

ANÁLISE DE ONDAS DE SUBMERSÃO A PARTIR DE CÓDIGO DE CÁLCULO SIMPLIFICADO COM BASE NAS EQUAÇÕES DA “CLASSE BOUSSINESQ”.

Geraldo de Freitas Maciel¹ & Joel Roberto Guimarães Vasco²

Resumo - O objetivo deste trabalho é apresentar, dentro do contexto de ondas de submersão, uma implementação computacional com base nas equações da "classe Boussinesq" (Sistema Serre) para determinação da onda gerada mediante a incidência de um bloco em águas tranquilas.

O modelo de Serre proposto trata os termos de derivadas de ordem superior, anteriormente desprezados por Boussinesq, admitindo a hipótese de que a componente horizontal da velocidade é uniforme na vertical e a componente vertical da velocidade é linear entre o fundo e a superfície livre. Desse modo, na fase de geração, o modelo de Serre poderá suportar fortes amplitudes relativas de ondas (vizinhanças do “breaking”).

A influência de fatores relacionados com a geometria do bloco e em particular com a velocidade de impacto deste no meio fluido é investigada de maneira qualitativo-quantitativa através do modelo de simulação implementado em Matlab versão 6.0.

Abstract - The objective of this work is to present, in the context of submersion waves, a computational implementation on the basis of the “Boussinesq class” equations (Serre’s System) for determination of the wave generated by plunging of a block into water. The model of Serre considered deals with the terms derivatives of superior order, previously neglected by Boussinesq, admitting the hypothesis of that the horizontal component of the velocity is uniform in the vertical and the vertical component of the velocity is linear between the bottom one and the free surface. In this way, in the generation phase, the model of Serre will be able to support high relative amplitude of waves (neighborhoods of breaking). The influence of factors related with geometry of the block and in particular with the velocity of impact of this in the fluid is investigated in qualitativo-quantitative way through the model of simulation implemented in Matlab version 6.0.

¹ Departamento de Engenharia Civil – FEIS – UNESP – Alameda Bahia, 550 – C.P.: 31

Fone: (18)-3743-1137 - Fax: (18) 3743-1160 CEP 15385-000 - Ilha Solteira – SP – e-mail:maciel@dec.feis.unesp.br

² Departamento de Engenharia Civil – FEIS – UNESP – Alameda Bahia, 550 – C.P.: 31

Fone: (18)-3743-1137 - Fax: (18) 3743-1160 CEP 15385-000 - Ilha Solteira – SP - e-mail:joel@dec.feis.unesp.br

Palavras-chave - ondas de submersão, análise numérica, equações da “classe Boussinesq”.

INTRODUÇÃO

Quando há um deslizamento de terra provocado pela ruptura de um talude e o material deslizante cai em um lago ou reservatório, ou quando um barco navega em um rio, pode-se observar a formação de ondas. Dependendo da escala deste fenômeno, a onda formada pode ser capaz de causar sérios danos aos taludes ou estruturas (como por exemplo, a ruptura de barragens), registrando, quase sempre, perda de bens materiais e vidas humanas. Um exemplo da gravidade que esses fenômenos podem alcançar foi o acidente em Furnas, no ano de 1969, relatado por Jorge (1984), citado por Nascimento (2001) em que “um bloco de rocha escorregou para dentro do reservatório. Este escorregamento provocou a formação de uma onda intensa que chegou a romper quatro cabos de 1/2 polegada, que amarravam duas balsas de 36 toneladas de capacidade, ao quebrar no paramento de montante da barragem”.

Devido à série de conseqüências causadas pela negligência ou minoração do problema apresentado, faz-se importante, no contexto de Hidráulica de Águas Rasas, a quantificação do risco que uma onda dessa natureza pode oferecer. Este risco está ligado à energia da onda, ou seja, sua “altura” (amplitude). A energia que a onda possui depende exclusivamente da energia da massa deslizante, ou seja, fatores como velocidade de queda e ângulo de incidência apresentam suas parcelas de contribuição. Dada a necessidade de quantificar tais grandezas, o uso de um modelo matemático simplista que seja capaz de descrever o fenômeno estudado, traduz-se em ferramenta útil.

