

# SOLUÇÕES DE COMPROMISSO NA TOMADA DE DECISÃO SOBRE A OPERAÇÃO DIÁRIA DE SISTEMAS URBANOS DE ABASTECIMENTO DE ÁGUA

Alberto Luiz Francato<sup>1</sup> & Paulo Sérgio Franco Barbosa<sup>2</sup>

**Resumo** - O planejamento da operação dos sistemas urbanos de abastecimento de água é um setor que vem experimentando, na última década, o desenvolvimento e aplicação de técnicas específicas de pesquisa operacional que visam subsidiar os projetos e a gestão operacional dos mesmos. Porém, verifica-se na literatura que os estudos contemplam o desenvolvimento de técnicas de otimização e simulação que buscam atingir um objetivo único, que retrata o desejo do gestor, sem se preocupar com as relações de dependência entre os demais objetivos operacionais. Neste trabalho foi feita uma comparação entre dois objetivos operacionais conflitantes, analisando as relações de dependência entre os mesmos. Para tal estudo, aplicou-se a metodologia desenvolvida ao sistema adutor metropolitano de abastecimento da grande São Paulo, conhecido como Alça Leste. Entre os objetivos operacionais selecionados para estudo estão: a minimização da variação da vazão na ETA e a minimização do custo com energia elétrica no “booster”. A técnica de otimização utilizada é a programação linear, sendo que a rotina utiliza o pacote de otimização GAMS com o “solver” CONOPT. O problema apresenta natureza não-linear, porém utiliza-se procedimentos iterativos da programação linear, com o que se obteve soluções muito satisfatórias.

**Abstract** - The application of specific operational research modeling tools to the operation planning of urban water supply systems has allowed to have better design criteria and operational management. However, the solutions described in a broad literature review have encompassed the use of simulation and optimization models addressing only a single objective which represents the main decision maker expectations without any effort to include any other objective. This work takes two conflicting operational objectives into account aiming at a comparison between them. The methodology is applied to the water supply main network of the metropolitan region of São Paulo, which is called “Alça Leste”. The minimization of the temporal variability of the water flow into the treatment station (ETA) and the operation cost minimization were selected among the possible set of operational objectives. A linear programming algorithm is adopted by using the commercial

---

<sup>1</sup> Departamento de Recursos Hídricos – Faculdade de Engenharia Civil – UNICAMP, Av. Albert Einstein, 951, Campinas – SP – 13083-970 – Caixa Postal 6021 - Tel (19) 37882376 – e-mail: francato@fec.unicamp.br

<sup>2</sup> Departamento de Recursos Hídricos – Faculdade de Engenharia Civil – UNICAMP, Av. Albert Einstein, 951, Campinas – SP – 13083-970 – Caixa Postal 6021 - Tel (19) 37882359 – e-mail: franco@fec.unicamp.br

package GAMS with the solver CONOPT. The non-linear structure of the problem is surpassed by successive iterations.

**Palavras-chave** - Redes Hidráulicas, Otimização Multiobjetivo, Programação Linear, Recursos Hídricos, Abastecimento de Água.

## INTRODUÇÃO

O problema da operação dos sistemas urbanos de abastecimento de água representa um desafio tecnológico em muitas cidades do estado de São Paulo e do Brasil. Durante o desenvolvimento deste trabalho de pesquisa realizaram-se visitas técnicas a várias empresas responsáveis pelo abastecimento de água em cidades de pequeno, médio e grande porte. Nessas visitas, procurou-se entrevistar os gestores responsáveis pela operação dos sistemas e assim identificar potenciais problemas que desafiam a operação dos mesmos. Dentre os problemas mais comuns, destacam-se: o elevado índice de perdas físicas de água, volumes inadequados dos reservatórios que dificultam a manutenção de uma adução constante na ETA, despesas elevadas com energia elétrica, constante necessidade de manobras emergenciais, cadastros técnicos desatualizados, dentre outros.

A busca pela gestão eficiente dos sistemas urbanos de abastecimento de água é fortemente dependente dos objetivos e práticas operacionais adotadas em cada sistema de abastecimento. Verifica-se que o trabalho no setor de operações em um sistema de abastecimento requer decisões eficientes e em tempo real. A aplicação de uma regra operacional inadequada pode ser desastrosa para a operação do sistema, pois haverá conflito e certamente uma parcela de sacrifícios evitáveis entre os objetivos operacionais. No entanto, a pesquisa revelou que os aspectos sistêmicos da operação, incluindo a identificação de gargalos de componentes do sistema associados ao projeto inadequado ou fruto de expansões emergenciais, nem sempre são reconhecidos pelos gestores.

Este trabalho tem como objetivo avaliar o compromisso entre dois objetivos operacionais, investigando relações de dependência entre tais. A identificação dos objetivos operacionais foi realizada em Francato (2002) em que se realizou um programa de visitas a empresas de abastecimento urbano de água e assim obtiveram-se os objetivos operacionais procurados pelos gestores. Neste trabalho utilizam-se dois objetivos que são: a minimização da flutuação da vazão média na ETA (Estação de Tratamento de Água) e a minimização da vazão bombeada no “booster”. A aplicação do estudo é realizada sobre parte do sistema macro adutor da região metropolitana da

grande São Paulo, o qual representa um sistema de porte expressivo e com flexibilidade operacional suficiente para a aplicação de uma modelagem matemática de otimização.

## **REVISÃO DE LITERATURA**

A preocupação com o planejamento da operação dos sistemas urbanos de abastecimento de água ganhou destaque nas últimas décadas, principalmente nos países desenvolvidos, onde o crescimento industrial é expressivo. A complexidade dos sistemas acompanhou o crescimento e diversificação da demanda e, assim, surgiram dificuldades operacionais. Na tentativa de gerir os sistemas, houve a necessidade da aplicação da análise de sistemas como ferramenta de apoio para que os operadores pudessem tomar decisões de maneira estruturada.

A busca da operação eficiente de redes hidráulicas para abastecimento urbano de água também é desenvolvida em outros países, pois tal problema é agravado com a escassez de recursos hídricos. As técnicas de planejamento e operação de sistemas de abastecimento de água já vêm sendo utilizadas há algum tempo em muitos países, como é o caso da França, Alemanha, etc. Esses países, além de necessitarem de técnicas de abastecimento de água eficientes, também definem, de forma sistemática, políticas de controle e adequação da oferta ao consumo.

