

REGIONALIZAÇÃO DE VAZÕES DA BACIA DO ALTO SÃO FRANCISCO

Eber José de Andrade Pinto¹ & Margarida Maria Silva Alves¹

Resumo - Este artigo apresenta a regionalização das vazões médias de longo termo, máximas e mínimas com diferentes durações da bacia do alto São Francisco aplicando a metodologia de regionalização Index Flood, baseada no uso dos momentos-L e na utilização das estatísticas definidas por Hosking e Wallis (1990 e 1993). Essa bacia está situada em uma zona climática tropical na região sudeste do Brasil com área aproximada de 90.000 Km². As regiões homogêneas para as vazões máximas e mínimas foram definidas em três etapas. A primeira consistiu na análise das informações fisiográficas e climatológicas da bacia, a seguir foram traçadas as curvas das distribuições empíricas de frequência e a na terceira etapa foi feita a utilização da medida de heterogeneidade proposta por Hosking e Wallis (1993). No caso da Q_{mit} as regiões foram definidas 5 regiões utilizando a metodologia descrita por Tucci (2000). Em relação às vazões mínimas anuais, a bacia do alto São Francisco apresenta oito regiões homogêneas e têm como distribuição regional a distribuição de Weibull com 2 parâmetros. As vazões máximas anuais apresentam 7 regiões homogêneas. Para esta variável foram ajustadas a distribuição Log-Normal com três parâmetros; a distribuição Generalizada de Eventos Extremos (GEV) e a distribuição Logística Generalizada.

Abstract - This paper describes the regional analysis for the long-term mean runoff, the annual peak flows and the annual minimum of the m-consecutive days average flow, m being 1, 3, 5, 7, 10, 15, 30 and 60 days, for the upper São Francisco river basin, located in the tropical climatic zone of southeastern Brazil. The quantiles of the annual peak flows and the annual minimum have been determined by using the "index flood" methodology, with statistical inference based on the so-called L-Moments. The definition of the homogeneous regions for peak discharges and minimum discharges has been made in three steps. First, the geomorphological and climatological characteristics of the basin was analysed; next, the curves of the empirical distribution function were drawn and finally, the heterogeneity measure proposed by Hosking and Wallis (1993) was considered. The definition of 5 regions for the long-term mean runoff was made using the methodology proposed by Tucci (2000). Concerning the minimum annual discharge, the upper São

¹ CPRM - Serviço Geológico do Brasil Av Brasil,1731 CEP30140-002 Belo Horizonte, MG Brasil Fax : (031) 3261-4484 ou 3261-5585 Fone: (031) 3261-0337 ou 3261-0342 Email : eber@cprmbh.gov.br ; margarida@cprmbh.gov.br

Francisco river basin has 8 homogeneous regions and the distribution that best fits to all of them is the 2-parameter Weibull distribution. For annual peak flow, 7 homogeneous regions have been defined to which were fitted the 3-parameter Log-Normal distribution, the Generalized Extreme Value distribution (GEV) and the Generalized Logistic distribution.

Palavras-chave - análise de frequência regional, regionalização de vazões, definição de regiões homogêneas

INTRODUÇÃO

A análise de frequência regional é utilizada para estimativa de parâmetros ou variáveis hidrológicas em locais que não possuam uma coleta sistemática de informações e também para melhorar a estimativa dos parâmetros de uma distribuição de probabilidades teórica, identificar a ausência de postos de observação em uma região e verificar a consistência das séries hidrológicas.

Uma das etapas mais importante na aplicação dos métodos de regionalização é a delimitação de regiões estatisticamente homogêneas, ou seja, aquelas contendo várias estações que tenham séries oriundas de populações regidas pela mesma distribuição de probabilidades com os parâmetros de posição e escala variando entre as estações.

Um dos avanços dos estudos de regionalização, objetivando a diminuição da subjetividade das etapas necessárias ao desenvolvimento dos trabalhos, foi o trabalho elaborado por Wallis (1989) sobre técnicas de regionalização "index-flood" utilizando momentos-L e o posterior desenvolvimento, por Hosking e Wallis (1993 e 1995), de três estatísticas-L para aplicação nas etapas de consistência de dados, identificação de regiões homogêneas e na definição da distribuição de frequência regional. (Pinto e Naghettini, 2000)

Esse trabalho descreve a aplicação do método de regionalização "index-flood" com a utilização dos momentos-L e do emprego das estatísticas-L na delimitação de regiões homogêneas da vazões máximas e mínimas da bacia do Alto São Francisco, especificamente as sub-bacia 40 e 41. Além do emprego da metodologia descrita por Tucci (2000) para regionalização de vazões médias de longo termo.

O MÉTODO "INDEX-FLOOD" UTILIZANDO OS MOMENTO-L E AS RAZÕES-L

O método "index-flood" assume as seguintes premissas:

- As observações de qualquer estação são identicamente distribuídas;
- As observações de qualquer estação não podem ser autocorrelacionáveis;

- As observações de diferentes estações são independentes, ou seja, tem que haver independência espacial;
- As distribuições de frequência das diferentes estações são as mesmas, diferindo apenas o fator de escala;

Esquemáticamente, as etapas de aplicação do método “index-flood” utilizando momentos-L são as seguintes:

- Cálculo do fator de adimensionalização, μ_j , de cada estação, j , através da média aritmética dos eventos observados;
- Adimensionalização das séries através da relação, (X_{ij} / μ_j) , onde X_{ij} é o i ésimo elemento da estação j ;
- Cálculo dos momentos-L amostrais $l_{r,j}$ das séries adimensionalizadas para $r = 1, 2, 3$ e 4 ;
- Cálculo das razões-L amostrais, t_j e $t_{r,j}$, das séries adimensionalizadas para $r = 3$ e 4 ;
- Definição das regiões homogêneas;
- Cálculo das estimativas adimensionais regionais a partir da média ponderada dos momentos-L e razões-L amostrais das estações da região homogênea. As médias são ponderadas pelo tamanho da séries:

$$\bar{l}_r = \frac{\sum_{j=1}^N n_j l_{r,j}}{\sum_{j=1}^N n_j} \text{ para } r = 1, 2, 3 \text{ e } 4; \quad \bar{t} = \frac{\sum_{j=1}^N n_j t_j}{\sum_{j=1}^N n_j} \text{ e } \bar{t}_r = \frac{\sum_{j=1}^N n_j t_{r,j}}{\sum_{j=1}^N n_j} \text{ para } r = 3 \text{ e } 4 \quad (1)$$

- Seleção da distribuição teórica regional de probabilidades, e a estimativa, através dos momentos-L, dos parâmetros, θ_i^R , para $i = 1, 2, 3, \dots, n$, onde n é o número de parâmetros da distribuição selecionada;
- Análise de regressão do fator de adimensionalização através de variáveis independentes, como as características fisiográficas e/ou meteorológicas da região.

Procurando minimizar subjetividades na definição de regiões homogêneas e escolha da distribuição teórica de probabilidades, Hosking e Wallis (1993 e 1995) desenvolveram três estatísticas-L para serem utilizadas nas etapas de consistência de dados, delimitação de regiões homogêneas e seleção da distribuição de probabilidades regional.

A medida de discordância D_i , definida em termos dos momentos-L dos locais estudados, procura identificar as estações que são grosseiramente discrepantes das características médias regionais.

Hosking e Wallis (1995) sugerem os valores críticos de D_i apresentados na Tabela 01 e recomendam o uso dessa estatística somente quando $N \geq 7$. Assim, em regiões com mais de 15 estações uma delas é discordante quando $D_i \geq 3$.

Tabela 01 - Valores críticos da medida de discordância - Di . Fonte: *Hosking e Wallis* (1995)

Nº de locais na região	Di	Nº de locais na região	Di
5	1,333	11	2,632
6	1,648	12	2,757
7	1,917	13	2,869
8	2,140	14	2,971
9	2,329	≥ 15	3
10	2,491		

A medida de heterogeneidade H, tem por objetivo verificar o grau de heterogeneidade de uma região através da comparação da variabilidade amostral observada e a variabilidade esperada de uma região homogênea, a qual é simulada através do método de Monte Carlo.