No que diz respeito ao estudo de intumescências, a primeira investigação teórica deve-se a Barré de Saint-Venant (1871) e, somente em meados do século XX, passou-se a utilizar suas equações para tratar um problema de condições iniciais e de valor de contorno [Craya (1945)] em aplicações de interesse prático. Boussinesq (1877) melhorou a aproximação de Barré de Saint-Venant e propôs uma aproximação de ondas longas que levava em consideração a curvatura das linhas de corrente. Enquanto Saint-Venant baseava sua teoria na hipótese de escoamento por camadas com distribuição hidrostática de pressões, Boussinesq supunha uma curvatura (pequena, mas não nula) dos filetes fluidos, considerando, pois, a aceleração vertical da coluna líquida.

Outras equações que se originaram da equação clássica (considerando os termos de ordem superior que Boussinesq negligenciou) foram desenvolvidas e serviram para melhorar os procedimentos fixados por ele. As principais equações são as de Korteweg-DeVries (KdV), Serre, Green-Naghdi, e Wu e são chamadas equações de segunda ordem ou equações da “classe Boussinesq”.

O objetivo desta comunicação científica é ressaltar a adaptabilidade e domínios de validade de código de cálculo com base nas equações da "classe Boussinesq" (Sistema Serre). A primeira tentativa de modelagem matemática de ondas foi feita por Joseph Valentin Boussinesq (1842-1929) em 1871, levando em consideração as acelerações verticais das partículas fluidas e admitindo uma onda solitária como solução, mas negligenciando um certo número de termos produtos de derivadas. Estas equações são chamadas equações clássicas de Boussinesq. O modelo de Serre proposto, além destas considerações, trata os termos de derivadas de ordem superior, anteriormente desprezados por Boussinesq. Desse modo, na fase de geração, o modelo de Serre poderá suportar fortes amplitudes relativas de ondas (vizinhanças do "breaking").

METODOLOGIA

Equações de Serre

A solução do problema proposto exige, inicialmente, a utilização de conceitos básicos de mecânica dos fluidos: o balanço global, que envolve a aplicação das equações da conservação da massa e da quantidade de movimento ao fenômeno natural observado. Maciel (1993) escreveu as equações da "classe Boussinesq" sob sua forma conservativa para uma geometria qualquer. As equações citadas abaixo provêm daquele trabalho aplicado para uma geometria de canal de seção retangular, com as seguintes hipóteses:

- i) Fluido incompressível (ρ é uma constante);
- ii) Componente horizontal da velocidade é uniforme na vertical;
- iii) Componente vertical da velocidade é linear entre o fundo e a superfície livre;

Conservação da massa:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

Quantidade de movimento (q.d.m.):

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial \left[hu^2 + \left(\frac{1+\beta}{2} + \frac{\alpha}{3} \right) h^2 \right]}{\partial x} = - \left(1 + \beta + \frac{\alpha}{2} \right) h \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{h(u-u_g)|u-u_g|}{C^2 R_h} \quad (2)$$

Com:

$$\alpha = \frac{d^2 h}{dt^2}$$

$$\beta = \frac{d^2 z_f}{dt^2}$$

Onde:

α : representa a aceleração vertical associada à curvatura das linhas de corrente;

β : representa a aceleração vertical associada às variações do fundo;

u : componente horizontal da velocidade;

h : altura da lâmina d'água;

z_f : cota do fundo;

u_g : projeção da velocidade do fundo na horizontal

No contexto da modelagem dessas equações, na fase de geração de ondas pela incidência de massa sólida em meio líquido, foi considerado o procedimento que consiste numa mudança de referencial.