Na tentativa de redução de custos operacionais em um sistema de abastecimento de água para Austin, Texas-EUA, Brion e Mays (1991) testaram um modelo de otimização e simulação conseguindo, com uma política otimizada de bombeamento, uma redução de 17,3% no custo operacional que vinha sendo realizado até então (modelo PMPOPR - Pump Operation). Ormsbee e Reddy (1995) aplicaram um algoritmo de otimização em Washington-DC e obtiveram resultados significativos com a política fornecida pelo modelo, observando uma redução de 6,9% nos custos com energia elétrica.

A despeito de muitas técnicas de otimização já estarem disponíveis no Brasil e em outros países, evidencia-se pouca frequência de abordagens multiobjetivo ao problema. O grau de compromisso entre as soluções na operação merece ser avaliado para que seja possível tomar decisões sobre o problema da operação não apenas com base em um único objetivo. Vários trabalhos têm sido realizados para diminuir os índices de perdas nas redes, minimizar os custos nos sistemas e desenvolver medidas operativas ótimas para equalizar as pressões na distribuição. Verificam-se dificuldades no dia-a-dia da operação de sistemas de abastecimento de água para os operadores manipularem múltiplos objetivos, muitos dos quais se apresentando de maneira analítica não estruturada, evidenciando, assim, a necessidade do desenvolvimento de ferramentas de auxílio à tomada de decisão.

Será que a minimização dos custos diretos, como por exemplo, o custo relativo à energia elétrica deve ser o principal objetivo operacional de um sistema? Qual o acréscimo, no custo com

energia elétrica, caso seja considerado também como objetivo a minimização da pressão nos nós da rede (mantidas as pressões mínimas de norma)? Ou ainda, quanto influencia a oscilação de vazão na ETA? Essas questões não têm respostas imediatas e somente uma modelagem pode fornecer as relações de compromissos entre as soluções. Tais questões foram objeto de investigação em Francato (2002). É importante destacar que, embora cada um dos objetivos já tenha sido tratado individualmente em muitos trabalhos citados na literatura, o tratamento multiobjetivo do problema foi pouco explorado.

### **A Aplicação da Análise de Sistemas**

A aplicação da análise de sistemas na engenharia de recursos hídricos é um campo relativamente novo e vem-se aprimorando paralelamente ao desenvolvimento dos recursos computacionais, haja vista que os grandes sistemas necessitam de análises complexas, envolvendo muitas variáveis, praticamente impossíveis de serem efetuadas sem o uso de algoritmos matemáticos, implementados por meio de um código computacional.

Muitas áreas do conhecimento estão envolvidas na análise de sistemas aplicada a recursos hídricos, equacionando variáveis de natureza distinta, tais como: engenharia, economia, sociologia, etc. Atualmente, com a possibilidade da execução de algoritmos matemáticos complexos em computadores pessoais, os profissionais podem detalhar os sistemas de maneira razoavelmente precisa, ficando mais próximo o equacionamento matemático da situação física real. Desse modo, pode-se dedicar mais tempo à análise da consistência dos resultados, estudo de novas formulações, rearranjo dos sistemas, medidas de reabilitação, etc.

O uso de recursos da análise de sistemas, em contrapartida às ferramentas tradicionais, geralmente conduz a uma melhoria substancial em projetos, planejamento e operação de sistemas. Segundo Simonovic (1998), é comum encontrarem-se ganhos de até 30% que se traduzem em uma enorme economia nos grandes empreendimentos, na ordem de dezenas ou centenas de milhões de dólares.

### **A Modelagem dos Sistemas Urbanos de Abastecimento de Água**

A modelagem da operação de sistemas de abastecimento de água vem-se tornando alvo de pesquisa teórica e aplicada nos centros de pesquisa dos países que se deparam com o problema de escassez de recursos hídricos, ou que apresentam uma consciência ecológica de uso racional do recurso. No Brasil, principalmente na última década, alguns grupos de pesquisa vêm-se dedicando ao tema e assim desenvolvendo modelagens de apoio aos gestores de sistemas.

Nos últimos anos, as técnicas de pesquisa operacional vêm ganhando papel de destaque na análise dos sistemas de recursos hídricos, pois possibilitam uma modelagem mais realística dos problemas, viabilizando a solução em microcomputadores.

Os modelos matemáticos são representações idealizadas e são expressos por meio de termos e símbolos matemáticos, formando equações e inequações. Os conjuntos de equações e inequações matemáticas do modelo reproduzem a essência do problema. A análise de redes hidráulicas malhadas foi sistematizada inicialmente por Cross em 1936 que propôs um método iterativo de cálculo manual (atualmente disponível em programas computacionais), que se tornou amplamente conhecido como “Método de Hardy-Cross”, sendo utilizado até hoje.

Existem muitos trabalhos na literatura que representam a modelagem dos sistemas de abastecimento de água, sendo predominantemente desenvolvidos para a análise de projetos de redes hidráulicas, como o “Método da Teoria Linear” (Wood e Charles, 1972). Somente nas últimas décadas, é que se verifica uma preocupação com a operação dos sistemas, bem como a operação em condições particulares como é o caso de emergências, situações de déficit, panes no sistema, racionamento de energia, etc. Os trabalhos de otimização em redes hidráulicas têm formulado como função objetivo, principalmente, a minimização de custos com bombeamento, não dando merecida atenção para outros objetivos. Para a modelagem da operação dos sistemas, são utilizadas técnicas de pesquisa operacional e, dentre elas, pode-se destacar a programação linear, a programação não-linear, a programação inteira mista, a programação dinâmica, a simulação, a otimização de fluxo em redes e combinações entre as técnicas. Ormsbee e Lansey (1994) analisam as principais técnicas de modelagem, destacando as principais contribuições para o estudo de sistemas de abastecimento. Brion e Mays (1991) lembram a necessidade de se fazer uma análise de sensibilidade para excluir a possibilidade de ótimos locais ao invés dos ótimos globais quando se utilizam as técnicas de programação não-linear.

A previsão de demanda é um passo fundamental para que se possa obter uma política de operação do sistema de abastecimento, principalmente para operações em tempo real. Notando a lacuna existente nos modelos de previsão de demanda, Zahed Filho (1990) propôs um modelo que visa atender a três requisitos básicos: (a) previsão de resultados compatíveis com desvios aceitáveis de operação, (b) facilidade de processamento, (c) flexibilidade de implementação de correções.

