MULTIFRACTALIDADE DA CHUVA E SUAS RELAÇÕES DE INTENSIDADE-DURAÇÃO-FREQÜÊNCIA ESTUDO DE CASO: RIO DE JANEIRO

Osmar de Vasconcelos Costa[1]; Mauro Naghettini[2] & Nilo Oliveira Nascimento[2]

Resumo - As propriedades de escala temporal da chuva ditam a forma das curvas intensidade-duração-freqüência (IDF) de um dado local ou região, as quais são largamente utilizadas na hidrologia para prever a formação de tempestades. A invariância de escala das probabilidades de eventos extremos de chuva e a natureza conservativa, ou escala simples, tanto quanto a dissipativa, ou escala múltipla, de eventos extremos de chuvas são consideradas.

Introduz-se, então, um modelo matemático que segue para uma parametrização eficiente e parcimoniosa das curvas IDF, e seu desempenho será exibido numa aplicação teórica de definição do equacionamento dessas curvas, em caráter regional, para todo o estado do Rio de Janeiro, Brasil. Far-se-á, então, uma análise do caráter fractal dos campos de precipitação sobre o local, a fim de se obter as relações de escala das curvas IDF, sendo que, as intensidades de chuva para várias durações distintas foram associadas a respectivos quantis adimensionais, modelados por distribuições de probabilidades predispostas aos dados.

Ademais, objetiva-se realizar uma espacialização dos parâmetros fractais determinados pelo modelo matemático, sobre a região considerada, na tentativa de identificar-se uma compatibilização com aspectos fisiográficos, climatológicos e geográficos, por exemplo, mapa de curvas de nível, mapa de isoietas e distância relativa ao oceano.

Abstract - The scaling properties of temporal rainfall are shown to dictate the form of the intensity-duration-frequency (IDF) curves of regional precipitation, which are widely used in hydrological practice to predict design storms. Scale invariance of extreme storm probabilities is investigated, and the conservative, or simple scaling, as well the dissipative, or multiple scaling, nature of storm rainfall is considered.

Then, a mathematical model is introduced following a parsimonious and efficient parametrisation of IDF curves, and its performance will be present in an application, in which they

[1] Universidade Federal de Minas Gerais. Av. Contorno, 842/8, 30.110-060, BH/MG.
Telefone/Fax: 3492-7545/32381001. E-mail: osmarv.costa@globo.com.
[2]Universidade Federal de Minas Gerais. Av. Contorno, 842/8, 30.110-060, BH/MG.
Telefone/Fax: 3238-1002/3238-1001. E-mail: naghet@dedalus.lcc.ufmg.br – niloon2@ehr.ufmg.br.

are defined on a regional context, for all the Rio de Janeiro state, Brazil. An analysis of the fractal character of the precipitation fields, over the mentioned state, is performed to obtain the scaling relationships of IDF curves, where the intensities of rainfall, for many distinct durations, are associated to respective dimensionless quantiles, which are modeled by their respective probability distributions of data register.

Furthermore, the paper aims also to spatialize the fractal parameters, which are results of the mathematical model over the considered region, in an attempt to identify any correlation with physiographical, climatological and geographical aspects, such as, contour map, isohyetal map and distance to the ocean.

Palavras-chave - intensidade-duração-freqüência, invariância de escala, fractal.

INTRODUÇÃO

A chuva, como todo processo estocástico, apresenta uma variabilidade espacial e/ou temporal não-linear e, sendo assim, a sua modelagem matemática torna-se bem complexa.

Alguns avanços recentes na matemática aplicada são responsáveis pelo surgimento de teorias capazes de fundamentar a variabilidade apresentada em campos de precipitação, por meio de um equacionamento que domina a invariância das propriedades da chuva em diferentes escalas de tempo e/ou espaço.