Uma vez efetuada esta mudança, as equações (1) e (2) não serão mais funções de duas variáveis (“ x ” e “ t ”), mais sim de uma única função que dependerá de uma variável auxiliar “ z ”, onde:

$$z = x - Ut$$

sendo: U : velocidade de transporte do eixo de referência

A mudança do referencial Euleriano (fixo) para um Lagrangeano (referencial que se desloca com velocidade U), embora seja de fácil abstração, não é de simples implementação. Analisaremos a seguir a mudança de coordenadas, termo por termo, das equações (1) e (2) e reescrevendo-as em função apenas de z , tem-se:

A equação (1), em função de z :

$$h(u - U) = 1 - U$$

Para a equação (2), no primeiro membro, tem-se, termo a termo:

$$a) \frac{\partial(hu)}{\partial t} = -U^2 \frac{\partial h}{\partial z}$$

$$b) \frac{\partial(hu^2)}{\partial x} = U^2 \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{(1-U^2)}{h^2} \frac{\partial h}{\partial z}$$

A função α fica:

$$\alpha = \frac{(1-U^2)}{h^2} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} - \frac{1}{h} \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 \right)$$

que derivada em z assume a forma:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial z} = -2 \frac{\partial h}{\partial z} \frac{(1-U)^2}{h^3} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} - \frac{1}{h} \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 \right) + \frac{(1-U)^2}{h^2} \left(\frac{\partial^3 h}{\partial z^3} + \frac{\partial h}{\partial z} \frac{1}{h^2} \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 - \frac{2}{h} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \frac{\partial h}{\partial z} \right)$$

$$c) \frac{\partial \left(\left(\frac{1+\beta}{2} + \frac{\alpha}{3} \right) h^2 \right)}{\partial z} = \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \beta}{\partial z} + \frac{1}{3} \frac{\partial \alpha}{\partial z} \right) h^2 + 2h \frac{\partial h}{\partial z} \left(\frac{1+\beta}{2} + \frac{\alpha}{3} \right)$$

Para o primeiro termo do segundo membro da equação (2), pode-se escrever:

$$d) \frac{(1-U)^2}{3} \frac{\partial^3 h}{\partial z^3} - \frac{2(1-U)^2}{3h} \frac{\partial h}{\partial z} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + \frac{(1-U)^2}{3h^2} \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^3 - \frac{(1-U)^2}{h^2} \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial \beta}{\partial z} + h(1+\beta) \frac{\partial h}{\partial z}$$

E para o segundo termo do segundo membro de (2):

$$e) - \frac{(1-U)^2}{h} \frac{\partial z f}{\partial z} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + \frac{(1-U)^2}{h^2} \frac{\partial z f}{\partial z} \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 - h \left((1+\beta) \frac{\partial z f}{\partial z} + \frac{\left(\frac{1-U}{h} + U - u_g \right) \left(\frac{1-U}{h} + U - u_g \right)}{c^2 R_h} \right)$$

Reagrupando os termos de mesma ordem de derivação, chega-se a seguinte equação simplificada:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^3 h}{\partial z^3} = & \frac{1}{h} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \left[2 \frac{\partial h}{\partial z} - 3 \frac{\partial z f}{\partial z} \right] + \frac{1}{h^2} \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right) \left[3 \frac{\partial z f}{\partial z} - \frac{\partial h}{\partial z} \right] - \frac{3h(1+\beta)}{(1-U)^2} \left[\frac{\partial z f}{\partial z} + \frac{\partial h}{\partial z} \right] - \\ & - \frac{3}{h^2} \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{3h^2}{2(1-U)^2} \frac{\partial \beta}{\partial z} + \frac{3h}{(1-U)^2} * \left[\frac{\left(\frac{1-U}{h} + U - u_g \right) \left(\frac{1-U}{h} + U - u_g \right)}{C^2 R_h} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

Com:

$$\beta = (u_g - U)^2 \frac{\partial^2 z_f}{\partial z^2} + \frac{\partial u_g}{\partial z} \frac{\partial z_f}{\partial z} (u_g - U)$$

e

$$\frac{\partial \beta}{\partial z} = (u_g - U)^2 \frac{\partial^3 z_f}{\partial z^3} + 3 \frac{\partial^2 z_f}{\partial z^2} \frac{\partial u_g}{\partial z} (u_g - U) + \frac{\partial z_f}{\partial z} \left[\frac{\partial u_g^2}{\partial z} + (u_g - U) \frac{\partial^2 u_g}{\partial z^2} \right]$$

A manipulação algébrica (“árdua”) que resultou na equação (3) mostra a simplificação de um fenômeno de natureza extremamente complexo (regido por equações mistas a derivadas parciais) reduzido à resolução de uma EDO “bastante carregada”, mas factível.