A modelagem da operação dos sistemas de abastecimento de água visa obter uma política de operação que, segundo Ormsbee e Lansey (1994), nada mais é do que um grupo de regras que agendam e indicam quando as bombas devem ser ligadas ou desligadas; quais as porcentagens de abertura das respectivas válvulas de controle; qual a política de esvaziamento e enchimento dos reservatórios, etc. As regras são formuladas para um dado horizonte de planejamento subdividido em intervalos discretos de operação.

As estratégias de controle operacional podem ser locais ou centrais e são muito variadas e dependem de alguns fatores como: complexidade do sistema e disponibilidade de recursos técnicos e financeiros. Segundo Zahed Filho (1990), o controle automático dos sistemas demonstra, em certos casos, a redução de custos operacionais e o aumento da segurança e da confiabilidade, permitindo obter resultados essenciais para o planejamento futuro do sistema.

### **A Abordagem Multiobjetivo do Problema**

O recurso água é usado para um grande número de objetivos como: abastecimento de água para uso doméstico, abastecimento de água para o setor industrial, geração de energia elétrica, irrigação, navegação, etc. Muitos dos projetos de recursos hídricos do passado atentavam somente para um único objetivo. Atualmente, os projetos com esse enfoque estão cedendo lugar aos projetos de múltiplos objetivos, em que muitos objetivos competem, entre si, pelos mesmos recursos. Planejamento e gerenciamento com múltiplos objetivos em recursos hídricos envolvem mais que uma simples combinação de elementos, mas sim uma análise de conflitos entre os objetivos. Os recursos são necessariamente limitados e existem muitos conflitos devido aos interesses adversos.

Na engenharia, muitas vezes, a concepção de um projeto ou sua operação deve atender a vários objetivos ou critérios. Se os objetivos são conflitantes, então o problema torna-se encontrar a melhor solução de compromisso com grau de satisfação dos objetivos definidos em função da escolha do decisor. As técnicas de análise multiobjetivo ou multicriterial têm se revelado como recurso significativo de apoio à tomada de decisão, especialmente em problemas de interesse social. Em muitos problemas práticos, deseja-se atender a vários objetivos ou metas satisfazendo um conjunto de restrições impostas por condições físicas do sistema, limitações de recursos, condicionantes de ordem social, etc. A Programação Multiobjetivo ou Análise Multiobjetivo apresenta atualmente uma ampla variedade de resultados e métodos destinados à aplicação em problemas que envolvam múltiplos objetivos.

Num processo de tomada de decisão, vários aspectos (econômicos, sociais, políticos, ambientais, etc) necessitam ser considerados simultaneamente. É raro uma decisão ser tomada em função de um único objetivo, até mesmo em processos corriqueiros como a compra de um eletrodoméstico. No setor de recursos hídricos, os processos decisórios envolvem múltiplos objetivos e múltiplos decisores, estabelecendo conflitos de interesse entre grupos com visões distintas acerca das metas a serem adotadas no planejamento e gestão de recursos hídricos. A otimização multiobjetivo surgiu na seqüência do desenvolvimento dos trabalhos com otimização. No início da aplicação das rotinas de otimização, qualquer benefício advindo da aplicação era interessante, uma vez que ganhos sensíveis eram notados. Porém, com o estudo de diversos objetivos operacionais que os sistemas devem atender, verificou-se que uma formulação mais

abrangente necessitaria ser desenvolvida e assim ocorreram muitos avanços no campo da otimização multiobjetivo. Um economista de origem francesa e italiana chamado Pareto (1848-1923) foi quem primeiro desenvolveu o princípio da otimização multiobjetivo para uso em economia. Suas teorias tornaram-se conhecidas como “conceito de otimalidade de Pareto”.

Em problemas multiobjetivo, procura-se encontrar valores para as variáveis de decisão que otimizem as funções-objetivo simultaneamente. Desta maneira, a solução é escolhida dentro de um grupo de soluções, chamado de soluções não-dominadas, ou ainda grupo de soluções ótimas de Pareto. Em geral, para problemas multiobjetivo, a solução ótima obtida pela otimização das funções-objetivo individualmente não é uma solução factível para o problema multiobjetivo.

A região do espaço de soluções sobre a qual se situa a solução ótima do problema multiobjetivo é designada como região ótima de Pareto e caracteriza o campo de soluções no qual o decisor pode fazer sua escolha. Cohon e Marks (1975) concluem, no entanto, que essas soluções são equivalentes entre si, ou seja, podemos dizer que elas pertencem a um conjunto de soluções conhecidas como “Conjunto das Soluções não-Dominadas”. A equivalência diz respeito à impossibilidade de eleger uma solução como superior à outra, exceto se for considerada a estrutura de preferência do decisor.

Goulter (1986) assinala que a grande maioria dos modelos de otimização para redes de abastecimento público de água tem preocupação somente com o custo físico da rede. No entanto, há outros fatores que não têm implicações diretamente monetárias e que são difíceis de serem considerados, como, por exemplo: confiabilidade e segurança, os quais são fatores difíceis de serem quantificados em termos puramente monetários, mas sem dúvida, fatores importantes ao projeto da rede. No Brasil, verifica-se um crescente interesse pela utilização das técnicas de análise multiobjetivo no tratamento de problemas de recursos hídricos, ainda que a maior parte limitada a estudos acadêmicos. Segundo Barbosa (1997), esta é uma tendência internacional e irreversível, representando um marco de evolução das sociedades democráticas com interesse na racionalização da utilização dos recursos.

## **MODELAGEM DO PROBLEMA**

A modelagem desenvolvida em Francato (2002) faz uso do Método dos Pesos como Método Multiobjetivo, em que cada função objetivo é multiplicada por uma fração da unidade. Tal fração é traduzida por um coeficiente de peso para cada função, representado por  $w_i$ . As funções ponderadas são somadas para obter uma única função; a qual pode ser facilmente otimizada usando algum método de solução mono-objetivo.

Nesse método, os coeficientes de peso são assumidos a priori. Esses coeficientes são, então, variados de forma paramétrica gerando um conjunto de soluções ótimas factíveis, conhecido como

grupo de soluções ótimas de Pareto. O decisor seleciona os valores das variáveis desse conjunto de soluções conforme sua preferência particular (caso de decisor único) ou via negociação (caso de múltiplos decisores).