Um bom exemplo para contemplar o fato seria a visualização de uma estação pluviográfica, cujos dados foram analisados no âmbito de várias escalas temporais, seguindo uma determinada discretização, alcançando uma suposta escala máxima possível. As propriedades da precipitação, neste dado local, podem ser constantes para um conjunto de escalas, e se modificarem quando a abordagem for feita sobre outro conjunto escalar, acarretando, então, trechos escalares nos quais essas propriedades são invariantes, isto é, ocorrerá uma invariância de escala. Todavia, quando tomadas todas as escalas em questão, independente de haver invariâncias em sub-trechos, o conjunto poderá exibir um comportamento denominado multifractal.

Logo, a invariância das propriedades da precipitação através das escalas pode ser investigada pelas Teorias Fractal e Multifractal. Essas teorias desenvolveram-se desde os fractais simples, também chamados monofractais ou somente fractais, que são objetos, eventos ou fenômenos naturais caracterizados pela invariância de escala, até os multifractais.

Essas teorias vêm sendo utilizadas com muita freqüência na física, matemática e, mais recentemente, na hidrologia, devido à capacidade de contornar as grandes flutuações temporais e/ou espaciais presentes em algumas variáveis. LOVEJOY e SCHERTZER (1991) apud LIMA (1998) trabalharam com a utilização de técnicas de análise multifractal em modelagem de campos de precipitação e nuvens desde 10^{-3} até 10^{6} m; BURLANDO e ROSSO (1996) estudaram modelos em escala simples e escala múltipla de curvas altura-duração-freqüência para eventos extremos de chuva; GUPTA e WAYMIRE (1997) apud LIMA (1998) avaliaram a existência do conceito de multifractais universais; MENABDE et al. (1997) discutiram a conexão entre diferentes tipos de expoentes caracterizando as propriedades de escala múltipla da chuva e um critério para estacionaridade de campos aleatórios, e propuseram um novo modelo fenomenológico para a simulação de séries temporais de chuva; IVANOVA e KIELY (1999) trabalharam com a análise multifractal de precipitação horária da base de dados compreendendo 54 anos desde 1940 a 1993 na estação meteorológica de Valência na costa sudoeste da Irlanda; KOUTSOYIANNIS et al. (1998) propuseram uma formulação matemática geral das relações IDF, consistente com a base teórica probabilística da análise de precipitação máxima; LIMA (1998) estudou os multifractais e suas relações com a estrutura temporal da chuva em locais como, por exemplo, Vale Formoso, Portugal; MENABDE et al. (1999) aplicaram a hipótese de escala simples para a descrição das relações IDF da chuva, mostrando que a função de distribuição acumulada, para as séries de máximas anuais de intensidades médias de chuva, tem uma propriedade de escala simples sobre a extensão de 30 minutos a 24 horas e em alguns casos até 48 horas; NAGHETTINI (1999) estudou as propriedades de invariância de escala aplicadas às relações IDF de chuvas intensas, criando um modelo de escala simples para os dados de precipitação observados na estação pluviométrica de Vespasiano, localizada na região metropolitana de Belo Horizonte, no sudeste do Brasil; MENABDE e SIVAPLAN (2000) modelaram matematicamente séries temporais de chuva e seus extremos, utilizando cascatas aleatórias e distribuições estáveis de Lévy; VENEZIANO e IACOBELLIS (2002) desenvolveram uma base de representação de pulsos de chuva temporal com propriedades multifractais no limite de pequena escala, sendo que essa representação combina um modelo tradicional para processo exterior a uma escala sinótica com um novo modelo de pulso hierárquico para os eventos interiores e VENEZIANO e FURCOLO (2002) derivaram as propriedades de escala das curvas IDF sob a condição que a chuva temporal é um processo multifractal estacionário.

Apesar da vasta extensão e importância da aplicação das Teorias Fractal e Multifractal em estudos direcionados à hidrologia, no Brasil, ainda há uma escassez no que concerne à utilização dessas ferramentas para tal ramo de pesquisa. Logo, propõe-se nesse estudo, a análise da multifractalidade dos campos de precipitação sobre o estado do Rio de Janeiro, relacionando-a com as escalas temporais da modelagem matemática que define as curvas intensidade-duração-freqüência (IDF).