Resolução Numérica

A seguir será apresentado o roteiro numérico que foi utilizado para resolução da equação (3), bem como dados computacionais importantes.

- Bloco Deslizante

As simulações numéricas realizadas com o programa computacional utilizaram como sólido indeformável um bloco triangular, com ângulo interno β e largura L e um bloco semi-circular com raio “ r ” e largura L , como mostra a figura 1. O trajeto percorrido pelo bloco, compreendendo a rampa e o plano de fundo do canal podem ser vistos na figura 2.

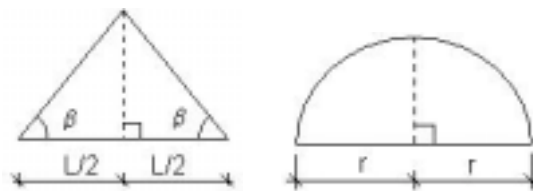


Figura 1: Forma do bloco utilizado nas simulações.

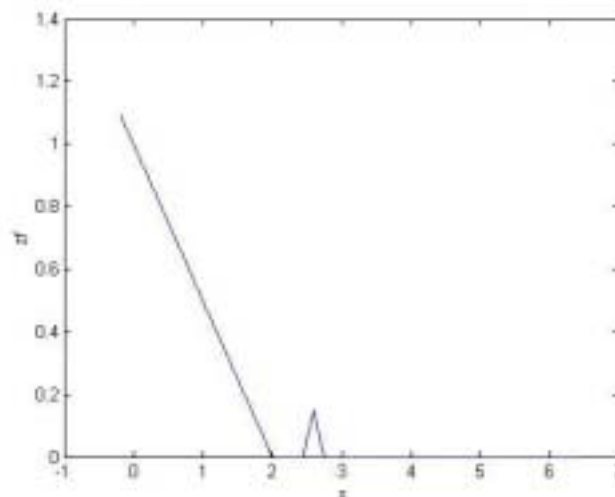


Figura 2: Instante em que o bloco desliza sobre o plano de fundo.

- Esquema de resolução

O esquema numérico que soluciona a equação (3) é resolvido adotando-se o esquema de Crank-Nicholson, que é dado por:

$$Y_{i+1} = Y_i + h \frac{f(Y_i, z, t) + f(Y_i + hf(Y_i, z, t), z, t)}{2}$$

onde Y é o vetor contendo h , ∂h e $\partial^2 h$, e $dY = f(Y)$.

O esquema calcula $h(z_i)$ para um tempo t_i fixo. Com o vetor Y_0 é possível calcular Y , sendo cada passo de tempo “dt” iniciado por:

$$Y_0 = \begin{bmatrix} zf(t_i, z_0) \\ \partial zf(t_i, z_0) \\ \partial^2 zf(t_i, z_0) \end{bmatrix}$$

Com a implementação e análise dos parâmetros supracitados, pôde-se determinar satisfatoriamente as denivelações da superfície livre, como aquela mostrada na figura 3.

ANÁLISE DE RESULTADOS

Simulação com código computacional - Dados de entrada.

- Velocidade inicial do sólido: 0,5 m/s;
- Tempo de chegada do sólido: 10s;
- Largura do sólido: 0.3m;
- Abscissa do fim da rampa no canal: 3m;
- Ângulo da rampa: $\pi/16$;
- Ângulo interno do sólido: $\pi/18$;

O resultado da superfície gerada pelo MatLab 6.0, em variáveis adimensionais, foi o seguinte:

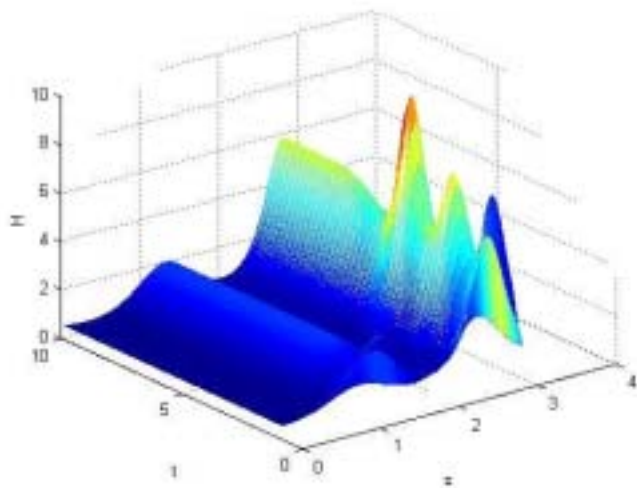


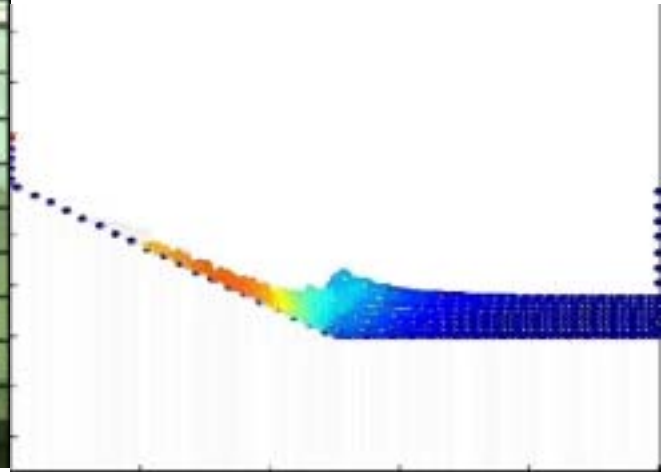
Figura 3: Superfície gerada, a partir da incidência do sólido triangular.

A título de exemplificação de ordem física e numérica as figuras 4a, 4b, 4c e 4d ilustram a fase de geração de ondas, seja pela incidência de um bloco indeformável, seja pela queda material fragmentado, obtidas em laboratório (que conta com sondas capacitivas de nível, sistema de aquisição de dados e sondas de medição de velocidades orbitais (ADV)).

Comparativamente, pode-se analisar numericamente a influência dos fatores geométricos e dinâmicos sobre a função de denivelção (cota da superfície livre) $H(z)$ tais como tipo da geometria do bloco incidente, o valor do ângulo da rampa e a velocidade de impacto do bloco com o fluido. Esses dados serão comparados levando em consideração o mesmo instante de tempo em que acontecem.



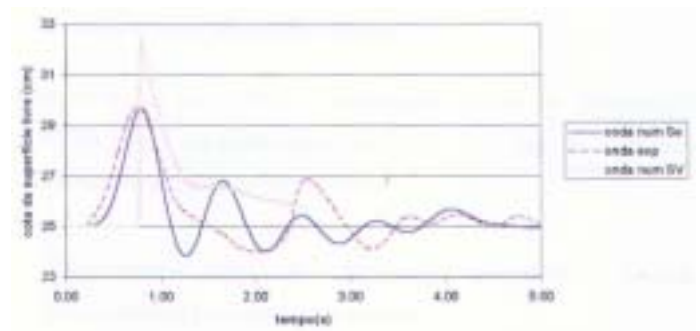
(a)



(b)



(c)



(d)

Figuras 4a, 4b, 4c e 4d: Fenômenos naturais e respectivas simulações.

- Tipo de bloco

Como já comentado anteriormente, dois tipos de blocos incidentes foram construídos numericamente: um triangular e um semicircular. Inicialmente, foi verificada a influência dos parâmetros internos, em ambos os casos.

Simulação com bloco triangular, com ângulos internos (β) diferentes: Dados de entrada.

- Velocidade inicial do sólido: 0,5 m/s;
- Tempo de chegada do sólido: 10s;
- Largura do sólido: 0.3m;
- Abscissa do fim da rampa no canal: 3m;
- Ângulo da rampa: $\pi/16$;

