Pi)}{\partial x}\right)_i \quad (17)$$

Como o fechamento da válvula e iniciando o fenômeno do golpe de aríete, os valores obtidos para a pressão nos primeiros passos de tempo (Nps) acabam resultando em valores desproporcionais, tornando necessário realizar uma pré-suavização. Foi realizada essa pré-suavização apenas nos seis (06) primeiros  $\Delta t$ , onde os resultados são minorados por uma variável para suavização (pp) igual a 0,5, reduzindo o valor para o pico de pressão.

### Sobre o método de integração temporal

O método de integração, para realizar a evolução temporal utilizado, foi o método de Euler de primeira ordem, uma vez que, é necessário que as celeridades do som numérica e física sejam iguais.

De forma que:

$$P_i^{n+1} = P_i^n + \Delta t \left(\frac{DP}{Dt}\right)_i^n, \quad V_i^{n+1} = V_i^n + \Delta t \left(\frac{DV}{Dt}\right)_i^n \quad (18)$$

$$\left(\frac{DP}{Dt}\right)_i^n = -\rho c^2 \left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_i^n, \quad \left(\frac{DV}{Dt}\right)_i^n = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)_i^n - \frac{f V_i^n |V_i^n|}{2D} - \left(\frac{\partial(\rho\Pi)}{\partial x}\right)_i^n \quad (19)$$

Para essa simulação do golpe de aríete foram consideradas as seguintes condições de contorno: velocidade na válvula  $V = 0$ , em  $x = L$ , e a pressão constante no reservatório  $P = P_{res}$ , em  $x = 0$ .

## RESULTADOS E DISCUSSÕES

Foi simulado o transitório com um reservatório contendo água, com massa específica, a 20 °C, de 1.000 kg/m<sup>3</sup>, viscosidade cinemática de 1,0 x 10<sup>-6</sup> m<sup>2</sup>/s, com celeridade do som no meio (c) igual a 1.025,7 m/s, considerando 201 partículas igualmente distribuídas ao longo da tubulação com espaçamento igual a 0,1 m, utilizando um Ndots de 2051 passos, considerando um passo temporal de  $\Delta t$  igual a 9,749 x 10<sup>-5</sup> s, totalizando 0,2 segundos de simulação.

Considerando o Nps igual a zero no início da simulação, o resultado retorna com um pico de pressão desproporcional, que não representa um fenômeno físico, chegando a ultrapassar os resultados máximos da pressão, obtidos com o MOC (Figura 3). Hou *et al.* (2012) observou tal fenômeno (*overshoot*) e sugere resolver o problema utilizando a pré-suavização nos primeiros cinco (05) passos iniciais.

