

ANÁLISE DA ESTACIONARIEDADE DAS VAZÕES DO RIO IGUAÇU EM UNIÃO DA VITÓRIA

Heinz Dieter Fill¹

RESUMO: Este artigo apresenta um método para verificar a estacionariedade de vazões médias e máximas anuais mediante um exemplo aplicado ao posto fluviométrico do rio Iguaçu em União da Vitória no sul do Brasil. O método consiste em aplicar testes estatísticos de igualdade de médias e de variâncias a sub-amostras da série temporal observada. Para a partição da série sugere-se a análise visual do gráfico dos deflúvios acumulados em função do tempo. Conclui-se no caso analisado que tanto as vazões médias como as máximas anuais não são estacionárias em termos da média, porém não foi possível rejeitar a hipótese da igualdade da constância da variância ao nível de 95%.

ABSTRACT: This paper presents a method to analyze the stationarity of time series of mean and maximum annual stream flows. The method is illustrated by an example applied to the União da Vitoria gauging station at the Iguaçu river in South Brazil. The method uses statistical tests of mean and variance equality applied to sub-samples of the observed time series. To define the breaking point of the sub-samples it is suggested to use a graph of the cumulative flows. The conclusion is that both annual average and maximum flows are not stationary in the mean. However the hypothesis of constant variance could not be rejected at the 95% level.

Palavras Chave: estacionariedade, processos estocásticos, testes estatísticos.

1) Professor titular emérito da UFPR: e-mail: heinzfill@yahoo.com; Fone: (0xx41) 3256-0689

1. INTRODUÇÃO

As vazões de um rio geralmente apresentam uma acentuada variabilidade temporal, variabilidade esta decorrente de características climáticas e/ou fisiográficas da bacia de drenagem. A sequência temporal das vazões em um dado local pode ser interpretada como uma realização particular de um processo estocástico. Um processo estocástico pode ser definido como uma função $x = x(\zeta, t)$ onde ζ é o resultado de um experimento aleatório e t uma variável real representando geralmente o tempo. Assim para um dado valor de $\zeta = \zeta_0$, ou seja uma realização particular de um experimento aleatório, resulta $x = x(t)$, uma serie temporal. Se t puder assumir apenas valores inteiros $[t_1, t_2, \dots]$ processo é dito discreto e é equivalente a um vetor aleatório $\mathbf{x} = [X_1, X_2, \dots, X_n]$ onde $X_i = X(t_i)$. Este é o caso de seqüências de vazões médias ou máximas anuais que serão analisadas neste trabalho. Um processo estocástico discreto é caracterizado pela distribuição conjunta $f_X(x_1, x_2, \dots, x_n)$ de seus elementos. Se esta distribuição conjunta for independente do tempo inicial isto é:

$$f(x(t_1), x(t_2), \dots) = f(x(t_1 + \tau), x(t_2 + \tau), \dots) \quad (1)$$

diz-se que o processo é estritamente estacionário. Essa propriedade geralmente é difícil de provar e por isso assume-se muitas vezes que o processo seja estacionário quando a media μ_i e a variância σ_i^2 de $x(t_i)$ independem de t_i e quando a autocovariância $\sigma_{i,j} = \text{COV}(X_i, X_j)$ depende apenas de $\tau = t_i - t_j$, sendo denotado por $\sigma(\tau)$. Neste caso o processo é dito estacionário de 2ª ordem ou fracamente estacionário (Papoulis, 1991). Se além disso os parâmetros μ , σ^2 e $\sigma(\tau)$ puderem ser estimados pelos seus equivalentes temporais:

$$\hat{\mu} = \frac{\sum x_i}{n}$$
$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum (x_i - \hat{\mu})^2}{n} \quad (2)$$

$$\hat{\sigma}(\tau) = \frac{\sum_{i=\tau}^{n-\tau} (x_i - \hat{\mu})(x_{i+\tau} - \hat{\mu})}{(n - \tau)}$$

onde x_i são os valores observados na serie temporal, o processo estocástico é dito ergódico. Um processo estacionário será também ergódico se (Spanos, 1980):

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{\tau=1}^T \sigma(\tau) = 0 \quad \text{para } T \rightarrow \infty \quad (3)$$

No caso de séries hidrológicas quando o processo estocástico é estacionário geralmente também é ergódico (Brás e Rodrigues-Iturbe, 1985).

Uma descrição mais detalhada e abrangente da teoria geral dos processos estocásticos pode ser encontrada em Papoulis (1991) ou Spanos (1980). Para aplicações de processos estocásticos em hidrologia refere-se o leitor a Yevjevich (1972) e Brás e Rodrigues-Iturbe (1985).

Evidentemente a análise estatística de dados hidrológicos, como, por exemplo, estimar o tempo de retorno de uma cheia ou estiagem, na maioria das vezes pressupõe a estacionariedade e a ergodicidade dos processos hidrológicos subjacentes. Assim ao proceder em hidrologia a uma análise estatística, torna-se imperiosa a verificação da estacionariedade dos dados hidrológicos utilizados.

Embora muitas vezes é óbvia, a não estacionariedade periódica intra-anual, condicionada pelas distintas características climáticas das estações do ano, deixa de ser relevante ao se analisar vazões médias ou máximas anuais. Este é o caso deste trabalho, cujo interesse está voltado a não estacionariedade plurianual e aperiódica, provocada por mudanças climáticas, alterações significativas do uso do solo ou obras hidráulicas. A verificação da estacionariedade de series

hidrológicas pode ser realizada por análises visuais como a curva duplo-acumulativa (Santos et al., 2001) ou então com mais rigor por meio de testes estatísticos de igualdade de médias ou variâncias.