De acordo com Hosking e Wallis (1993), numa região homogênea todas as estações com as séries adimensionalizadas dispõem dos mesmos momentos populacionais. Porém, devido à variabilidade amostral, os seus momentos amostrais são diferentes.

Os critérios de classificação propostos por Hosking e Wallis (1993) são:

$H \leq 1,0 \Rightarrow$ região “aceitavelmente homogênea”

$1,0 \leq H < 2,0 \Rightarrow$ região “possivelmente heterogênea”

$H \geq 2,0 \Rightarrow$ região “definitivamente heterogênea”

O teste de aderência Z sugerido por Hosking e Wallis (1993) auxilia na escolha da distribuição de frequência apropriada para a estimação dos quantis regionais e consiste de uma estatística-L, denotada por Z, para verificar se a distribuição candidata fornece um bom ajuste aos dados regionais, isto é, se os momentos-L médios regionais são coerentes com os da distribuição candidata. Se $|Z^{\text{DIST}}| \leq 1,64$ a distribuição é apropriada. Detalhes sobre as estatísticas-L podem ser encontradas em Hosking e Wallis (1997).

Além das curvas de todas as distribuições candidatas aceitáveis, deverão ser plotados no diagrama de Assimetria-L e Curtose-L ($\tau_3 \times \tau_4$) o ponto médio regional da assimetria-L e da curtose-L (t_3 e t_4), e verificado graficamente a melhor distribuição ajustada. Hosking e Wallis (1993) sugerem que, se o ponto médio regional cair acima da curva da distribuição Logística Generalizada-GLO, nenhuma distribuição de três ou de dois parâmetros será aceita, devendo então ser ajustada uma distribuição mais genérica, como a Wakeby de cinco parâmetros ou a Kappa de quatro parâmetros.

DESCRIÇÃO DA ÁREA EM ESTUDO

A bacia do Alto São Francisco, corresponde à parcela da bacia do rio São Francisco, com área aproximada de 90.000km², compreendida entre as nascentes do rio São Francisco e a barra do rio das Velhas inclusive. Considerando a divisão da ANEEL essa bacia corresponde as sub-bacias

40 e 41. A bacia do Alto São Francisco está localizada no centro do Estado de Minas Gerais, entre as latitudes 17° 20' e 20° 40' Sul e longitudes 43° 30' e 46° 20' Oeste, englobando, além do alto rio São Francisco, todos os seus afluentes até a foz do rio das Velas, sendo os principais os rios Paraopeba, Pará, Indaiá, Borrachudo, Abaeté e Velhas. A Figura 01 apresenta a localização da bacia no Estado de Minas Gerais.

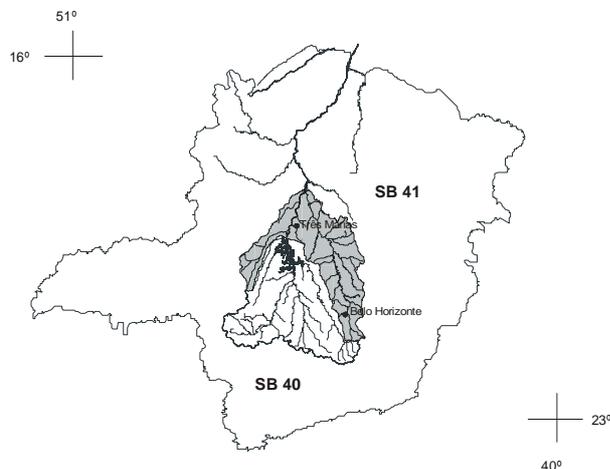


Figura 01 – Localização da bacia do Alto São Francisco

As unidades geomorfológicas existentes na bacia do Alto São Francisco são o Planalto Dissecado do Centro-Sul e Leste de Minas, a Depressão São Franciscana, o Planalto do São Francisco, o Quadrilátero Ferrífero e a Serra do Espinhaço. Maiores detalhes sobre as unidades geomorfológicas podem ser encontradas em Pinto e Alves (2001).

As características climáticas mais importantes na região em estudo são a predominância de temperaturas medianas a elevadas durante todo o ano e a existência de duas estações bem marcadas: uma estação chuvosa no verão e outra seca no inverno.

A bacia do Alto São Francisco apresenta temperatura média anual variando entre 19 e 23°C, sendo que as menores temperaturas são encontradas ao sul da bacia devido à influência orográfica, nas altitudes mais elevadas da serra do Espinhaço e nas cabeceiras da bacia ocorrendo um aumento gradativo a medida que se alcançam as latitudes mais baixas. Esses valores indicam a predominância de temperaturas medianas a elevadas na região durante quase todo o ano, principalmente na primavera e no verão.

Com relação às precipitações, os totais pluviométricos anuais variam, de forma geral, entre 1700mm nas cabeceiras da bacia a 1000mm na confluência do rio São Francisco com rio das Velhas. O trimestre mais chuvoso contribui com cerca de 55 a 60% do total anual precipitado, correspondendo, para a quase totalidade da bacia, aos meses de novembro-dezembro-janeiro. A exceção ocorre na extremidade ocidental da bacia, onde os meses mais chuvosos são dezembro,

janeiro e fevereiro. Já o trimestre mais seco, correspondente aos meses de junho, julho e agosto, contribui com menos de 5% da precipitação anual.

DADOS BÁSICOS E CARACTERÍSTICAS FÍSIOGRÁFICAS

A base de dados fluviométricos utilizados no estudo é constituída das 90 estações com séries variando de 5 a 60 anos. Pinto e Alves (2001) apresentam detalhes sobre os dados utilizadas.

As características fisiográficas levantadas para cada estação fluviométrica foram: a área de drenagem, o perfil longitudinal, o comprimento do talvegue, densidade de drenagem e a declividade do curso d'água.

As áreas de drenagem foram revisadas com a plotagem das estações e a respectiva delimitação das bacias em mapas na escala 1:250.000. As estações com áreas inferiores a 300km² foram delimitadas em cartas na escala 1:100 000 ou 1:50 000.

Foram levantados os perfis longitudinais dos cursos d'água que possuem ou possuíram estações fluviométricas. Os perfis foram levantados em mapas do IBGE em escalas 1:100.000 e 1:50.000, utilizando o curvímetro, de acordo com a disponibilidade das cartas na região. Ao se levantar os perfis longitudinais dos rios indicou-se os principais afluentes, reservatórios e estações fluviométricas. As cotas de chegada dos afluentes nos rios foram estimadas através de interpolação linear.

Através do perfil longitudinal dos cursos d'água levantados determinou-se o comprimento do trecho entre nascente do rio e cada estação fluviométrica.

O cálculo das declividades foi realizado através do método da declividade equivalente apresentada por Silveira (1993).

As precipitações médias anuais das estações intervenientes neste estudo foram calculadas pelo método de Thiessen, utilizando-se as médias pluviométricas anuais das estações selecionadas para a elaboração dos mapas de isoietas apresentadas por CPRM (1997). Estas isoietas foram geradas para a área que abrange toda a área mineira desta bacia e se referem às médias anuais dos anos hidrológicos do período de 1964 a 1991, tendo sido envolvidas 157 estações pluviométricas pertencentes a várias instituições.

A densidade de drenagem é um indicador do relevo superficial e das características geológicas da bacia. A densidade de drenagem varia de acordo com a escala na qual é levantada, portanto deve-se utilizar sempre a mesma escala. Para este trabalho as densidades de drenagem foram levantadas nos mapas do IBGE em escala 1:250.000 que cobrem toda a área do estudo.