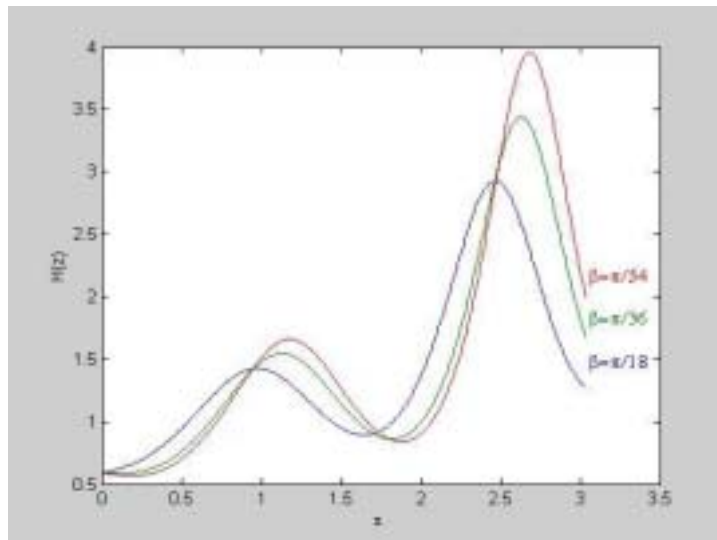


Figura 5: Influência do ângulo interno (β) do sólido triangular na função $H(z)$, no tempo $5dt$.

Pode-se perceber pela figura 5 a influência da forma hidrodinâmica do bloco triangular, que mesmo com um menor ângulo interno “ β ” consegue gerar uma onda com maior amplitude.

Simulação com bloco semicircular, com raios diferentes: Dados de entrada.

- Velocidade inicial do sólido: 0,5 m/s;
- Tempo de chegada do sólido: 10s;
- Largura do sólido: 0.3m;
- Abscissa do fim da rampa no canal: 3m;
- Ângulo da rampa: $\pi/16$;

Pela imagem apresentada (figura 6), o aumento do raio do bloco semicircular não contribuiu com o aumento da amplitude da onda gerada. Esse fato deve-se ao aumento das parcelas atritivas no sistema estudado, diminuindo a energia cinética do bloco e conseqüentemente transferindo uma quantidade menor de energia ao meio fluido.

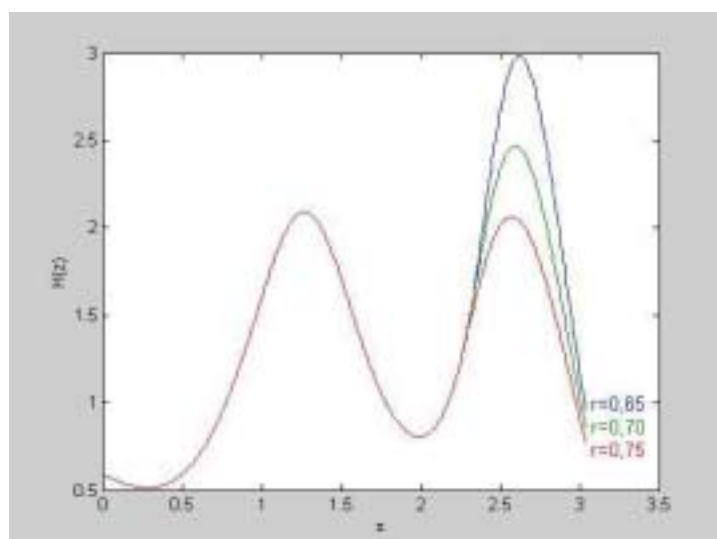


Figura 6: Influência do raio (r) da semicircunferência na função $H(z)$, no tempo $45dt$.

Pôde-se ainda realizar uma comparação entre os resultados do bloco triangular e o semicircular, analisando aquele que produz a maior amplitude de onda, mesmo com alguma diferença relativa em seu volume.

Simulação com bloco triangular e semicircular: Dados de entrada.