MODELAGEM

Pretende-se trabalhar com modelos escalares e/ou multiescalares de curvas IDF para precipitações intensas e, então, antes de contemplar o equacionamento das curvas IDF, há a necessidade de determinar o caráter fractal dos dados de intensidades máximas anuais disponíveis para a região em questão.

Determinação do caráter fractal de uma série temporal de precipitação

Alguns métodos são usados na determinação do caráter fractal de objetos, eventos ou fenômenos naturais. Entretanto, no caso específico de precipitação, há uma convergência para três métodos principais: método funcional de contagem de caixas, visto em LIMA (1998), método de análise espectral, visto em LIMA (1998), IVANOVA e KIELY (1999), entre outros, e o método dos momentos estatísticos, visto em LIMA (1998), NAGHETTINI (1999), entre outros. Em se tratando de um estudo de chuvas intensas, os dois primeiros métodos não se adeqüam, pois são mais eficientes em estudos cujos dados sejam contínuos no eixo de tempo. Nesse caso, o terceiro método é o mais recomendado, pois trata-se de dados de intensidades máximas anuais de precipitação.

O método dos momentos estatísticos pode ser formulado pela equação 1 a seguir:

$$I_\lambda^q \propto \lambda^{-k\,(q)} \qquad (1)$$

sendo I_λ^q o momento estatístico de ordem q das intensidades I, cuja escala temporal é λ e k(q) é a função de escala dos momentos estatísticos.

Portanto, quando faz-se uma análise gráfica de I_λ^q contra λ, em escala logarítmica, espera-se obter como resultado uma reta cujo o coeficiente angular seja igual a –k(q). Nesse momento aparecem as definições formais do método dos momentos estatísticos, que citam que ao realizar-se uma análise gráfica de k(q) contra q, pode-se perceber uma reta perfeita, o que definiria o fenômeno como fractal simples, ou pode-se perceber um ajuste de reta com suaves quebras em sua linearidade, o que sugeriria o comportamento multifractal.

Cálculo dos momentos estatísticos de ordem q

Segundo DAVIS e NAGHETTINI (2001), de acordo com a análise isoietal e o método de *clustering*, definiram-se quatro regiões homogêneas para todo estado do Rio de Janeiro. As estações pertencentes a cada uma delas são:

- Região 01: Álcalis Cabo Frio, Cabo Frio, Campos, Carmo, Iguaba Grande, Itaperuna, Macaé, Ordinária do Carmo, Rio Mole, Santa Maria Madalena, Santo Antônio de Pádua, Saquarema;
- Região 02: Andorinhas, Apolinário, Fazenda Santo Amaro, Nova Friburgo, Posto Garrafão, Quizanga, Teresópolis, Teresópolis PN, Petrópolis;

- Região 03: Bangu, Benfica, Conservatória, Cordeiro, Horto Florestal, Manuel Duarte, Mendanha, Piraí, Realengo, Rio Cidade, Tanguá, Vargem Alta, Vassouras, Via 11, Xerém e
- Região 04: Angra dos Reis, Barreirinha, Ilha Guaíba, Ponte do Souza, Resende, Santa Isabel do Rio Preto, Vila Mambucaba, Visconde de Mauá.

DAVIS e NAGHETTINI (2001) trabalharam com as intensidades relativas às durações de 5 minutos, 10 minutos, 15 minutos, 30 minutos, 45 minutos, 1 hora, 2 horas, 3 horas, 4 horas, 8 horas, 14 horas e 24 horas. Para essa proposta de modelo multifractal das relações IDF da precipitação sobre o estado do Rio de Janeiro, foram consideradas as mesmas durações e, ademais, foram consideradas mais algumas respostas advindas das conclusões de DAVIS e NAGHETTINI (2001):

Tabela 01 – Distribuições de probabilidades de intensidades máximas anuais [$F_x(x)$]

Região 01	Modelo Poisson-Logística
Região 02	Modelo Poisson-GEV
Região 03	Modelo Poisson-Logística
Região 04	Modelo Poisson-Logística