REGIONALIZAÇÃO DA VAZÃO MÉDIA DE LONGO TERMO Q_{MLT}

Foram utilizadas as informações de 85 estações fluviométricas. A etapa inicial consistiu da definição das regiões homogêneas. Em uma primeira análise, foram plotadas as médias de longo período de todas as estações em relação às suas respectivas áreas. Obteve-se o ajuste de uma reta com coeficiente de determinação bastante alto, mas que apresentava diversas tendências, ora acima, ora abaixo da mesma, além do desvio significativo de várias estações. Procurou-se então agrupá-las, considerando as características físicas e climáticas e as tendências observadas em relação à reta de regressão relativa a todas as estações. Várias simulações foram realizadas até a obtenção de grupos de estações que apresentavam os menores desvios em relação às retas de regressão correspondentes. Dessa maneira foi possível definir as 5 regiões homogêneas apresentadas no Mapa 01.

Uma vez definidas as regiões de comportamento homogêneo em relação às vazões médias de longo termo, foram calculadas as equações de regressão relativas a esta variável, em função das características físicas e da precipitação média da bacia.

Foi adotada a equação não linear do tipo:

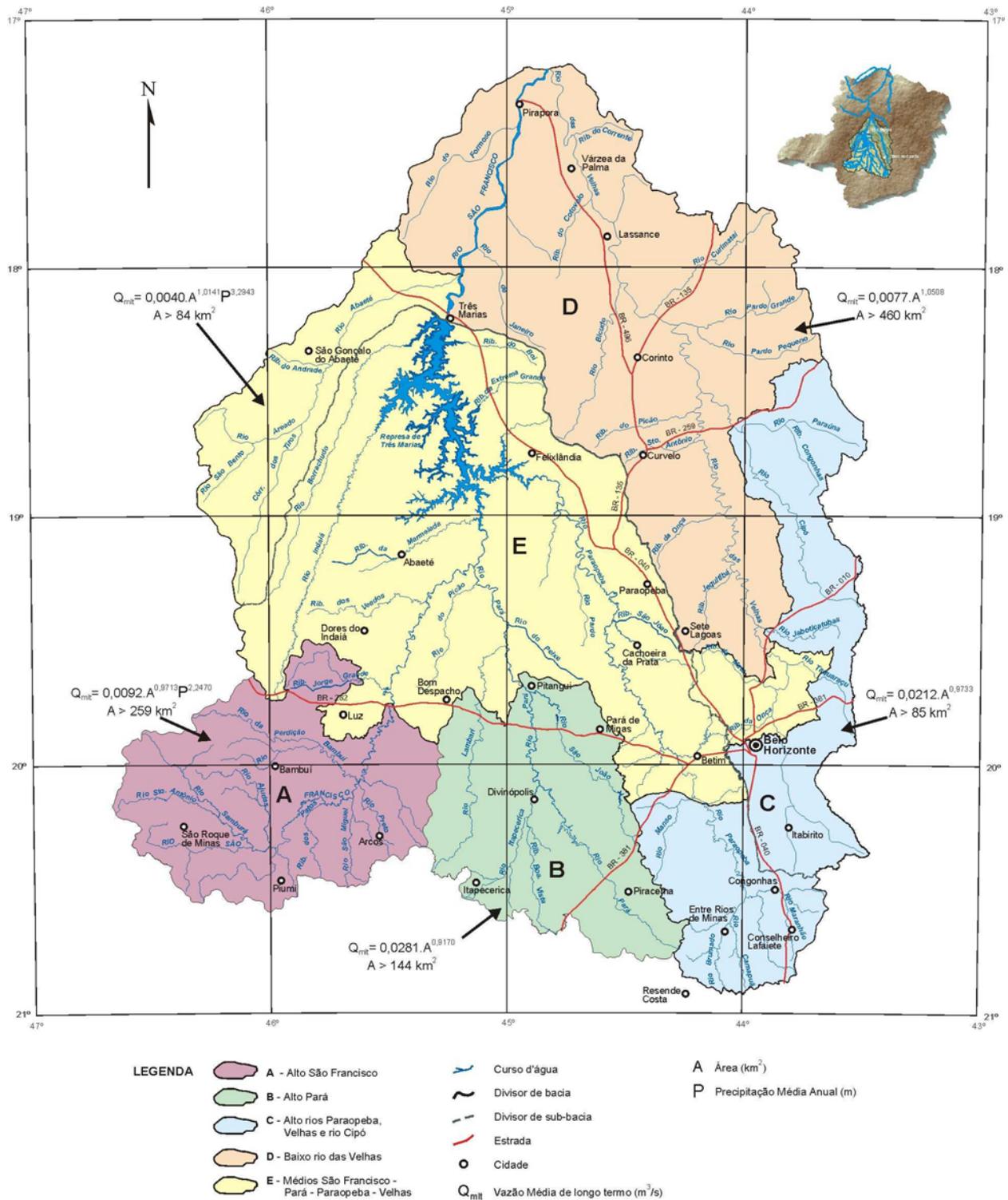
$$Q = Cx_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \dots x_n^{a_n} \quad (2)$$

Onde x_1, x_2, \dots, x_n são as variáveis independentes e C, a_1, a_2, \dots, a_n são parâmetros.

As variáveis independentes adotadas para representar as características físicas da bacia foram: A, a área de drenagem da bacia, dada em km^2 ; L, o comprimento do talvegue principal, dado em km; I, a declividade do curso d' água em m/km. A variável climática adotada foi a precipitação média anual da bacia, P, dada em m.

Para cada região foi inicialmente calculada a matriz de correlação com a finalidade de se avaliar as correlações entre as variáveis. Observou-se que, de um modo geral, para todas as regiões, a maior correlação se verifica entre a vazão e a área, observando-se também, com exceção da região D, correlação considerável entre a área e o comprimento principal do talvegue.

A definição do modelo a ser adotado foi realizada a partir das estatísticas dos resultados da regressão, ou seja, o coeficiente de determinação ajustado (R^2_{ajus}), o teste de parte de um modelo de regressão múltipla (Teste F parcial), o teste dos coeficientes de regressão (Teste t) e o teste F para verificação da não aleatoriedade das relações estabelecidas. O nível de significância adotado nos testes mencionados anteriormente foi de 5%. Também foram utilizados os desvios quadráticos mínimos (DQM) e os desvios percentuais médios absolutos ($DPMA$), cujas fórmulas estão apresentadas a seguir, em conjunto com uma análise criteriosa dos resíduos encontrados para escolher o modelo final.



REGIONALIZAÇÃO DE VAZÕES DAS SUB-BACIAS 40 E 41

REGIÕES HOMOGÊNEAS PARA VAZÕES MÉDIAS DE LONGO TERMO



Mapa 01 - Regiões homogêneas para vazões médias de longo termo

$$DQM = \sqrt{\frac{\sum (Q_{obs} - Q_{cal})^2}{N-1}} \quad DPMA = \frac{\sum \left(\frac{|Q_{obs} - Q_{cal}|}{Q_{obs}} \right)}{N} \cdot 100 \quad (3)$$

onde, Q_{obs} é a vazão observada, Q_{cal} é vazão calculada.

Tabela 02 – Modelos de regressão ajustados para a Q_{MLT} . (*Erro padrão)

Região	Modelo	R^2_{ajust}	F	$F_{crit.}$	E. P.*
A	$Q_{mlt} = 0,0092.A^{0,9713} \cdot P^{2,2470}$ ($A > 259 \text{ Km}^2$)	0,9703	298,74	3,88	1,2123
B	$Q_{mlt} = 0,0281.A^{0,9170}$ ($A > 144 \text{ Km}^2$)	0,9968	3433,11	4,96	1,0632
C	$Q_{mlt} = 0,0212.A^{0,9733}$ ($A > 85 \text{ Km}^2$)	0,9700	842,071	4,24	1,2026
D	$Q_{mlt} = 0,0077.A^{1,0508}$ ($A > 460 \text{ Km}^2$)	0,9953	1704,27	5,59	1,1171
E	$Q_{mlt} = 0,0040.A^{1,0141} \cdot P^{3,2943}$ ($A > 84 \text{ Km}^2$)	0,9964	3080,68	19,00	1,0978

REGIONALIZAÇÃO DE VAZÕES MÁXIMAS

A regionalização de vazões máximas foi realizada através da aplicação do método “index-flood” utilizando momentos-L. Foram utilizados as vazões máximas por ano hidrológico (outubro a setembro) de 63 estações com mais de 10 anos de observações.