A modelagem da rede hidráulica faz uso do Método da Teoria Linear baseada em Wood e Charles (1972) que propuseram um método alternativo para a análise de redes hidráulicas com circuitos fechados, baseado na linearização das equações envolvidas no sistema e fazendo uma aproximação inicial para o cálculo da perda de carga no circuito. Basicamente, o cálculo da perda de carga nos trechos de uma rede hidráulica é feito através de uma equação similar à equação (1).

$$\Delta h_i = K.Q_i^n \quad (1)$$

onde  $\Delta h_i$  representa a perda de carga na iteração  $i$  de um dado trecho da malha,  $K$  é o Coeficiente para cálculo da perda de carga referente a iteração  $i$ ,  $Q_i$  é a vazão no trecho para a iteração  $i$ ,  $n$  é o expoente da vazão na expressão para cálculo da perda de carga ( $n$  igual a 2 para a fórmula universal de perda de carga).

O Método da Teoria Linear propõe a linearização das equações das malhas desacoplando o termo referente à vazão, que tem expoente  $n$ , em dois termos, sendo um deles com expoente unitário e outro com expoente  $(n-1)$ , conforme a equação (2).

$$\Delta h_i = K.(Q_{i-1})^{n-1}.Q_i \quad (2)$$

O processo iterativo pode ser montado com a adoção da constante  $K^*$ , que é determinada na equação 3.

$$K^* = K.(Q_{i-1})^{n-1} \quad (3)$$

onde  $K^*$  representa o coeficiente para cálculo da perda de carga referente à iteração  $i$ , com o valor da vazão da iteração  $(i-1)$ ;

Substituindo  $K^*$  na equação (2) chegamos a equação (4), que se torna linear a cada iteração.

$$\Delta h_i = K^*.Q_i \quad (4)$$

A solução do sistema de equações fornece valores aproximados de vazões, pois se utiliza um processo aproximado para o cálculo da perda de carga nos trechos. Novos valores de  $K^*$  são calculados com os novos valores de vazão e assim o processo vai se repetindo iterativamente, até



que seja atingida uma tolerância aceitável na diferença das vazões entre uma iteração e outra, conforme a expressão (5).

$$|\Delta Q| = |Q_i - Q_{i-1}| \leq \text{Tolerância} \quad (5)$$

onde  $\Delta Q$  é a diferença na vazão entre uma iteração  $i$  e a iteração  $(i-1)$ .

Para o início do procedimento de cálculo, necessita-se determinar um valor inicial de  $K^*$  para calcular a primeira perda de carga, então determinando a necessidade de uma estimativa inicial para as vazões nos trechos. Wood e Charles (1972) aconselham que o primeiro valor de  $K^*$  pode ser independente da vazão, ou seja, pode-se fazer o valor de  $K^*$  igual a  $K$ . Dessa maneira, o início do processo iterativo não necessita de estimativa inicial de vazões nos trechos da malha. Vale lembrar que essa estimativa de  $K^*$  poderia, em princípio, aumentar o número de iterações para a convergência do processo iterativo, porém a diferença no tempo de processamento nos computadores atuais é quase imperceptível.

### **Funções-objetivo consideradas na modelagem**

Para o estudo do grau de compromisso entre dois objetivos operacionais optou-se pelas seguintes funções: a) redução de oscilação da vazão de adução na ETA e b) minimização da vazão bombeada no “booster”.

A justificativa pela seleção de tais funções é dada pelos seguintes motivos: A redução da flutuação na vazão da ETA facilita a dosagem dos componentes químicos para o processo de tratamento, melhorando a qualidade do produto “água tratada” decorrente de uma atenuação nas manobras no sistema; já a redução da vazão bombeada no “booster” tem implicações diretamente econômicas uma vez que minimizando a vazão minimiza-se o consumo de energia elétrica que, no caso dos sistemas de abastecimento de água, é algo expressivo. Verificou-se que esses objetivos são conflitantes entre si para um mesmo sistema, como é o caso da redução da oscilação da vazão de adução na ETA e a redução de custos com bombeamento, o que exige que os gestores assumam decisões de priorização de um objetivo em sacrifício (parcial) de outro. Não obstante, no caso mais geral de operação de uma rede, existem também objetivos complementares entre si.

### **Minimização da flutuação na vazão da ETA**

Essa função objetivo é traduzida pela equação (6) abaixo:

$$Z_1 = \sum_{t=1}^{24} |\Delta Q_t| \quad (6)$$

onde:

$$\Delta Q_t = Q_{ETA_t} - Q_M \quad (7)$$

com  $Z_1$  igual a função objetivo 1,  $\Delta Q_t$  igual a variação da vazão na ETA no tempo  $t$  ( $m^3/s$ );  $Q_{ETA_t}$  representa a vazão aduzida na ETA no tempo  $t$  ( $m^3/s$ ) e  $Q_M$  a vazão média aduzida na ETA ( $m^3/s$ ),  $t$  o índice referente ao tempo.

### Minimização da vazão bombeada pelo “booster”

Essa função objetivo é traduzida pela equação (8) abaixo:

$$Z_2 = \sum_{t=1}^{24} Q_{BOOSTER_t} \quad (8)$$

onde  $Z_2$  representa a função objetivo 2,  $Q_{BOOSTER_t}$  é igual a vazão, no tempo  $t$ , no trecho onde o “booster” está instalado ( $m^3/s$ ).

### Formulação multiobjetivo

$$\text{Min}(Z) = \text{Min}(w_1 \cdot Z_1 + w_2 \cdot Z_2) \quad (9)$$

onde  $w_1$  é o coeficiente de peso associado a função objetivo 1,  $w_2$  é o coeficiente de peso associado a função objetivo 2.

### Restrições do problema

As equações (denominadas restrições) que seguem expressam a necessidade de observância às leis físicas do fluxo de água na rede e demais componentes do sistema em estudo, bem como, condições operacionais (ex.: volume mínimo e máximo dos reservatórios) a serem observadas.

### Balço de massa nos nós

Em cada nó da rede deve ser observada a equação da continuidade:

$$\sum QT_{n,t} = \sum QT_{n,t}^- + QD_n \times CD_t \quad (10)$$

onde  $QT_{n,t}$  refere-se a vazão que chega ao nó  $n$  no tempo  $t$  ( $m^3/s$ ),  $QT_{n,t}^-$  é a vazão que sai do nó  $n$  no tempo  $t$ ,  $QD_n$  é a demanda média no nó  $n$  ( $m^3/s$ ) e  $CD_t$  é o coeficiente de demanda (curva neutra) no tempo  $t$ .