- Velocidade inicial do sólido: 0,5 m/s;
- Tempo de chegada do sólido: 10s;
- Largura do sólido: 0.3m;
- Abscissa do fim da rampa no canal: 3m;
- Ângulo da rampa: $\pi/16$;

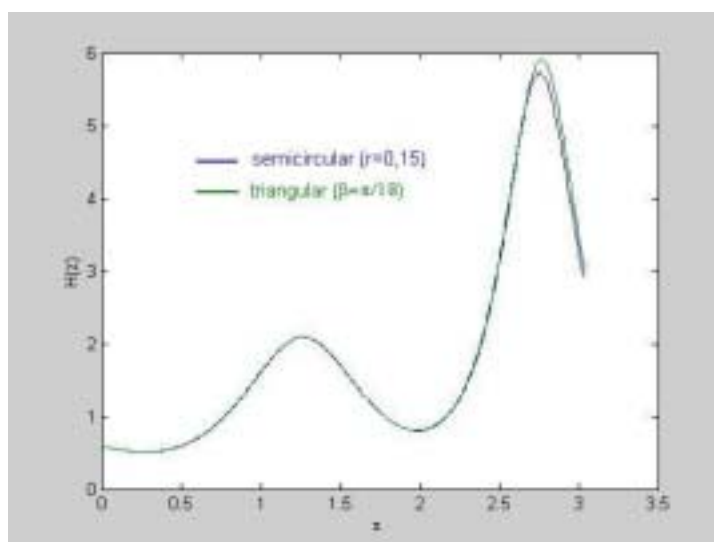


Figura 7: Resultado comparativo da função $H(z)$ com bloco triangular (raio=0,15) e semicircular ($\beta=\pi/18$).

Como pode ser observado na figura 7, mesmo com um valor menor de volume deslocado para o bloco triangular ($Vol_{desl} \approx 1,2 \times 10^{-3}$ unidades cúbicas) em relação ao semicircular ($Vol_{desl} \approx 2 \times 10^{-2}$ unidades cúbicas), há uma equivalência nas amplitudes geradas (5,7 unidades para o semicircular e 5,88 para o bloco triangular). Esse fato parece elucidar a dependência da forma mais ou menos hidrodinâmica do volume incidente na amplitude da onda gerada.

- Ângulo da rampa (θ)

Utilizando agora como fator de comparação o valor do ângulo da rampa e simulando com o bloco triangular, pode-se observar os seguintes resultados:

Simulação com bloco triangular, variando o ângulo da rampa: Dados de entrada.

- Velocidade inicial do sólido: 0,5 m/s;
- Tempo de chegada do sólido: 10s;

- Largura do sólido: 0.3m;
- Abscissa do fim da rampa no canal: 3m;
- Ângulo interno do sólido: $\pi/18$;

Como resultado esperado (figura 8), o aumento do ângulo de incidência do bloco triangular aumenta a amplitude da onda gerada, fato este não observado para α igual a 10° . Esse fato parece ilustrar a dependência do ângulo da rampa com a velocidade de impacto, e como a função velocidade possui relação quadrática, nem sempre a amplitude da onda crescerá com o aumento do ângulo da rampa.

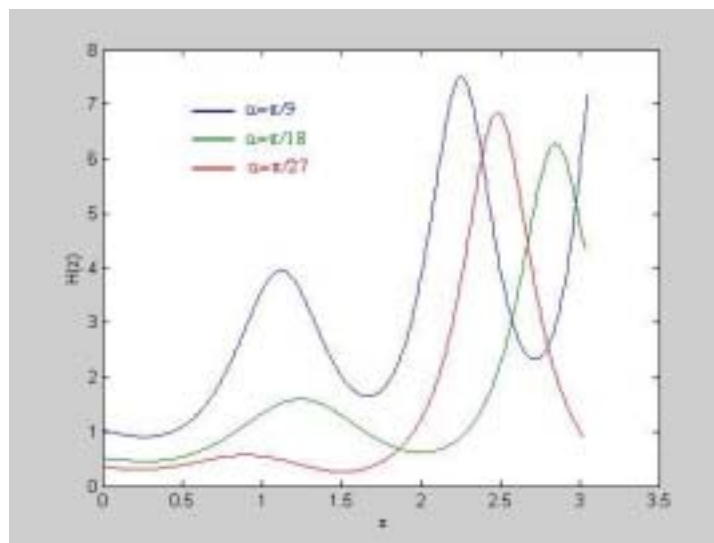


Figura 8: Resultados de amplitudes, para o ângulo da rampa variável.

COMENTÁRIOS FINAIS

Os resultados simulados apresentados parecem estar em consonância com resultados teóricos (semi-empíricos) encontrados na literatura [Noda (1970), Kamphuis & Bowering (1972), Slingerland & Voight (1979)] e com aqueles observados em campanhas experimentais relatadas em Maciel (1991, 1993) e Maciel & Nascimento (2001).