Para o modelo Poisson-GEV, a função H(x) corresponde à distribuição Generalizada de Valores Extremos (GEV) e é dada por:

$$H(x) = \exp[-\exp(-y)] \qquad (2)$$

onde:

$$y = -\frac{\ln\left[1-\frac{k}{\alpha}(x-\xi)\right]}{k} \qquad (3)$$

para $k \neq 0$ e

$$y = \frac{x-\xi}{\alpha} \qquad (4)$$

para k = 0. ξ, α e k são, respectivamente, os parâmetros de posição, escala e forma. A distribuição GEV é ilimitada superiormente para $k \leq 0$, o que é o caso da região 02 para todas as durações, e possui um limite superior para $k > 0$. Essa distribuição é limitada inferiormente para x igual a $\xi + \frac{\alpha}{k}$.

Para o modelo Poisson-Logística, a função H(x) corresponde à distribuição Logística Generalizada, a qual, conforme a parametrização de HOSKING e WALLIS (1997) apud DAVIS e NAGHETTINI (2001), é dada por:

$$H(x) = \frac{1}{1+\exp(-y)} \tag{5}$$

onde:

$$y = -\frac{\ln\left[1-\frac{k}{\alpha}(x-\xi)\right]}{k} \tag{6}$$

para k ≠ 0 e

$$y = \frac{x-\xi}{\alpha} \tag{7}$$

para k = 0. ξ, α e k são, respectivamente, os parâmetros de posição, escala e forma. A distribuição Logística Generalizada é ilimitada superiormente para k ≤ 0, o que é o caso das regiões 01, 03 e 04 para todas as durações, e possui um limite superior para k > 0. Essa distribuição é limitada inferiormente para x igual a $\xi+\frac{\alpha}{k}$.

Tabela 02 – Modelo de Regressão da variável dependente $\bar{i}_d$.

Região	Modelo de Regressão para o *index flood* $\bar{i}_d$
01	$\bar{i}_d$ = 44,888$d^{-0,385}P^{0,244}$ (para 5 min ≤ d < 1h)
	$\bar{i}_d$ = 81,432$d^{-0,771}P^{0,371}$ (para 1h ≤ d ≤ 24h)
02	$\bar{i}_d$ = 39,445$d^{-0,339}P^{0,234}$ (para 5 min ≤ d < 1h)
	$\bar{i}_d$ = 16,204$d^{-0,761}P^{0,564}$ (para 1h ≤ d ≤ 24h)
03	$\bar{i}_d$ = 36,301$d^{-0,392}P^{0,276}$ (para 5 min ≤ d < 1h)
	$\bar{i}_d$ = 85,264$d^{-0,789}P^{0,367}$ (para 1h ≤ d ≤ 24h)
04	$\bar{i}_d$ = 44,888$d^{-0,385}P^{0,244}$ (para 5 min ≤ d < 1h)
	$\bar{i}_d$ = 81,432$d^{-0,771}P^{0,371}$ (para 1h ≤ d ≤ 24h)

A definição do parâmetro *index flood* torna-se mais concreta quando contextualizada juntamente com o objetivo final do estudo de chuvas intensas para o estado do Rio de Janeiro, realizado por DAVIS e NAGHETTINI (2001), que foi definir as equações do tipo IDF para cada região homogênea:

$$\widehat{i}_{T,d,j} = \bar{i}_d \, \mu_{T,d} \tag{8}$$

onde:

- $\widehat{i}_{T,d,j}$ é a estimativa de chuva (mm/h), de duração d (min), no local j, associada ao período de retorno T (anos);
- $\bar{i}_d$ é o *index flood* de cada estação, mostrado na tabela 02;
- $\mu_{T,\,d}$ representa os quantis adimensionais de freqüência, de validade regional, associados a d e T e
- P_j é a precipitação média anual (mm) no local j, dentro de cada região homogênea.