## Balanço de energia nos trechos da rede

Esse balanço é expresso em termos das cotas piezométricas dos nós:

$$CP_{jus_{l,t}} = CP_{mont_{l,t}} - PC_{l,t} - PCV_{v,t} + HMB_{b,t} \quad (11)$$

onde  $CP_{jus_{l,t}}$  é a cota piezométrica de jusante do trecho  $l$  no tempo  $t$  (mca),  $CP_{mont_{l,t}}$  é a cota piezométrica de montante do trecho  $l$  no tempo  $t$  (mca),  $PC_{l,t}$  é a perda de carga no trecho  $l$  no tempo  $t$  (mca),  $PCV_{v,t}$  é a perda de carga concentrada na válvula  $v$  no tempo  $t$  (mca),  $HMB_{b,t}$  é a altura manométrica fornecida pelo “booster”  $b$  no tempo  $t$  (mca),  $l$  é o índice referente ao trecho,  $t$  é o índice referente ao tempo,  $v$  é o índice referente à válvula,  $b$  é o índice referente ao “booster”.

## Regime de operação dos reservatórios

Essa equação traduz a equação da continuidade aplicada aos reservatórios. Ao invés de volumes armazenados optou-se por trabalhar com os níveis de água nos reservatórios:

$$HR_{r,t+1} = HR_{r,t} + (QT_{r,t} - QD_{r,t}) \times \frac{\Delta t}{SB_r} \quad (12)$$

onde  $HR_{r,t+1}$  é o nível d’água no reservatório  $r$  no tempo  $t+1$  (m),  $HR_{r,t}$  é o nível d’água no reservatório  $r$  no tempo  $t$  (m),  $QT_{r,t}$  é a vazão afluyente ao reservatório  $r$  no tempo  $t$  ( $m^3/s$ ),  $QD_{r,t}$  é a demanda associada ao reservatório  $r$  no tempo  $t$  ( $m^3/s$ ),  $\Delta t$  é o intervalo de tempo (s),  $SB_r$  é a área da seção da base do reservatório cilíndrico  $r$  ( $m^2$ ) e  $r$  é o índice referente ao reservatório.

## Manutenção dos níveis máximos e mínimos nos reservatórios

Nessa equação limitam-se os níveis operacionais máximos e mínimos dos reservatórios:

$$HR_{mín,r} \leq HR_{r,t} \leq HR_{máx,r} \quad (13)$$

onde  $HR_{r,t}$  representa o nível d’água no reservatório  $r$  no instante  $t$ ,  $HR_{mín,r}$  é o nível d’água mínimo de armazenamento no reservatório  $r$  (m) e  $HR_{máx,r}$  é o nível d’água máximo de armazenamento no reservatório  $r$ (m).

## Regime de operação do "booster"

Essa equação apresenta a rotação operacional do “booster”, uma vez que o mesmo foi modelado para operação com rotação variável, ajustada em função do ponto de funcionamento requerido, altura manométrica e vazão:

$$n_{b,t} = A_0 + \sqrt{A_1 + A_2 + A_3} \quad (14)$$

onde:

$$A_0 = -\frac{n_{n,b}}{2 \cdot C_{0,b}} \times C_{1,b} \times QT_{b,t} \quad (15)$$

$$A_1 = -C_{1,b} \times QT_{b,t} \times QT_{b,t}^{ant} \quad (16)$$

$$A_2 = 4 \times C_{0,b} \times C_{2,b} \times QT_{b,t} \times QT_{b,t}^{ant} \quad (17)$$

$$A_3 = 4 \times C_{0,b} \times HMB_{b,t} \quad (18)$$

onde  $n_{b,t}$  representa a rotação do “booster” b no tempo t (rpm),  $n_{n,b}$  é a rotação nominal do “booster” b (rpm),  $C_{0,b}$  é o coeficiente 0 da curva manométrica do “booster” b,  $C_{1,b}$  é o coeficiente 1 da curva manométrica do “booster” b,  $C_{2,b}$  é o coeficiente 2 da curva manométrica do “booster” b,  $QT_{b,t}$  é a vazão no “booster” b no tempo t ( $m^3/s$ ),  $QT_{b,t}^{ant}$  é a vazão no “booster” b no tempo t na iteração anterior ( $m^3/s$ ),  $HMB_{b,t}$  é a altura manométrica no “booster” b no tempo t (mca) e b é o índice referente ao “booster”.

### **Limitação das rotações máximas e mínimas da bomba do "booster"**

Como a formulação do “booster” é feita para rotação variável, faz-se necessário colocar limites operacionais máximos e mínimos de rotação:

$$n_{mín,b} \leq n_{b,t} \leq n_{máx,b} \quad (19)$$

onde  $n_{mín,b}$  representa a rotação mínima operacional para o “booster” b no tempo t (rpm) e  $n_{máx,b}$  é a rotação máxima operacional para o “booster” b no tempo t (rpm).

### **Limitação das alturas manométricas máximas e mínimas do "booster"**

As alturas manométricas do ponto de funcionamento do “booster” precisam ser limitadas a valores máximos e mínimos operacionais:

$$HMB_{mín,b} \leq HMB_{b,t} \leq HMB_{máx,b} \quad (20)$$

onde  $HMB_{mín,b}$  é a altura manométrica mínima operacional para o “booster” b (mca),  $HMB_{máx,b}$  é a altura manométrica máxima operacional para o “booster” b (mca).

### Limitação das pressões máximas e mínimas nos nós da rede

Essa equação observa os limites operacionais de pressões dinâmicas nos nós da rede

$$P_{\min} \leq CP_{n,t} - CG_n \leq P_{\max} \quad (21)$$

onde  $CP_{n,t}$  é a cota piezométrica do nó  $n$  no tempo  $t$  (mca),  $CG_n$  é a cota geométrica do nó  $n$  (m),  $P_{\min}$  é o limite mínimo de pressão (mca),  $P_{\max}$  é o limite máximo de pressão (mca).

### Limitação de velocidades máximas (em módulo) nos tubos da rede

Atendendo as condições limites de velocidades em tubulações de redes aplica-se a seguinte equação:

$$V_{\min} \leq V_{l,t} \leq V_{\max} \quad (22)$$

onde:

$$V_{l,t} = \frac{4 \times QT_{l,t}}{\pi \times D_l^2} \quad (23)$$

onde:  $D_l$  é o diâmetro do trecho  $l$  (m),  $QT_{l,t}$  é a vazão do trecho  $l$  no tempo  $t$  ( $m^3/s$ ),  $V_{\min}$  é a velocidade mínima permissível no trecho (m/s),  $V_{\max}$  é a velocidade máxima permissível no trecho (m/s) e  $V_{l,t}$  é a velocidade do trecho  $l$  no instante  $t$ .