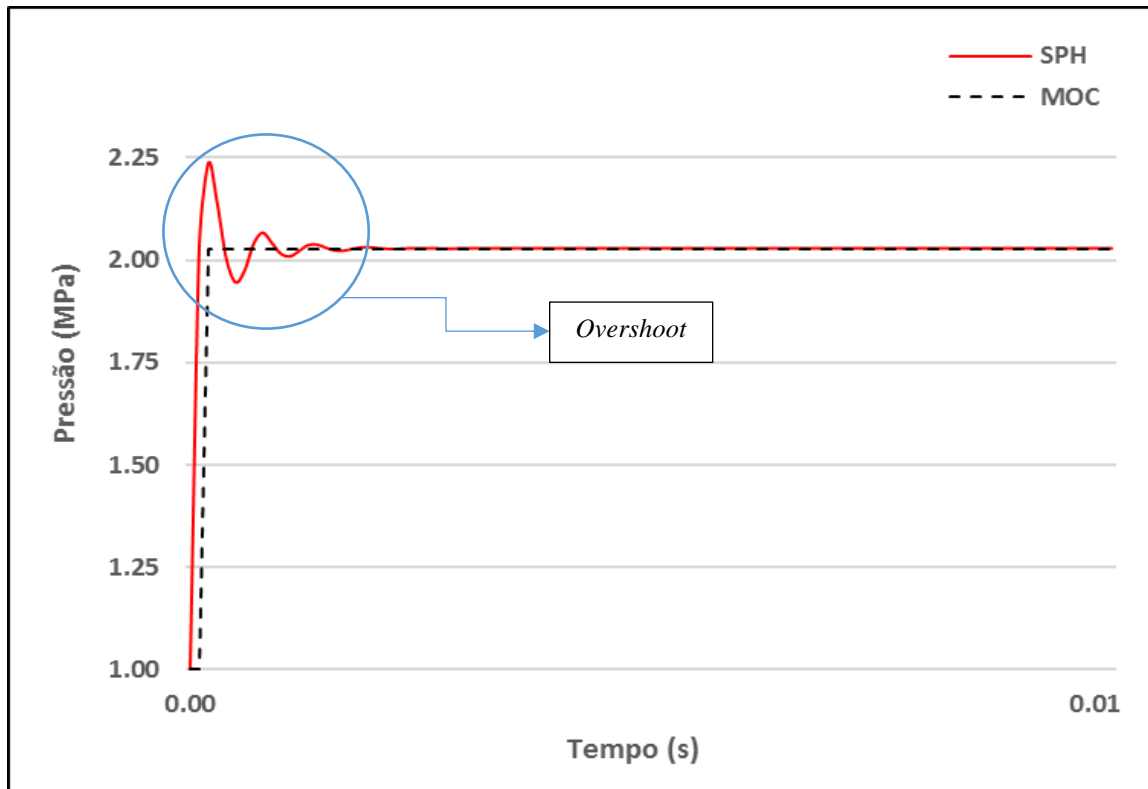


Figura 3. Evolução temporal da pressão na válvula, sem pré-suavização. Fonte: Autores.

Considerando seis (06) dts de pré-suavização, o pico de pressão assemelha-se com os resultados obtidos com o MOC, conforme ilustra a Figura 4. A Figura 5 ilustra a evolução da velocidade no reservatório.

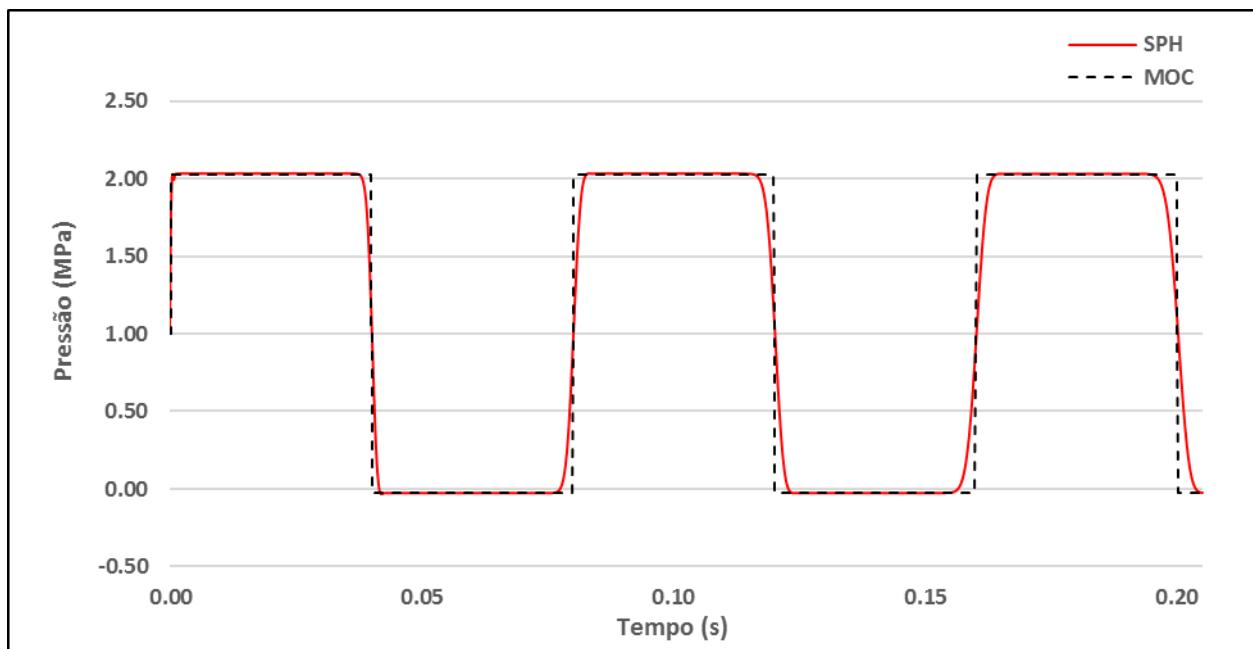


Figura 4. Evolução temporal da pressão na válvula, com pré-suavização. Fonte: Autores.