Logo, mediante toda vasta extensão de informações predispostas para o local a ser analisado, inicia-se a rotina de cálculo dos momentos estatísticos. Sabe-se que, independentemente da região em que uma estação se encontra, a distribuição de probabilidades de suas intensidades máximas anuais está limitada inferiormente no ponto x equivalente a $\xi + \frac{\alpha}{k}$. Sendo assim, houve a necessidade de extrapolar-se as curvas $F_x(x)$, resultando-se em polinômios P(x) extrapolativos condizentes com a equação 9 a seguir:

$$\int_{a}^{\xi+\frac{\alpha}{k}} P(x)dx + \int_{\xi+\frac{\alpha}{k}}^{\infty} F_x(x)dx = 1 \tag{9}$$

sendo o limite inferior <u>a</u> da primeira integral definida, exibida na equação 9, igual a uma das raízes do polinômio extrapolativo P(x).

Utiliza-se, então, a equação 10 para viabilizar o cálculo dos momentos estatísticos de ordem q:

$$\int_{a}^{\xi+\frac{\alpha}{k}} P(x).x^q dx + \int_{\xi+\frac{\alpha}{k}}^{\infty} F_x(x).x^q dx = M(P) + M(F) = M \tag{10}$$

onde M(P) eqüivale ao momento resultante da integração de P(x), M(F) eqüivale ao momento resultante da integração de $F_x(x)$ e [(M) .$\bar{i}_d^{\,q}$] é igual ao momento resposta cuja a ordem é q.

Segue-se no item 2.3., o equacionamento referente ao modelo fractal e/ou multifractal usado para a determinação das curvas denominadas IDF, relativas aos campos de precipitação situados sobre o estado Rio de Janeiro.

Modelagem Matemática das curvas IDF com o auxílio da Teoria dos fractais

De acordo com BURLANDO e ROSSO (1996), tem-se:

$$E[I^q{}_{\lambda d}] = \lambda^{\alpha_q} E[I^q{}_d] = \lambda^{q\varphi_q n} E[I^q{}_d], \quad q = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots \tag{11}$$

ou seja, o valor esperado para o momento estatístico de ordem q das intensidades cuja duração é λd, sendo λ o fator de escala temporal, é diretamente proporcional ao valor esperado para o momento estatístico de ordem q das intensidades cuja duração é d, sendo que a razão de proporcionalidade é igual a λ^{α_q}, em que:

$$\alpha_q = q\varphi_q n \tag{12}$$

onde n = α_1 é o expoente escalar da média, e φ_q é uma função que descreve a saída da curva crescente de expoentes escalares do comportamento linear com respeito às ordens q dos momentos estatísticos, sendo $\varphi_1 = 1$. Para um sistema dissipativo, φ_q é uma função convexa de q, que é dita como uma função de dissipação do processo investigado. Nota-se que o conceito amplo de simples escala é uma condição degenerativa da escala múltipla para a qual α_q = qn, e $\varphi_q = 1$ para qualquer ordem q.

Assume-se, então, que o quantil de intensidade máxima de chuva pode ser escrito de acordo com CHOW et al. (1988) apud BURLANDO e ROSSO (1996):

$$I_T(d) = E[I_d] + k_T\sqrt{Var[I_d]} \tag{13}$$

em que k_T denota o fator de freqüência introduzido por CHOW (1951) apud BURLANDO e ROSSO (1996), que está associado ao tempo de retorno T, em anos, e $Var[I_d]$ indica a variância das intensidades máximas de chuva de duração d.

O fator de freqüência k_T depende de um nível específico de probabilidade T, e exige que uma distribuição de probabilidade comum seja selecionada conforme cita a propriedade do conceito estrito de simples escala introduzido por GUPTA e WAYMIRE (1990) apud BURLANDO e ROSSO (1996). Por exemplo, se esta função distribuição de probabilidades for a de valores extremos tipo I, k_T depende somente de T. Geralmente, k_T depende tanto de T quanto de outros parâmetros como, por exemplo, a duração relativa à intensidade de chuva.

Quando se assume $\lambda = \frac{d}{d*}$, a equação 11 determina que:

$$E[I_d] = \left\{ \frac{E[I_{d*}]}{d*^n} \right\} d^n \tag{14}$$

$$E[I^2{}_d] = \left\{ \frac{E[I^2{}_{d*}]}{d*^{2\varphi_2 n}} \right\} d^{2\varphi_2 n} \tag{15}$$

com I_{d*} denotando a intensidade máxima de chuva para a duração referência d*. Essa duração referência é quase sempre de 24 horas.