As regiões homogêneas foram definidas em três etapas. A primeira consistiu na análise das informações fisiográficas e climatológicas da bacia, a seguir foram traçadas as curvas das distribuições empíricas de frequência e, na terceira etapa, foi feita a utilização da medida de heterogeneidade proposta por Hosking e Wallis (1993).

Na primeira etapa foi realizada uma análise de agrupamento (cluster analysis) das seguintes variáveis: coordenadas de localização das estações (Lat/Long); Área; Declividade Equivalente e Precipitação Média. A utilização da análise de agrupamento na definição de regiões homogêneas está descrito em detalhes em Davis e Naghettini (2000).

Para minimizar o efeito da escala e das unidades em que as variáveis são expressas, a primeira etapa dessa análise consistiu na normalização dos dados das características fisiográficas através da seguinte equação:

$$Z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{S} \quad (4)$$

onde, x_i é a i -ésima observação da variável; \bar{x} é a média dos valores da variável em análise, S é o desvio padrão dos valores da variável e Z_i é a i -ésima observação transformada.

A definição dos grupos, ou regiões, foi realizada através do método das K -médias (K -means clustering). O objetivo do método é formar K grupos que são os mais distintos entre si. Este método assume que o número de grupos K é conhecido a priori. Assim, o analista precisa ter um indicativo do número *correto* de grupos. O método pode ser visualizado como uma análise de variância ao revés. Inicialmente são formados K grupos aleatórios, em seguida os elementos são deslocados de

um grupo para o outro com o objetivo de minimizar a variabilidade intragrupo e maximizar a variabilidade entre os grupos. Segundo Davis e Naghettini (2000), a medida de dissimilaridade entre os elementos ou os grupos deve ser representativa da variação mútua das características locais em um espaço N-dimensional. Na presente análise foi utilizada como medida de dissimilaridade a distância entre dois elementos ou centro de grupos i e j , calculada pela seguinte equação:

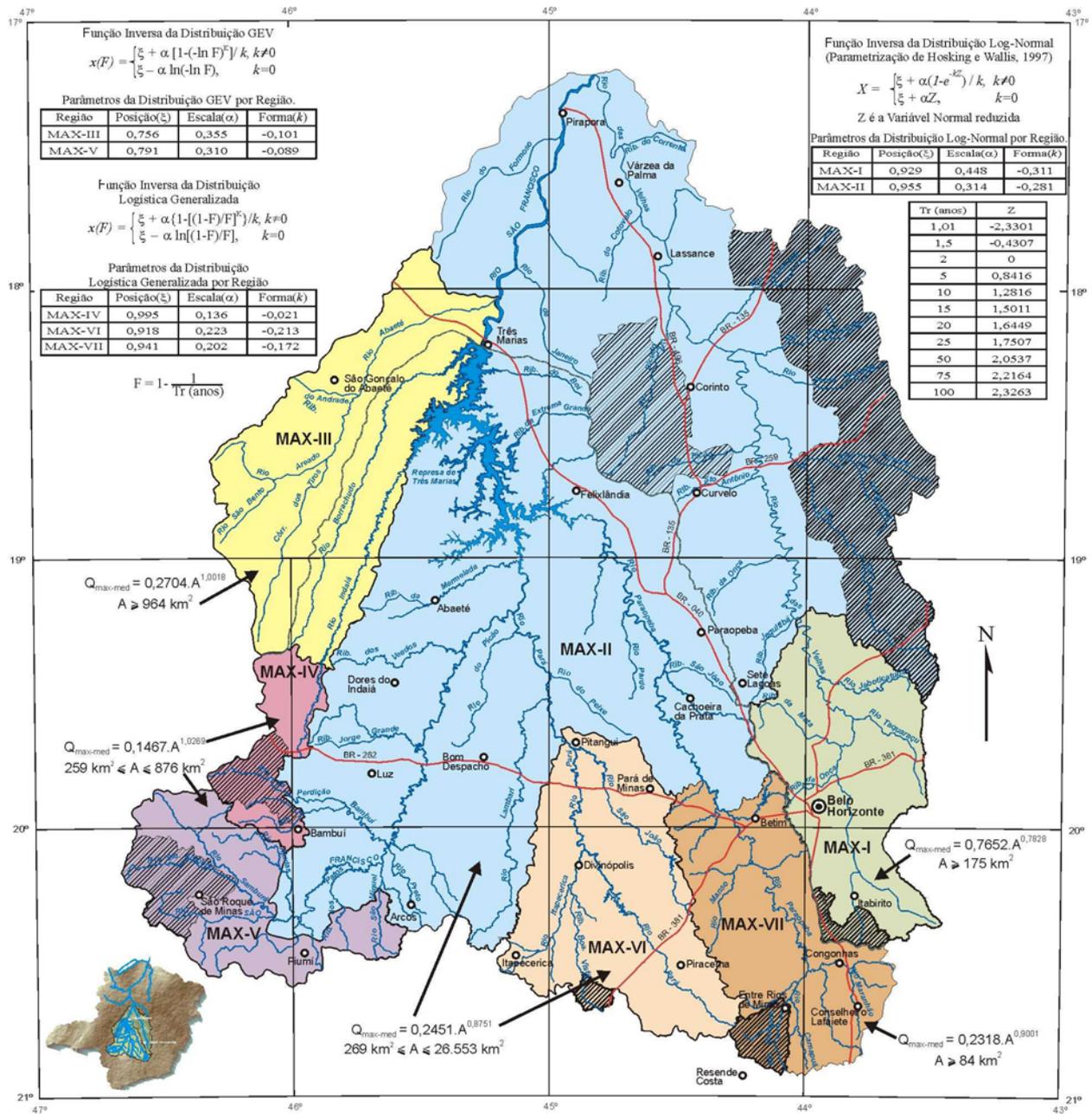
$$D_{i,j} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - x_j)^2}{ND}} \quad (5)$$

onde, ND é o número de dimensões do espaço.

Após a normalização dos dados, o método das K -médias foi executado para formar 7 grupos. A definição deste número de grupos foi realizada a partir de várias simulações com o objetivo de se obter grupos com número de estações que não fossem muito discrepantes. Primeiro o método foi aplicado às variáveis individualmente e em seguida ao conjunto área, declividade equivalente e precipitação média. A variável de coordenadas de localização das estações (Lat/Long) não foi incluída na análise conjunta porque o objetivo foi delimitar as regiões através das características fisiográficas e climáticas e depois avaliar a distribuição espacial. Os grupos separados na análise do conjunto área, declividade equivalente e precipitação média foram considerados como uma definição preliminar das regiões homogêneas.

A seguir foram plotadas as curvas empíricas adimensionais para verificação das regiões formadas na análise de agrupamento. O fator de adimensionalização utilizado foi a média das séries. Ao final desta etapa alguns postos foram deslocados de uma região para outra alterando as delimitações anteriores, mas o número total de regiões permaneceu o mesmo.

A definição final das regiões foi realizada utilizando as sub-rotinas descritas por Hosking (1991), que permitiu o cálculo da medida de heterogeneidade das 7 regiões definidas na etapa anterior. Os resultados obtidos comprovaram que todas as regiões podem ser consideradas, segundo o critério de Hosking e Wallis (1993), aceitavelmente homogênea, pois a medida de heterogeneidade de todas é inferior a 1. O Mapa 02 apresenta a delimitação dessas regiões.