### Cálculo da perda de carga em cada trecho da rede

O equacionamento da perda de carga pode ser feito utilizando-se a Fórmula Universal, ou por meio de fórmulas empíricas (como, por exemplo, a Fórmula de Hazen-Williams) dependendo dos dados disponíveis sobre as paredes das tubulações.

No trabalho com a Fórmula Universal, a constante  $FPC_{l,t}$  está associada à perda de carga ocorrida no trecho, sendo o valor do fator de atrito obtido pela fórmula de Colebrook-White. A simplificação adotada para tratar as não-linearidades consiste em desacoplar o termo quadrático das vazões em cada trecho  $(QT_{l,t})^2$  em duas parcelas:  $QT_{l,t}$  e  $QT_{l,t}^{ant}$  (equação 4). O valor de  $QT_{l,t}^{ant}$  sempre será conhecido, uma vez que ele é assumido como sendo igual ao valor da iteração anterior para o mesmo trecho. Para a primeira iteração, assume-se o valor de  $QT_{l,t}^{ant}$  igual a 1. Assim, o problema que tem natureza não-linear torna-se linear a cada iteração.

$$PC_{l,t} = FPC_{l,t} \times QT_{l,t} \quad (24)$$

onde:  $FPC_{l,t}$  é o coeficiente de cálculo da perda de carga no trecho  $l$  no tempo  $t$  ( $s/m^2$ ).

$$FPC_{l,t} = \frac{8 \times f_{l,t} \times L_1 \times QT_{l,t}^{ant}}{\pi^2 \times D_1^5 \times g} \quad (25)$$

onde:  $QT_{l,t}^{ant}$  é a vazão no trecho l no tempo t na iteração anterior ( $m^3/s$ ),  $f_{l,t}$  é o fator de atrito para o trecho l no tempo t e  $L_1$  é o comprimento do trecho l (m).

Para o trabalho com a fórmula de Hazen Willians, o equacionamento é semelhante alterando-se apenas o cálculo de  $FPC_{l,t}$ . Observa-se que a opção pela fórmula de Hazen-Willians é mais simples uma vez que não é necessário o cálculo de equações transcendentes como no caso da Fórmula Universal em que se utiliza da expressão de Colebrook-White para a determinação do fator de atrito  $f_{l,t}$ .

$$FPC_{l,t} = \frac{10.64 \times (QT_{l,t}^{ant})^{0.85} \times L_1}{D_1^{4.87} \times C_1^{1.85}} \quad (26)$$

onde:  $C_1$  é o Coeficiente C de Hazen-Willians para o trecho l e  $L_1$  é o comprimento do trecho l (m).

### Cálculo da abertura das válvulas de controle

Para que a política operacional fornecida pelo modelo seja implementada é necessário conhecer as regras de operação das válvulas anexas aos reservatórios:

$$X_{v,t} = 100 \times \left[ 1 - \left( \frac{K_{v,t}}{K_{v,máx}} \times \left( 2 - \frac{K_{v,t}}{K_{v,máx}} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (27)$$

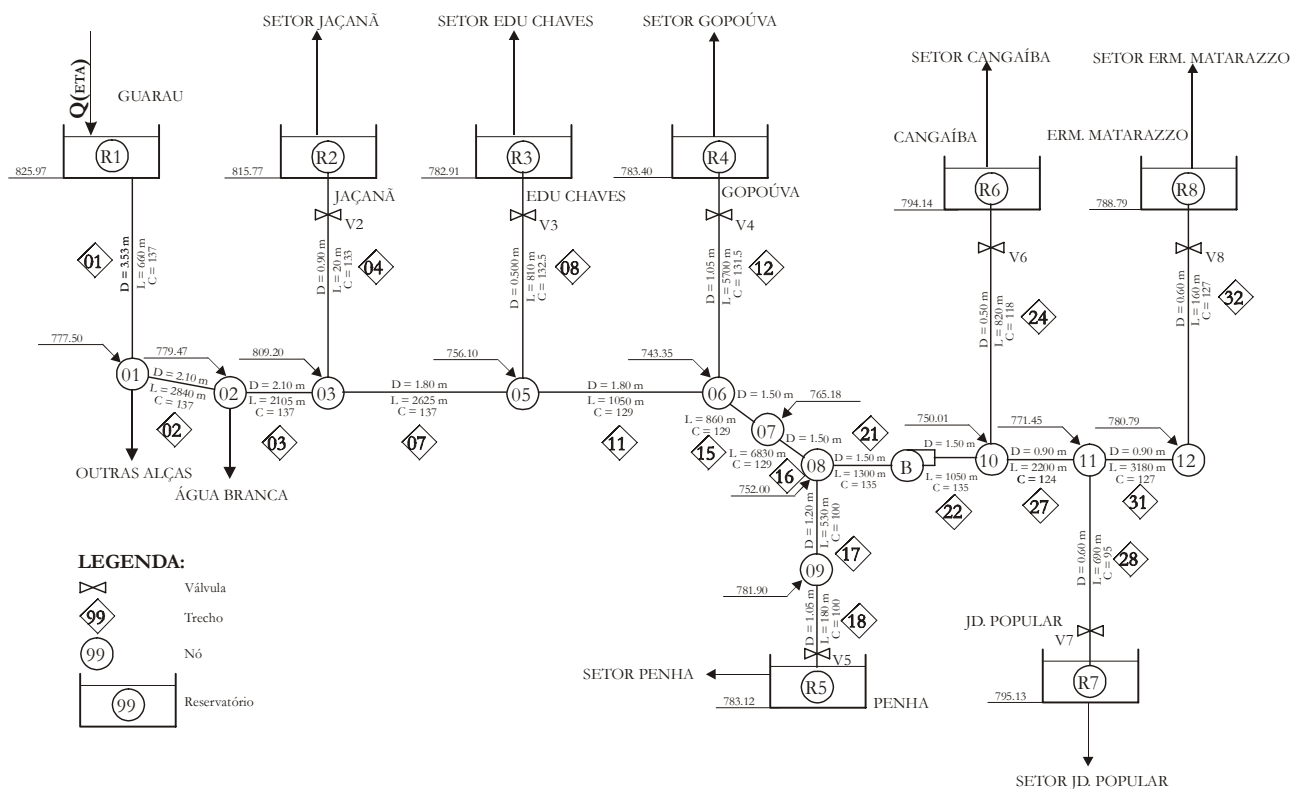
onde:

$$K_{v,t} = \frac{PCV_{v,t} \times \pi^2 \times D_1^4 \times g}{8 \times QT_{v,t}^2} \quad (28)$$

onde:  $X_{v,t}$  é a abertura da válvula v no tempo t (%),  $K_{v,máx}$  é o coeficiente de perda de carga localizada máxima para a válvula v no tempo t,  $K_{v,t}$  é o coeficiente de perda de carga localizada para a válvula v no tempo t e  $QT_{v,t}$  é a vazão na válvula v no tempo t ( $m^3/s$ ).