Ao substituir as equações 14 e 15 para a média e variância na equação 13, pode-se derivar um modelo dissipativo multiescalar de segunda ordem das curvas IDF. Logo, a família das curvas IDF em múltipla escala é dada por:

$$I_T(d) = \left\{ \frac{E[I_{d*}]}{d*^n} \right\} d^n + k_T \sqrt{\left\{ \frac{E[I^2{}_{d*}] d^{2\varphi_2 n}}{d*^{2\varphi_2 n}} - \frac{E^2[I_{d*}] d^{2n}}{d*^{2n}} \right\}} \tag{16}$$

a qual é escrita sob forma compacta como:

$$I_T(d) = a_1 \left[1 + k_T \sqrt{\frac{a_2}{a_1^2} d^{2(\varphi_2 - 1)n} - 1} \right] d^n \tag{17}$$

em que a_1 e a_2 são dados pelas equações 18 e 19 a seguir:

$$a_1 = \frac{E[I_{d*}]}{d*^n} \tag{18}$$

$$a_2 = \frac{E[I^2{}_{d*}]}{d*^{2\varphi_2 n}} \tag{19}$$

Determinação dos parâmetros multifractais

A equação 17 possui quatro parâmetros que são: o expoente n da relação de escala entre a intensidade média máxima anual de chuva e a duração temporal; o desvio φ_2 do expoente do momento de segunda ordem em relação à simples escala; a intensidade média máxima anual de chuva reescalada para a duração de referência, a_1, e o momento estatístico de segunda ordem da intensidade máxima anual de chuva reescalado para a duração de referência, a_2.

O procedimento mais direto para estimar esses parâmetros é encontrar a_1 e n pela regressão exibida na equação 1, para q igual a 1, em escala logarítmica, e, similarmente, encontrar a_2 e α_2 pela mesma regressão, porém para q igual a 2, também em escala logarítmica. Após o cálculo de α_2, pode-se obter φ_2 pela equação 12.

ALGUNS RESULTADOS E CONCLUSÕES

A tabela apresentada a seguir possui os valores dos parâmetros multifractais para todas as estações citadas no item 2.2., já que não houve modelagem matemática monofractal, pois o fenômeno de chuvas intensas foi dito multifractal em todas elas.