- LEGENDA**
- MAX-I - Alto rio das Velhas
 - MAX-II - Baixo rio das Velhas, baixo e médio rio São Francisco e rio Lambari
 - MAX-III - Rios Borrachudo e Abaeté, baixo e médio rio Indaia
 - MAX-IV - Alto rios Indaia, da Perdição e Bambui
 - MAX-V - Alto rio São Francisco
 - MAX-VI - Alto e Médio rio Pará
 - MAX-VII - Alto e Médio rio Paraopeba
 - Curso d'água
 - Divisor de bacia
 - Divisor de sub-bacia
 - Estrada
 - Cidade
 - $Q_{\max\text{-med}}$ Média das vazões máximas anuais (m³/s)
 - $Q_{\max\text{-Tr}}$ Vazão máxima associada a um tempo de retorno Tr (m³/s)
 - $x(F)$ Quantil regional adimensionalizado associado a um tempo de retorno Tr
 - A Área (km²)
 - Áreas onde as equações regionais não são aplicáveis

A estimativa da vazão máxima associada a um tempo de retorno (Tr) nas regiões homogêneas é efetuada através da seguinte equação:

$$Q_{\max\text{-Tr}} = Q_{\max\text{-med}} \cdot x(F)$$

REGIONALIZAÇÃO DE VAZÕES DAS SUB-BACIAS 40 E 41 REGIÕES HOMOGÊNEAS PARA VAZÕES MÁXIMAS ANUAIS



Mapa 02 - Regiões homogêneas para vazões máximas

A seleção das distribuições de frequências regionais foi efetuada com as sub-rotinas descritas por Hosking (1991), implementadas em linguagem Fortran-77. Esse programa faz o ajuste das distribuições Logística Generalizada (LG), Generalizada de Valores Extremos (GEV), Log-Normal (LN-3P) ou Generalizada Normal, Pearson tipo III (P-III) e Generalizada de Pareto (GP), estimando os seus parâmetros a partir dos momentos-L regionais, além de aplicar o teste de aderência para verificar o ajuste entre a distribuição candidata e os dados regionais. A Tabela 03 mostra os valores das razões-L e dos momentos-L regionais obtidos das séries adimensionalizadas.

Tabela 03 – Valores regionais das razões-L e dos momentos-L .

Região	l_1	l_2	L-CV(τ_2)	Assimetria-L(τ_3)	Curtose-L(τ_4)
MAX-I	1	0,2632	0,2632	0,1511	0,1061
MAX-II	1	0,1833	0,1833	0,1369	0,1364
MAX-III	1	0,2722	0,2722	0,2363	0,1123
MAX-IV	1	0,1361	0,1361	0,0214	0,1705
MAX-V	1	0,2348	0,2348	0,2285	0,1591
MAX-VI	1	0,2408	0,2408	0,2127	0,1855
MAX-VII	1	0,2118	0,2118	0,1723	0,1518

A Tabela 04 apresenta os resultados dos testes de aderência para as regiões homogêneas segundo os critérios de Hosking e Wallis (1993), ou seja, se $|Z^{\text{DIST}}| \leq 1,64$.

Tabela 04 - Resultados dos testes de aderência (Z).

Região	Distribuições				
	LG	GEV	LN-3P	P-III	GP
MAX-I	3,44	1,62 *	1,52 *	1,06 *	-2,26
MAX-II	2,79	0,08 *	0,05 *	-0,50 *	-5,58
MAX-III	2,33	1,59 *	1,30 *	0,76 *	-0,20 *
MAX-IV	-0,19 *	-1,73	-1,37 *	-1,39 *	-4,56
MAX-V	1,32 *	0,41 *	0,09 *	-0,52 *	-1,76
MAX-VI	0,37 *	-0,62 *	-0,90 *	-1,46 *	-2,93
MAX-VII	1,58 *	-0,12 *	-0,33 *	-0,91 *	-3,84

* Distribuições aprovadas no teste

A definição das distribuições regionais foi realizada a partir dos resultados do teste de aderência e pelo posicionamento dos valores regionais no diagrama Curtose-L x Assimetria-L, apresentado no Gráfico 01, que também inclui os ajustes entre as distribuições empíricas e regional adimensionalizadas para todas as regiões.

As funções densidade de probabilidade e de distribuição acumulada da Log-Normal (3P), da GEV e da Logística Generalizada, além das inversas destas distribuições estão descritas em Hosking e Wallis (1997). As funções inversas estão apresentadas no Mapa 02.

Os parâmetros das distribuições regionais foram estimados utilizando os momentos-L e as razões-L regionais estão na Tabela 03. Os parâmetros calculados para as seis regiões encontram-se na Tabela 05.

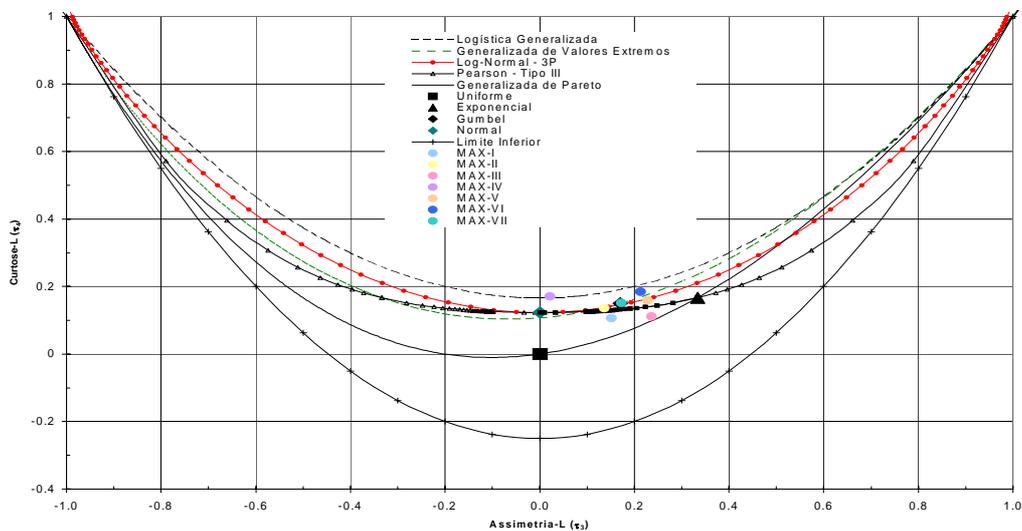


Gráfico 01 - Diagrama Assimetria-L x Curtose-L

Tabela 05 - Parâmetros das distribuições regionais

Região	Distribuição	Posição (ξ)	Escala (α)	Forma (k)
MAX-I	Log-Normal (3P)	0,929	0,448	-0,311
MAX-II	Log-Normal (3P)	0,955	0,314	-0,281
MAX-III	GEV	0,756	0,355	-0,101
MAX-IV	Logística Generalizada	0,995	0,136	-0,021
MAX-V	GEV	0,791	0,310	-0,089
MAX-VI	Logística Generalizada	0,918	0,223	-0,213
MAX-VII	Logística Generalizada	0,941	0,202	-0,172

Após a determinação dos parâmetros das distribuições, foram estimados os quantis regionais adimensionalizados associados a vários períodos de retorno, de acordo com as equações apresentadas no Mapa 02. Os valores obtidos constam da Tabela 06.

Tabela 06 - Quantis regionais adimensionalizados.

Reg.	Tr (anos)									
	1,01	2	5	10	20	25	50	100	150	200
MAX-I	0,186	0,929	1,360	1,634	1,891	1,971	2,217	2,458	2,599	2,698
MAX-II	0,418	0,955	1,253	1,439	1,612	1,665	1,828	1,986	2,077	2,142
MAX-III	0,253	0,889	1,331	1,653	1,986	2,096	2,454	2,835	3,069	3,242
MAX-IV	0,398	0,995	1,186	1,301	1,408	1,442	1,547	1,651	1,713	1,756
MAX-V	0,348	0,906	1,288	1,563	1,845	1,938	2,237	2,553	2,747	2,888
MAX-VI	0,264	0,918	1,278	1,543	1,831	1,931	2,270	2,657	2,911	3,104
MAX-VII	0,298	0,941	1,257	1,480	1,715	1,795	2,060	2,355	2,544	2,686

Para cada uma das regiões homogêneas foram realizadas regressões múltiplas entre a média das séries das vazões máximas, também chamadas de média das vazões de cheia, utilizadas como fator de adimensionalização, com as características físicas e climáticas levantadas, ou seja, área de drenagem, comprimento do talvegue principal, declividade equivalente e precipitação média anual. O modelo de regressão utilizado e os testes para verifica-los é o mesmo descrito na regionalização das vazões médias de longo termo. Os modelos adotados estão na Tabela 07.