### ESTUDO DE CASO

Apresenta-se na Figura 1 a topologia da Alça Leste, onde estão contidas informações pertinentes para a modelagem da rede. É possível observar sua topologia, apresentada esquematicamente, mostrando suas principais características físicas pertinentes à modelagem que se pretende implementar. Os valores dos comprimentos e diâmetros dos tubos estão indicados na Figura 1, bem como as cotas topográficas dos nós.



**Figura 1** – Topologia do Sub-Sistema Adutor Metropolitano (São Paulo) – Alça Leste

Observa-se que o esquema apresentado foi desenhado com as devidas adaptações da rede para propiciar a modelagem da mesma. Nos trechos entre nós de demanda que apresentavam diâmetros e coeficientes de rugosidade diferentes, optou-se por encontrar representação hidráulica equivalente para o trecho, com um único valor nominal de diâmetro, comprimento e coeficiente de rugosidade que apresentasse uma perda de carga equivalente à perda de carga calculada pela soma dos trechos. Admitiu-se que as válvulas estejam instaladas bem próximas aos seus respectivos reservatórios. Para os valores de demanda aplicada aos reservatórios, trabalhou-se com o perfil típico de demanda horária ao longo da semana e com isso obtiveram-se curvas de demanda a cada reservatório.

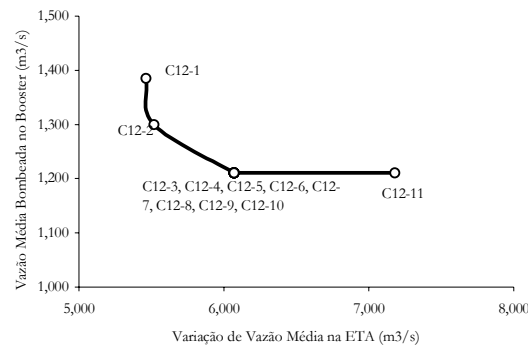
### Análise multiobjetivo para as funções $Z_1$ e $Z_2$

A função objetivo  $Z_1$  busca obter a minimização da flutuação da vazão na ETA, o que facilita e melhora a eficiência no sistema de tratamento de água. Já a função objetivo  $Z_2$  busca a minimização da vazão bombeada no “booster”, pois, desconsiderando-se a diferenciação nas tarifas por horários, uma minimização na vazão bombeada significa uma minimização nos gastos com energia elétrica. Na tabela 1, apresentam-se os coeficientes utilizados, com variação paramétrica, como próprio do Método dos Pesos adotado nesta formulação multiobjetivo.

**Tabela 1** - Combinações de Pesos - Funções  $Z_1$  e  $Z_2$

Combinações de Pesos	Pesos associados a cada função objetivo	
	$Z_1$	$Z_2$
	$w_1$	$w_2$
C12-1	1,0	0,0
C12-2	0,9	0,1
C12-3	0,8	0,2
C12-4	0,7	0,3
C12-5	0,6	0,4
C12-6	0,5	0,5
C12-7	0,4	0,6
C12-8	0,3	0,7
C12-9	0,2	0,8
C12-10	0,1	0,9
C12-11	0,0	1,0

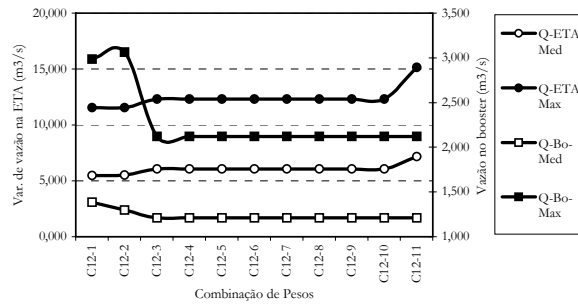
Observa-se da Figura 2 que a minimização da variação da vazão média na ETA provoca um aumento na vazão no “booster” e vice versa. Observa-se também que para um grupo de variação de pesos (C12-3, C12-4, C12-5, C12-6, C12-7, C12-8, C12-9, C12-10) a solução é a mesma. Isto ocorre devido à falta de sensibilidade que as variáveis apresentam em relação às combinações de pesos numa certa região do espaço viável das restrições.



**Figura 2** – Curva de soluções não-dominadas entre as funções objetivo  $Z_1$  e  $Z_2$  (Valores Médios)

Na Figura 3 são apresentadas as situações correspondentes ao valor médio e máximo em outra forma de visualização. Verifica-se que para as combinações C12-3 a C12-10 as soluções são iguais e apresentam um melhor compromisso entre os objetivos, tanto para a situação de médias, como para as situações de máximos.





**Figura 3** – Curvas integradas de soluções das funções objetivo  $Z_1$  e  $Z_2$

## SÍNTESE DOS RESULTADOS

Após o traçado das curvas de soluções não dominadas estudou-se uma forma de classificar o grau de compromisso entre as soluções para cada par de funções objetivo. O grau de compromisso entre as soluções fornece uma idéia de quanto um objetivo é sacrificado em benefício de outro.

Para obter um número que fornecesse uma idéia do grau de compromisso entre soluções, utilizou-se uma analogia com o conceito de elasticidade de demanda que é amplamente utilizado em economia. Desenvolveu-se o coeficiente  $\beta$  o qual é apresentado na equação 29.

$$\beta_{i,j} = \frac{\partial f_i}{\partial f_j} \times \frac{\bar{f}_j}{\bar{f}_i} \cong \frac{\Delta f_i}{\Delta f_j} \times \frac{\bar{f}_j}{\bar{f}_i} \quad (29)$$

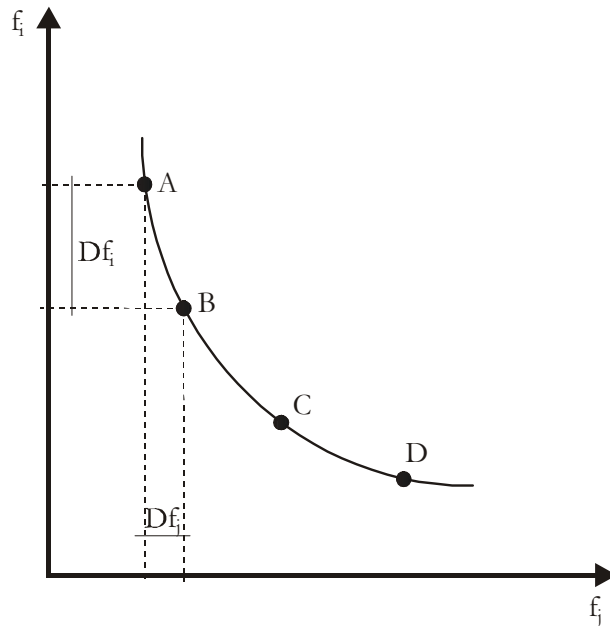
onde  $\beta_{i,j}$  é o coeficiente para classificar o grau de compromisso entre funções  $i$  e  $j$ ,  $f_j$  é a função objetivo  $j$  e  $f_i$  é a função objetivo  $i$ .