Tabela 03 – Parâmetros Multifractais

Estações	**a_1**	**n**	**a_2**	α_2	φ_2	**N**	**Região**
Álcalis	23,881	-0,657	846,92	-1,301	0,990	32	**1**
Cabo Frio	22,323	-0,643	740,02	-1,273	0,990	49	**1**
Campos	26,348	-0,667	1030,9	-1,321	0,990	21	**1**
I. Grande	27,325	-0,607	1108,8	-1,201	0,990	10	**1**
Itaperuna	31,009	-0,708	1427,9	-1,403	0,990	26	**1**
Macaé	26,004	-0,640	1004,2	-1,266	0,990	18	**1**
M. Duarte	28,405	-0,743	1198,1	-1,472	0,990	15	**1**
Rio Mole	35,285	-0,557	1848,9	-1,100	0,990	21	**1**
S.A. de Pádua	31,378	-0,731	1462,1	-1,449	0,990	9	**1**
Saquarema	27,888	-0,623	1155	-1,234	0,990	17	**1**
S. Amaro	42,671	-0,598	2402,6	-1,198	1,002	42	**2**
Quizanga	41,001	-0,616	2218,3	-1,234	1,002	42	**2**
Andorinhas	47,222	-0,576	2942,4	-1,154	1,002	42	**2**
Apolinário	39,745	-0,591	2084,4	-1,185	1,002	40	**2**
N. Friburgo	29,917	-0,690	1181	-1,382	1,002	38	**2**
Petrópolis	36,639	-0,590	1771,3	-1,181	1,002	12	**2**
P. Garrafão	46,504	-0,565	2853,7	-1,133	1,002	42	**2**
Teresópolis	26,816	-0,647	948,84	-1,295	1,002	16	**2**
Bangu	34,627	-0,655	1521,5	-1,252	0,956	36	**3**
Piraí	33,34	-0,674	1410,5	-1,289	0,956	30	**3**
Benfica	35,159	-0,662	1568,6	-1,266	0,956	42	**3**
Conservatória	37,016	-0,730	1738,7	-1,402	0,956	24	**3**
Cordeiro	31,526	-0,678	1261,2	-1,297	0,956	38	**3**
H.F. Niterói	31,856	-0,639	1287,8	-1,220	0,956	32	**3**
Mendanha	37,314	-0,640	1766,8	-1,220	0,956	53	**3**
Tanguá	38,106	-0,651	1842,6	-1,243	0,956	32	**3**
V. Alta	41,807	-0,672	2217,9	-1,286	0,956	17	**3**
Via 11	37,372	-0,637	1772,4	-1,215	0,956	42	**3**
Xerém	42,121	-0,601	2251,4	-1,144	0,956	29	**3**
P. de Souza	33,209	-0,686	1450,2	-1,331	0,970	24	**4**
Resende	35,224	-0,680	1631,4	-1,318	0,970	27	**4**
A. dos Reis	31,728	-0,598	1323,7	-1,154	0,970	18	**4**
I. Guaíba	35,360	-0,570	1644,1	-1,099	0,970	25	**4**
S. Isabel	35,432	-0,700	1650,8	-1,359	0,970	18	**4**

Após um trabalho de espacialização desses parâmetros multifractais, algumas conclusões foram obtidas:

- os parâmetros a_1 e a_2 têm uma forte correlação com o mapa de isoietas do estado do Rio de Janeiro, sendo que esse fato já era esperado, pois esses parâmetros estão ligados a uma definição regional, e esta depende de seu *index flood* e, portanto, da pluviosidade média anual;
- o parâmetro n, de acordo com MENABDE et al. (1999), pode ser interpretado como uma característica climática regional, e tal fato pôde ser notado, já que não se obteve uma conclusão palpável mediante à espacialização, até o momento. Percebe-se pouca oscilação nesse parâmetro dentro de todo o estado do Rio de Janeiro, e, contudo, acredita-se realmente na dependência desse fator de escala em relação a uma variável climatológica como, por exemplo, temperatura, pressão e outros e
- o desvio da monofractalidade φ_2 tem, muito claramente, um valor específico para cada região homogênea, o que é um resultado muito interessante para o presente estudo.

Foi verificada uma não linearidade modesta na função k(q), anteriormente citada na equação 1. Essa conclusão é bem interessante quando comparada à visão apresentada em VENEZIANO e FURCOLO (2002), que a uma primeira aproximação, as curvas IDF satisfazem as relações de escala simples, embora a chuva seja qualificada como um fenômeno multifractal. As respostas obtidas por VENEZIANO e FURCOLO (2002) são importantes e convergem com as definidas nessa pesquisa:

- Sob condições limites, durações d muito pequenas e tempos de retorno T muito longos, os valores IDF estão em escala simples com dependência exponencial de d e T e
- Os expoentes de d e T diferem para os dois casos limites, curtas durações d e longos tempos de retorno T, podendo ser calculados através da função de escala dos momentos estatísticos das séries temporais de chuva, k(q).

Ademais, o presente estudo mostra a capacidade de se deduzir intensidades de chuva para curtas durações através de intensidades de chuva de durações superiores como, por exemplo, 24 horas para 5 minutos. Esse é um resultado bastante suficiente, tendo em vista que um dos gargalos na hidrologia prática é a disponibilidade de dados relativos às precipitações em curtos intervalos temporais, fato esse decorrente principalmente de uma inviabilidade de recursos financeiros em países cujo setor não recebe investimentos apropriados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Burlando, P. and R. Rosso. Scaling and multiscaling models of depth-duration-frequency curves for storm precipitation. Journal of Hydrology 187, 45-64, Milan, Italy, 1996.