Tabela 07 - Modelos de regressão ajustados para $Q_{\max med}$. (*Erro padrão)

Região	Modelo	R^2_{ajust}	F	F_{crit}	E. P.*
MAX- I	$Q_{\max med} = 0,7652A^{0,7828}$ ($A \geq 175 \text{ Km}^2$)	0,9626	180	5,98	1,2157
MAX-II e MAX-VI	$Q_{\max med} = 0,2451A^{0,8751}$ ($269 \leq A \leq 26.553 \text{ Km}^2$)	0,9883	1767	4,35	1,1257
MAX-III	$Q_{\max med} = 0,2704A^{1,0018}$ ($A \geq 964 \text{ Km}^2$)	0,9245	50	10	1,1749
MAX-IV e MAX-V	$Q_{\max med} = 0,1467A^{1,027}$ ($259 \leq A \leq 876 \text{ Km}^2$)	0,9642	108	10	1,1174
MAX-VII	$Q_{\max med} = 0,2318A^{0,9001}$ ($A \geq 84 \text{ Km}^2$)	0,9912	1470	4,74	1,1280

$Q_{\max-med}$ (m^3/s) é a média das vazões máximas anuais (ano hidrológico)
 A (Km^2) é a área de drenagem

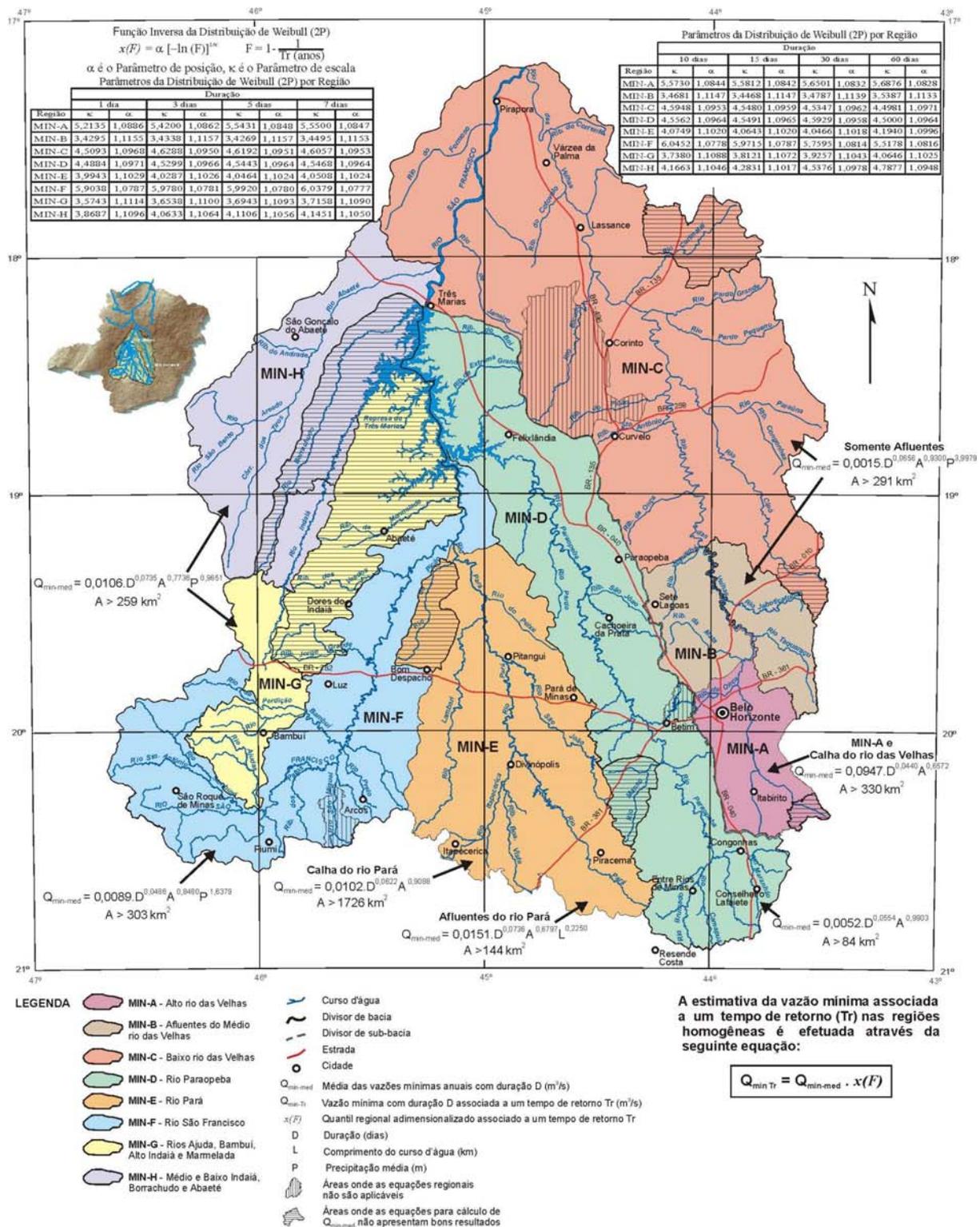
REGIONALIZAÇÃO DAS VAZÕES MÍNIMAS

Foram regionalizadas as vazões mínimas com as durações de 1, 3, 5, 7, 10, 15, 30 e 60 dias, aplicando o método “index-flood”, utilizando momentos-L e empregando as estatísticas-L conforme descrito anteriormente.

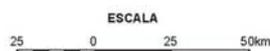
A metodologia para a definição das regiões homogêneas para vazões mínimas foi a mesma descrita no item que trata das vazões máximas. Houve uma pequena alteração na análise de agrupamento (cluster analysis), na qual foi acrescentada a variável densidade de drenagem. Também foi feita uma análise da geologia e da hidrogeologia da área em estudo para definição das regiões homogêneas.

A seleção das distribuições de frequências regionais foi efetuada a partir da verificação do ajuste das distribuições de Gumbel e Weibull (2 e 3 parâmetros) para mínimos em cada uma das séries com duração de 7 dias, através da aplicação do teste de Filliben, descrito por *Maidment* (1992) e a verificação visual do ajuste. A distribuição de Weibull foi aprovada no teste de Filliben com um nível de significância de 5% em todas as séries e apresentou um ajuste visual bem melhor que a distribuição de Gumbel. Dessa maneira optou-se por ajustar a distribuição de Weibull (2P) às distribuições empíricas regionais adimensionais. A verificação do ajuste foi realizado apenas para a duração de 7 dias, pois inicialmente, constatou-se que as distribuições empíricas de todas as durações em um mesmo gráfico de Gumbel ou Weibull, para cada estação, apresentavam a mesma

tendência sem dispersões significativas como mostra o Gráfico 02 (Pinto e Alves, 2001). O Mapa 03 apresenta a delimitação das regiões homogêneas para vazões mínimas.