Na Figura 4 ilustra-se uma curva de soluções não dominadas entre duas funções objetivo e identificam-se regiões específicas com diferentes graus de compromisso entre soluções. A região AB da Figura 4 representa uma região de forte compromisso da função objetivo  $i$  com a função objetivo  $j$ . Na seqüência a região BC é de compromisso moderado e a região CD é de fraco compromisso. Se analisarmos relações contrárias, ou seja, da função objetivo  $j$  em relação à função objetivo  $i$  invertem-se os graus de compromisso de maneira dual.

Na Tabela 2, apresentam-se limites de grau de compromisso para a classificação das soluções.

**Tabela 2** – Classificação de compromissos

Coeficiente $\beta$	Grau de compromisso
$\beta \leq 1$	Fraco
$1 < \beta \leq 2$	Moderado
$2 < \beta$	Forte



**Figura 4** – Estudo de grau de compromisso entre funções objetivo

Para o estudo de caso do trabalho, calcula-se para as funções objetivo 1 e 2 um valor de  $\beta$  igual a 2,026, quando aplicado aos pares extremos. Isto denota pela classificação da tabela, um forte grau de compromisso.

## CONCLUSÕES

Foi apresentada neste trabalho uma formulação multiobjetivo para o problema do planejamento da operação de um sistema urbano de abastecimento de água. A hipótese subjacente à proposição da investigação empreendida é a de que os sistemas de abastecimento têm sido, na prática, operados sob múltiplos objetivos e que, no entanto, tal aspecto não tem sido devidamente considerado nos modelos computacionais até então desenvolvidos. Assim, o trabalho de pesquisa que se apresenta pretendeu trazer contribuições a uma melhor compreensão sobre os “trade-offs” entre dois objetivos operacionais considerados relevantes sob a ótica dos gestores de sistemas urbanos de abastecimento de água e a caracterização do grau de compromisso entre as funções objetivo estudadas. Isto foi feito através de modelo matemático computacional que representou fidedignamente a rede hidráulica e seus componentes, incluindo as principais restrições e condicionantes operacionais.

Devido à natureza do problema físico e do grau de complexidade do equacionamento do problema, optou-se por utilizar ferramentas simples, mas não menos eficazes para aplicação ao problema, sendo escolhidas a programação linear como módulo de otimização e o método dos pesos para a abordagem multiobjetivo.

Durante a revisão bibliográfica sobre o tema do trabalho confirmou-se a originalidade e relevância do mesmo, pois existem muitos trabalhos desenvolvidos para a operação de sistemas urbanos de abastecimento de água, porém a abordagem multiobjetivo, juntamente com o grau de detalhamento do problema caracterizava uma lacuna de conhecimento na área, cujo preenchimento se mostrou viável e importante devido à natureza dos objetivos operacionais envolvidos no problema.

Na análise dos resultados construiu-se curvas de soluções não-dominadas combinando as funções duas a duas, analisando assim os “trade-offs” entre as soluções encontradas, visualizando o quanto uma função ganha em detrimento da outra associada, por meio da análise multiobjetivo. Para quantificar o grau de compromisso entre as soluções criou-se um parâmetro com capacidade de medir o grau de dependência entre as soluções. Tal parâmetro foi baseado no conceito de elasticidade da demanda, amplamente utilizado em Economia. Também foi construída uma tabela que fornece limites numéricos para a classificação do grau de compromisso entre as funções.

Diante dos resultados alcançados, respeitando-se os limites quanto ao escopo e extensão intrínsecas à natureza do trabalho, acredita-se que a pesquisa cumpriu aos seus objetivos originais.

## REFERÊNCIAS

- BARBOSA, P.S.F. O Emprego da Análise Multiobjetivo no Gerenciamento dos Recursos Hídricos Brasileiros. *A Água em Revista - Revista Técnica e Informativa da CPRM*, Belo Horizonte, ano 5, n. 8, p. 42-46, março, 1997c.
- BRION, L.M., MAYS, L.W. Methodology for Optimal Operation of Pumping Stations in Water Distribution Systems. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*. v.117, n.11, p.1551-1569. November, 1991.
- COHON, J.L., MARKS, D.H. A Review and Evaluation of Multiobjective Programming Techniques. *Water Resources Research*. v. 11, n. 2, p. 208-220, April, 1975.
- FRANCATO, A.L. Otimização Multiobjetivo para a Operação de Sistemas Urbanos de Abastecimento de Água. Tese (Doutorado). Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, 182p. Campinas. Fevereiro 2002.
- GOULTER, I.C. Multi-objective optimization of water distribution networks. *Civil Engineering System*. v.3, p.222-231, December. 1986.
- ORMSBEE, L.E., LANSEY, K.E. Optimal Control of Water Supply Pumping Systems. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*. v.120, n.2, p.237-252, March/April. 1994.
- ORMSBEE, L.E., REDDY, S.L. Nonlinear Heuristic For Pump Operations. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE*. p.302-309, July/August. 1995.

- SIMONOVIC, S.P. A Systems Approach to Creative Water Resources Engineering. Curso CTH-USP, São Paulo, Brasil. 1998.
- WOOD, D.J., CHARLES C. Hydraulic Network Analysis Linear Theory. Journal Hydraulic Div, Proc. Amer. Soc. Civil Engineers, v.98, p. 1157-1170, 1972.
- ZAHED FILHO, K., Previsão de Demanda de Consumo em Tempo Real no Desenvolvimento Operacional de Sistemas de Distribuição de Água. Tese de Doutorado, EPUSP. São Paulo. 135p. 1990.