Chow, V.T. A general formula for hydrologic frequency analysis. Trans. Am. Geophys. Union, 32(2): 231-237, 1951 apud Burlando, P. and R. Rosso. Scaling and multiscaling models of depth-duration-frequency curves for storm precipitation. Journal of Hydrology 187, 45-64, Milan, Italy, 1996.

Chow, V.T., Maidment, D.R. and Mays, L.W. Applied Hydrology. Mc-Graw Hill, New York, 1988 apud Burlando, P. and R. Rosso. Scaling and multiscaling models of depth-duration-frequency curves for storm precipitation. Journal of Hydrology 187, 45-64, Milan, Italy, 1996.

Davis, E.G. and M. Naghettini. Study of Extreme Rainfall in the state of Rio de Janeiro. Project Rio de Janeiro, Geoenvironmental, Belo Horizonte: CPRM, Brazil, 2001.

Gupta, V.K. and Waymire, E. Mutiscaling properties of spatial rainfall and river flow distributions. J. Geophys. Res., 95(D3), 1999-2009, 1990 apud Burlando, P. and R. Rosso. Scaling and multiscaling models of depth-duration-frequency curves for storm precipitation. Journal of Hydrology 187, 45-64, Milan, Italy, 1996.

Gupta, V.K. and E.C. Waymire. Reply to 'Universal Multifractals do exist!'. Journal of Applied Meteorology, 36(9):1304, 1997 apud Lima, M. I. P. Multifractals and the temporal structure of rainfall. Doctoral dissertation, Wageningen, Netherlands, 1998.

Hosking, J.R.M. and Wallis, J.R. Regional Frequency Analysis – An Approach Based on L-Moments. 224p. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 1997 apud Davis, E.G. and M. Naghettini. Study of Extreme Rainfall in the state of Rio de Janeiro. Project Rio de Janeiro, Geoenvironmental, Belo Horizonte: CPRM, Brazil, 2001.

Ivanova, K. and G. Kiely. Multifractal Analysis of Hourly Precipitation. Phys. Chem. Earth (B), Vol. 24, Nº 7, pp. 781-786, USA, 1999.

Koutsoyannis D., D. Kozonis and A. Manetas. A mathematical framework for studying rainfall intensity-duration-frequency relationships. Journal of Hydrology, 206, p. 118-135, 1998.

Lima, M. I. P. Multifractals and the temporal structure of rainfall. Doctoral dissertation, Wageningen, Netherlands, 1998.

Lovejoy, S., and D. Schertzer. Multifractal analysis techniques and the rain and clouds fields from 10^{-3} to 10^{6} m, 1991. In: Schertzer , D., and S. Lovejoy (eds.), Non-Linear variability in Geophysics: scaling and fractals. Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 111-144 apud Lima, M. I. P. Multifractals and the temporal structure of rainfall. Doctoral dissertation, Wageningen, Netherlands, 1998.

Menabde, M., Harris, D., Seed, A., Austin, G. and D. Stow. Multiscaling properties of rainfall and bounded random cascades Water Resources Research, Vol. 33, Nº 12, p. 2823-2830, 1997.

Menabde M., A, Seed and G. Pegram. A simple scaling model for extreme rainfall. Water Resources Research, Vol. 35, Nº 1, p. 335-339, 1999.

Menabde M. and M. Sivapalan. Modeling of rainfall time series and extremes using bounded random cascades and Levy-stable distributions. Water Resources Research, Vol. 36, Nº 11, p. 3293-3300, 2000.

Naghettini, M. A study of the properties of scale invariance as application to the intensity-duration-frequency relationships of extreme storms. *Brazilian Symposium of Water Resources* , Belo Horizonte, Brazil, 1999.

Veneziano, D. and P. Furcolo. Multifractality of rainfall and scaling of intensity-duration-frequency curves. Water Resources Research, Vol. 38, Nº 12, 2002.

Veneziano, D. and V. Iacobellis. Multiscaling pulse representation of temporal rainfall. Water Resources Research, Vol. 38, Nº 8, 2002.