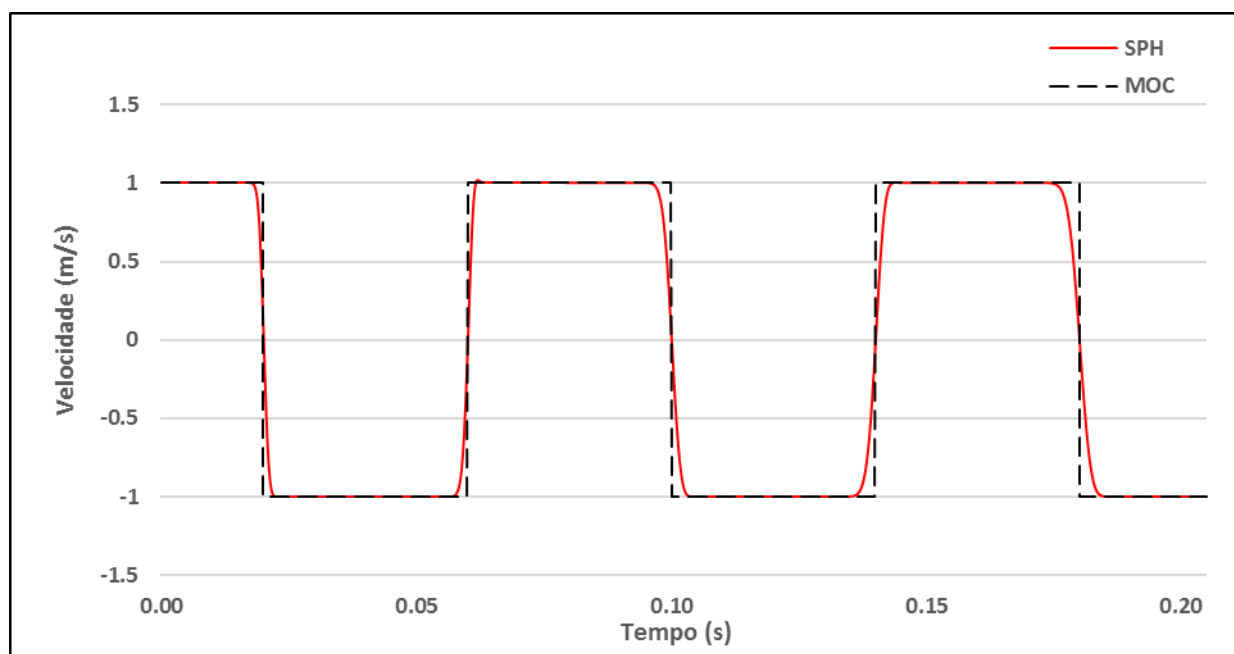


Figura 5. Evolução temporal da velocidade no reservatório. Fonte: Autores.

Pode ser observado, comparando com o resultado obtido através do MOC, que o SPH reproduz o fenômeno do transitório hidráulico, tanto que os valores de máximos e mínimos para velocidade e pressão são coincidentes entre MOC e SPH.



## CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O método SPH trouxe excelente aproximação do resultado obtido pelo método das características (MOC), mostrando ser um excelente método a ser aperfeiçoado e utilizado para as demais áreas do conhecimento científico, embora precisem ser realizadas algumas modificações para correções de erros, como a viscosidade artificial, o CSPH na função de kernel e a pré-suavização.

Como é possível observar nas figuras (4) e (5), existem suavizações nas ondas de velocidade e pressão, originadas na difusividade numérica intrínseca na formulação discreta do transitório hidráulico.

Por ser um método pouco difundido na sociedade acadêmica, recomenda-se o seu uso para outras situações-problemas de condutos forçados e em outras áreas do conhecimento científico, pois o método permite liberdade quanto às partículas, podendo inclusive, ser utilizados em modelos bi ou tridimensionais.

## REFERÊNCIAS

CHAUDHRY, M. H. Applied Hydraulic Transients, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1979.

CHEN, J. K., BERAUN, J. E., CARNEY, T. C., (1999). A corrective smoothed particle method for boundary value problems in heat conduction. Int. J. Numer. Meth. Eng., 46: 231–252 p.

FERNANDES JÚNIOR, J. (2021). Análise do Transitório Hidráulico com Perda por Atrito Variável em Condutos Forçados através do Método SPH. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Escola de Engenharia Civil e Ambiental (EECA), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental e Sanitária, Goiânia, 2021.

HOU, Q; KRUISBRINK, A.; TIJSSELING A. S.; KERAMAT, A. (2012). “Simulating water hammer with corrective smoothed particle method”. In: 11th International Conferences on Pressure Surges - BHR Group.

LIU, G. R., LIU, M. B., (2003). Smoothed Particle Hydrodynamics: A MeshfreeParticle Method. Singapura: World Scientific Publishing CO Pte Ltd.

MONAGHAN, J. J.; GINGOLD, R. A. (1983). “Shock Simulation by the Particle Method SPH”. Journal of Computations Physics, v. 52, p. 374-389.

VASCO, J. R. G.; MACIEL, G. F.; MINUSSI, C. R.; VILA, J. P. Métodos Numéricos Lagrangeanos: Estudos de caso aplicados a problemas de Engenharia Hidráulica e de Recursos Hídricos. In: XVIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 2009, Campo Grande - MS. XVIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 2009.

WYLIE, E.B.; STREETER, V. L. Fluid Transients in Systems, Prentice Hall, 1993.



## I SIMPÓSIO NACIONAL DE MECÂNICA DOS FLUIDOS E HIDRÁULICA

Agosto/2022 – Ouro Preto/MG

**AGRADECIMENTOS** - Os autores gostariam de agradecer à FURNAS Centrais Elétricas e o "Programa de Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico" (P&D) da ANEEL, à FAPEG Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Goiás pelo suporte financeiro e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental e Sanitária da Universidade Federal de Goiás.