REGIONALIZAÇÃO DE VAZÕES DAS SUB-BACIAS 40 E 41
REGIÕES HOMOGÊNEAS PARA VAZÕES MÍNIMAS



Mapa 03 - Limite das regiões homogêneas para vazões mínimas

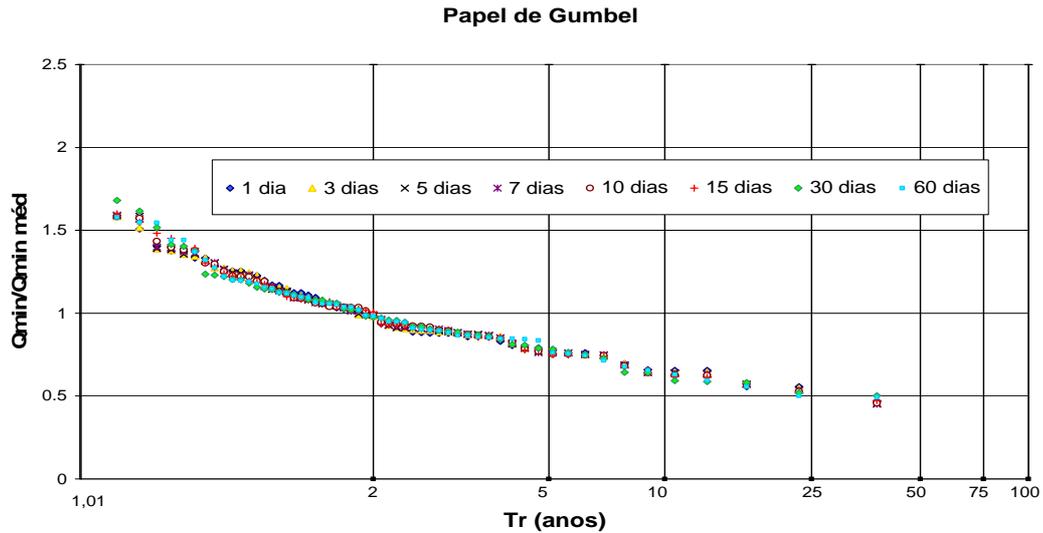


Gráfico 02 – Distribuições empíricas adimensionais de Ponte Nova do Paraopeba

A função densidade de probabilidade e de distribuição acumulada de Weibull, além da inversa desta distribuição são as seguintes:

• WEIBULL (3P)

$$f(x) = \left(\frac{k}{\alpha - \varepsilon} \right) \left(\frac{x - \varepsilon}{\alpha - \varepsilon} \right)^{k-1} \exp \left[- \left(\frac{x - \varepsilon}{\alpha - \varepsilon} \right)^k \right] \quad (6)$$

Definida para $x > 0$ e $\alpha, k > 0$, onde k e α são os parâmetros de escala e de posição, respectivamente, e ε é o limite inferior de x .

Se adotarmos $\varepsilon = 0$, temos a distribuição de Weibull (2P)

$$f(x) = \left(\frac{k}{\alpha} \right) \left(\frac{x}{\alpha} \right)^{k-1} \exp \left[- \left(\frac{x}{\alpha} \right)^k \right] \text{ e } F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{\alpha} \right)^k \right] \quad (7)$$

$$x(F) = \alpha \left[- \ln(F) \right]^{1/k}, \quad \varepsilon = 0 \quad (8)$$

Segundo Maidment (1992), existe uma importante relação entre a distribuição de Weibull e a de Gumbel. Caso uma variável aleatória X se ajuste à distribuição de Weibull, então a variável $Y = -\ln[X]$ será modelada pela distribuição de Gumbel. Os procedimentos de estimativa dos parâmetros e os teste de ajuste disponíveis para a distribuição de Gumbel podem ser utilizados para a distribuição de Weibull. Assim, se $-\ln[X]$ possui uma média $\lambda_{1,(\ln X)}$ e o momento-L $\lambda_{2,(\ln X)}$, os parâmetros de ajuste da distribuição de Weibull (2P) para a variável X são os seguintes:

$$k = \frac{\ln(2)}{\lambda_{2,(\ln X)}} \text{ e } \alpha = \exp \left(\lambda_{1,(\ln X)} + \frac{0,5772}{k} \right) \quad (9)$$

Para efetuar o ajuste da distribuição de Weibull, foi necessário calcular os logaritmos naturais dos valores das séries adimensionalizadas, para permitir o cálculo dos parâmetros como descrito acima.

Em seguida, foram calculados os momentos-L regionais por duração apresentados na Tabela 08. Os valores dos momentos-L regionais permitiram o cálculo dos parâmetros da distribuição de Weibull através das equações (9). Os parâmetros regionais calculados encontram-se no mapa com a delimitação das regiões homogêneas.

Após a determinação dos parâmetros da distribuição, foram estimados os quantis regionais associados a vários períodos de retorno, de acordo com a equação (8); os valores obtidos para a duração de 7 dias estão apresentados na Tabela 08.

Tabela 08 - Quantis regionais para a duração de 7 dias

Reg.	Tempo de Retorno (anos)							
	1,01	2	5	10	20	25	50	100
MIN-A	1,429	1,015	0,828	0,723	0,635	0,610	0,537	0,474
MIN-B	1,737	1,003	0,722	0,581	0,471	0,441	0,360	0,294
MIN-C	1,527	1,011	0,791	0,672	0,575	0,547	0,469	0,403
MIN-D	1,535	1,012	0,788	0,668	0,571	0,543	0,465	0,399
MIN-E	1,608	1,007	0,761	0,633	0,530	0,501	0,421	0,354
MIN-F	1,388	1,014	0,841	0,742	0,659	0,635	0,565	0,503
MIN-G	1,674	1,005	0,741	0,605	0,499	0,469	0,388	0,322
MIN-H	1,598	1,012	0,770	0,642	0,540	0,511	0,431	0,364

Para cada uma das regiões homogêneas foram realizadas regressões múltiplas entre a média das séries das vazões mínimas utilizadas como fator de adimensionalização, com as características físicas e climáticas apresentadas, ou seja, área de drenagem, comprimento do talvegue principal, declividade equivalente e precipitação média anual e densidade de drenagem. Além das características físicas mencionadas foi também utilizada, como uma variável explicativa, as durações da vazão mínima. O modelo de regressão utilizado e os testes para verificá-los é o mesmo descrito na regionalização das vazões médias de longo termo. Os modelos adotados estão na Tabela 09

Tabela 09 - Modelos de Regressão ajustados para $Q_{\min med}$

Região	Modelo	R^2_{ajust}	F	F_{crit}	E. P.***
MIN A	$Q_{\min med} = 0,0947D^{0,0440} A^{0,6572} (A \geq 330 \text{ Km}^2)$	0,9896	3366,1	3,13	1,09
MIN B e MIN C	$Q_{\min med} = 0,0015D^{0,0656} A^{0,9300} P^{3,9979} (A \geq 291 \text{ km}^2)$	0,9943	2722,5	2,82	1,06
MIN D	$Q_{\min med} = 0,0052D^{0,0554} A^{0,9903} (A \geq 84 \text{ Km}^2)$	0,9950	11961	3,07	1,11
MIN E*	$Q_{\min med} = 0,0102D^{0,0622} A^{0,9088} (A \geq 1726 \text{ Km}^2)$	0,9874	1215,0	3,33	1,08
MIN E**	$Q_{\min med} = 0,0137D^{0,0736} A^{0,6797} L^{0,2250} (A \geq 144 \text{ Km}^2)$	0,9851	1210,5	2,78	1,10
MIN F	$Q_{\min med} = 0,0089D^{0,0486} A^{0,8480} P^{1,6379} (A \geq 303 \text{ Km}^2)$	0,9947	4955,6	2,72	1,09
MIN H e MIN G	$Q_{\min med} = 0,0106D^{0,0735} A^{0,7736} P^{0,9651} (A \geq 259 \text{ Km}^2)$	0,9829	1362,4	2,74	1,11

* Calha do rio Pará. ** Afluentes do rio Pará. ***Erro padrão

Onde: $Q_{\min-med}$ (m^3/s) é a média das vazões mínimas anuais; D (dias) é a duração; A (Km^2) é a área de drenagem; P (m) é a precipitação média anual; L (km) é o comprimento do talvegue principal.