O atual contexto da pesquisa encontra-se na fase de delineamento mais afinado de hipóteses sobre o fenômeno das ondas de submersão, notadamente na geração (fase de maior complexidade).

Com a validação deste código simplificado, espera-se poder dispor de mais um programa de cálculo, com compromissos de engenharia, no contexto de ondas de submersão; abrindo novos caminhos para previsão de riscos e prevenção de acidentes.

Além disso, o modelo proposto de geração pode ser formatado para outros tipos de forçantes de submersão, tais como avalanches, “debris flows” (corrida de detritos) e deslizamentos de terra

(material granular). Assim exposto, esta equipe de pesquisa tem se empenhado para conseguir resultados mais satisfatórios. Estamos ainda em fase de checar hipóteses e modelos mais apropriados para esses fenômenos de matriz certamente distintas, mas de topologia bem semelhantes.

AGRADECIMENTOS

À Rede Cooperativa “Amigos de Boussinesq” (UFRJ, UFRGS, UNESP) do Procad/Capes (Proc. 0144/01-0).

Ao CNPq pelo financiamento do projeto integrado de pesquisa intitulado “Análise Numérico Experimental com Ondas de Gravidade – Um Estudo de Caso” (processo nº 522056/94-6) e bolsas de IC.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- HUBER, A. “*Schwallwllen in Seen als Folge von Felsstürzen (Surges in Lakes Consequence of Rockfalls)*”, *Mitteilungen der Versuchsanstalt für wasserbau*”, Hydrologie und Glaziologie, nº 47, p. 156-163, 1980.
- KAMPHUS, J. W. & BOWERING, R. J., “*Impulse waves generated by landslides*”, Proc. XII Conf. Coastal Engineering, ASCE, 1972, V. 1, pp. 575-588.
- MACIEL, G.F. “*Aplicação das Equações da “Classe Boussinesq” no Estudo de Ondas de Gravidade Geradas por Impacto Localizado*”. XIV Congresso Íbero Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia”, Instituto de Pesquisas Tecnológicas, São Paulo – SP, 1993, p. 656 – 664.
- MACIEL, G.F. “*Contribution Experimentale et Theorique a L’etude des Ondes Produites par des Glissements Solids dans Retunes de Barrages*”, Grenoble, 1991, p. 168. Tese (Doutorado em Mecânica), Universidade Joseph Fourier – Grenoble I.
- NASCIMENTO, M.F. “*Aproximação das Equações da “Classe Boussinesq” no Processo de Geração da Onda de Interface Sólido - Líquido: Uma Abordagem Numérico-experimental com Compromisso de Engenharia*”. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, UNESP - Câmpus de Ilha Solteira, 2001.
- NODA, E. “*Water waves generated by landslides*”, J. Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division, ASCE, 1970, WW4, pp. 835-855.

- SANTOS, F.L. *“Abordagem Matemática de “Roll-Waves” em Canais de Forte Declividade”*. Relatório de Pesquisa de Iniciação Científica – FAPESP, Curso de Engenharia Civil, UNESP – Câmpus de Ilha Solteira, Maio-1999.
- SEABRA SANTOS, FERNANDO J. *“As Aproximações de Wu e Green & Naghdi no Quadro Geral da Teoria da Água Pouco Profunda”*, Simpósio Luso – Brasileiro de Hidráulica e Recursos Hídricos (SILUSB), 4, Lisboa, 1989, p. 209-219.
- SEABRA SANTOS, FERNANDO J. *“Estudos Numéricos dos Domínios de Validade das Principais Teorias de Evolução das Ondas em água Pouco Profunda”*, Simpósio Luso – Brasileiro de Hidráulica e Recursos Hídricos (SILUSB), 4, Lisboa, 1989, p. 81-91.
- SLINGERLAND, R. B. and VOIGHT, B., *“Occurrences, properties and predictive models of landslide-generated water waves”*, Rockslides and Avalanches, B. Voight (ed.), vol. 2, 1979, Elsevier Science Publ., pp. 317-397.