CONCLUSÕES

Considerando a vazões médias de longo período, a bacia do rio São Francisco apresenta 5 regiões homogêneas, conforme apresentado no Mapa 01. A vazão média de longo período, pode ser satisfatoriamente descrita através de regressão apenas com a área de drenagem em três destas regiões e as demais são satisfatoriamente avaliadas através de regressão com a área de drenagem e precipitação média anual.

Verifica-se também que as estações localizadas na cabeceira do rio São Francisco apresentam vazões específicas superiores às observadas nas estações com áreas de drenagem semelhantes localizadas em outras áreas da bacia.

Em relação às vazões máximas anuais, a bacia do rio São Francisco, inserida na área em estudo, apresenta 7 regiões homogêneas, conforme apresentado no Mapa 02. As regiões MAX-I e MAX-II têm como distribuição regional a distribuição Log-Normal com três parâmetros; as regiões MAX-III e MAX-V a distribuição Generalizada de Eventos Extremos (GEV) e as regiões MAX-IV, MAX-VI e MAX-VII a distribuição Logística Generalizada. Devido ao tamanho das séries utilizadas *é recomendável que os quantis adimensionalizados sejam calculados para tempos de retorno inferiores a 250 anos*. Analisando os resultados das razões-L regionais verifica-se que a Região MAX-IV apresenta o menor L-CV regional, que é uma medida análoga ao coeficiente de variação, e a Região MAX-III o maior. Em termos de assimetria-L, a maior é observada na região MAX-III e a menor na região MAX-IV.

O fator de adimensionalização utilizado na aplicação do método “index flood”, ou seja, a média das vazões máximas ou média das vazões de cheia, pode ser satisfatoriamente descrita através de regressão apenas com a área de drenagem em todas as regiões.

A análise das vazões mínimas anuais da bacia do alto São Francisco permitiu a delimitação das oito regiões homogêneas que constam do Mapa 03. Todas as regiões têm como distribuição regional a distribuição de Weibull com 2 parâmetros.

Nas bacias do rio das Velhas e Pará, a calha principal e os afluentes apresentam comportamento diferenciado entre si, na relação das vazões mínimas de várias durações com as áreas de drenagem. Este tipo de comportamento ocorre devido a heterogeneidade das características físicas dessas bacias. Enquanto os afluentes apresentam comportamento condicionado pelas características físicas presentes nas sub-bacias, tais como geologia e tipo de solo, a calha principal, além de refletir essas características, também funciona como um integrador dos diferentes ambientes da bacia. Algumas bacias amostradas por estações presentes nas regiões MIN G e MIN H apresentaram comportamento diferenciado nas relações entre a média das vazões mínimas e a área de drenagem. Não foram encontradas inconsistências que explicassem esse comportamento com as informações disponíveis sobre os dados das estações. Entretanto, analisando o mapa geológico observa-se nestas bacias a presença de falhas ou zonas de cisalhamento que, em conjunto com a litologia da região, ou seja, a presença de calcários, poderiam facilitar a infiltração para os aquíferos e a conseqüente diminuição do escoamento superficial. As rochas calcárias podem apresentar grande permeabilidade devido ao desenvolvimento de cavidades e aberturas causadas pela dissolução dos carbonatos. Além disso, a conjugação dos efeitos da dissolução dos carbonatos com a presença de superfícies de discontinuidades tais como fraturas, planos de acamamento e falhas, podem gerar um meio de circulação altamente anisotrópico e heterogêneo, formado por uma rede intrincada de condutos que tornam mais efetiva a infiltração direta de água de chuva ou de água superficial. Estas observações podem explicar o comportamento diferenciado dessas sub-bacias, mas, para ser conclusivo é necessário um estudo específico para avaliar esta região. Além dessas sub-bacias, devido a presença de aquíferos cársticos, ***recomenda-se extrema cautela na estimativa das vazões mínimas nas regiões de Curvelo, Santo Hipólito, Arcos, Pains, Bambuí, Sete Lagoas e Lagoa Santa.***

O fator de adimensionalização, ou seja, a média das séries de vazões mínimas anuais, nas regiões MIN-A, calha dos rio da velhas, MIN-D e MIN-E, considerando a calha do rio Pará, pode ser estimado através de equações de regressão, onde a duração e a área de drenagem são as únicas variáveis explicativas. Na região MIN-E, considerando os afluentes do rio Pará, a duração, a área de drenagem e o comprimento do curso d'água são as variáveis explicativas. Nas outras regiões as variáveis explicativas são a duração, a área de drenagem e a precipitação média anual.

A análise de agrupamento das variáveis fisiográficas e climáticas mostrou ser uma boa ferramenta para delimitação inicial das regiões, uma vez que nas etapas subsequentes as regiões definidas sofreram poucas alterações. E as estatísticas-L apresentadas por Hosking e Wallis (1993 e

1995) também foram bastante úteis nas várias etapas da regionalização de vazões máximas e mínimas da bacia do Alto São Francisco.

AGRADECIMENTOS – À Agência Nacional de Energia Elétrica-ANEEL, à CPRM e ao Prof. Mauro da Cunha Naghettini.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

DALRYMPLE, T. Flood-frequency analyses, *Manual of Hydrology:Part. 3. Flood-flow Techniques, Geological Survey Water Supply Paper 1543-A*, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C., 80p., 1960.

DAVIS, E. G.; NAGHETTINI, M. C, *Estudo de Chuvas Intensas no Estado do Rio de Janeiro*. Brasília: CPRM, 2000. CD-ROM

DEPARTAMENTO NACIONAL DE ÁGUAS E ENERGIA ELÉTRICA.(Brasil) Comissão Brasileira para o Decênio Hidrológico Internacional. *Glossário de termos hidrológicos*. Brasília: DNAEE, 1976. 291p.

GREENWOOD, J. A., LANDWEHR, J. M., MATALAS, N. C. e WALLIS, J. R. Probability weighted moments: definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form. In: *Water Resources Research*, American Geophysical Union. V.15, n.5, p.1049-1054, Out., 1979.

HOSKING, J. R. The theory of probability weighted moments. In: *IBM Research Report*, New York, IBM Research Division, RC 12210, 160p., Out., 1986.

HOSKING, J. R. M. Fortran routines for use with the method of L-moments - Version 2. In: *IBM Research Report*, New York, IBM Research Division, RC 17097, 117p., Ago., 1991.

HOSKING, J. R. M., WALLIS, J. R. Regional flood frequency analysis using L-moments. In: *IBM Research Report*, New York, IBM Research Division, RC 15658, 12p., Mar., 1990.

HOSKING, J. R. M., WALLIS, J. R. Some statistics useful in regional frequency analysis. In: *Water Resources Research*, American Geophysical Union. V.29, n.1, p.271-281, Fev., 1993.

HOSKING, J. R. M., WALLIS, J. R. Correction to "Some statistics useful in regional frequency analysis". In: *Water Resources Research*, American Geophysical Union. V.31, n.1, p.251, Jan., 1995.

HOSKING, J. R. M., WALLIS, J. R. *Regional Frequency Analysis - an approach based on L-moments*. Cambridge University Press, P.224, 1997.

NERC – NATURAL ENVIRONMENT RESEARCH COUNCIL. *Floods studies report*, London, V.1 2 V2, 1975.

- PINTO, E. J. A. e ALVES, M. M. S. *Regionalização de vazões. Sub-bacias 40 e41*. 5 vol. Belo Horizonte, ANEEL/CPRM, 2001.
- PINTO, E. J. A. e NAGHETTINI, M. C. *Caracterização pluviométrica da bacia do alto São Francisco – Sub-bacia 40: Definição de regiões homogêneas e a regionalização de precipitações máximas diárias* . Belo Horizonte, CPRM, 2000.
- PIRES, C. L. F. Análise de Frequência - Revisão Metodológica. In: *A Água em Revista, n. 3*. CPRM, Belo Horizonte, Out. , p. 13-22, 1994.
- TUCCI, C.E. *Regionalização de vazões*. Porto Alegre, ANEEL/UFRGS/IPH , 2000.