No presente artigo a técnica de verificação da estacionariedade de series hidrológicas será demonstrada pela análise das vazões médias e máximas anuais no posto fluviométrico do rio Iguaçu em União da Vitória (área de drenagem = 24200 km²) na divisa dos estados do Paraná e Santa Catarina no sul do Brasil. Esta estação foi escolhida pela grande extensão dos registros históricos de boa qualidade, tendo sido utilizado no presente estudo o período de 1931 a 2005.

2. TESTES ESTATÍSTICOS

Um teste estatístico é um procedimento onde (1) se estabelece uma hipótese sobre os valores dos parâmetros populacionais da distribuição de uma variável aleatória (hipótese nula), (2) determina-se a partir da amostra o valor de uma estatística (estatística de teste), (3) define-se uma região de rejeição da hipótese nula e (4) se aceita ou rejeita-se a hipótese nula ao comparar o valor da estatística de teste com a região de rejeição.

Dois tipos de erros são possíveis de ocorrer ao aplicar um teste estatístico: (1) rejeitar a hipótese nula embora seja verdadeira, erro tipo I, cuja probabilidade é a significância do teste denotado por α e que pode ser escolhido ao se definir a região de rejeição e (2) aceitar a hipótese nula embora seja falsa, erro tipo II, cuja probabilidade β é uma propriedade do teste. O seu complemento $1 - \beta$ é chamado “poder do teste”. Geralmente fixa-se α bastante pequeno da ordem de 5% ou 1%, de modo que a hipótese nula é a hipótese preferencial do usuário (na dúvida aceita-se a hipótese nula).

Muitos testes estatísticos para diferentes propósitos são apresentados na literatura, sendo relevante para o presente trabalho os testes de igualdade de médias e de variâncias entre duas amostras. Entre os testes de igualdade de médias um dos mais utilizados é o teste-t de Student, mas que pressupõe variáveis aleatórias normalmente distribuídas (Devore, 1991). Essa mesma restrição se aplica ao chamado teste F de Fisher, útil na verificação da igualdade de variâncias entre duas amostras. Estes testes são particularmente úteis para verificar se duas sub-amostras, obtidas pela partição de uma serie temporal, apresentam média e variância populacional idênticas e, portanto o processo estocástico subjacente é essencialmente estacionário.

Para o teste-t, considerando a hipótese nula $\mu_1 = \mu_2$ (igualdade de médias) a estatística de teste é dada por:

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{s_p \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}} \quad (4)$$

com $\bar{x}$ e $\bar{y}$ as médias amostrais dos elementos de cada sub-amostra, m e n o tamanho destas e:

$$s_p^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 + \sum (y - \bar{y})^2}{m + n - 1} \quad (5)$$

Para cada valor de α um valor de t_{crit} é tabelado em função dos graus de liberdade $\nu = m + n - 2$ e a hipótese nula é rejeitada se $t > t_{crit}$.

Para o teste F, considerando a hipótese nula $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, a estatística de teste é:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \quad (6)$$

sendo s_1^2 e s_2^2 as variâncias amostrais das duas sub-amostras, A estatística F apresenta dois graus de liberdade dados por $\nu_1 = m - 1$ e $\nu_2 = n - 1$. A hipótese nula de igualdade de variâncias será rejeitada se $F > F_{crit}$ tabelado em função dos graus de liberdade.

Outro teste de igualdade de médias, bastante difundido na literatura, é o teste de Wilcoxon que ao contrario do teste-t não está vinculado à normalidade das variáveis aleatórias subjacentes. Este teste consiste em ordenar os valores observados, atribuindo a cada valor um numero de ordem (*rank*) e somar as ordens dos valores que pertencem a uma das sub-amostras consideradas. A estatística de teste neste caso para $n, m > 9$ é normalmente distribuída e é dada pela expressão (Davore, 1991):

$$z = \frac{\sum R - M}{S} \quad \text{com}$$

$$M = m(m + n + 1) / 2 \quad e$$

$$S = \sqrt{mn(m + n + 1) / 12}$$
(7)

sendo m e n o tamanho de cada sub-amostra. Rejeita-se a hipótese nula ($\mu_1 = \mu_2$) se $z > z_{crit}$ com

$$z_{crit} = \Phi^{-1}(1 - \alpha)$$
(8)

sendo $\Phi(z)$ a distribuição normal padrão.

Como já foi dito para os testes t e F as variáveis aleatórias subjacentes devem ser normalmente distribuídas. Como no caso de vazões médias anuais e também para máximos anuais uma hipótese razoável e bem aceita na literatura (Chow, 1954; Loucks *et al.*, 1981; Stedinger, 1980; Stedinger *et al.*, 1993, Kelman, 1987; Fill *et al.*, 2008) é que obedeçam a uma distribuição log-normal.

Por essa razão os testes acima foram aplicados aos logaritmos das vazões observadas.

O procedimento geral foi dividir a serie completa de vazões (1931 – 2005) em duas sub-amostras e aplicar os testes estatísticos acima descritos a essas sub-amostras. Para tanto foram analisadas duas subdivisões, uma em sub-amostras de igual tamanho e outra com corte em 1979 inspirado no gráfico dos deflúvios acumulados reproduzido na figura 1. Sempre se eliminou da análise o ano limítrofe entre as sub-amostras para garantir a independência das duas sub-series. Desta forma resulta $m = n = 37$ para a primeira partição e $m = 48, n = 26$ para a segunda.

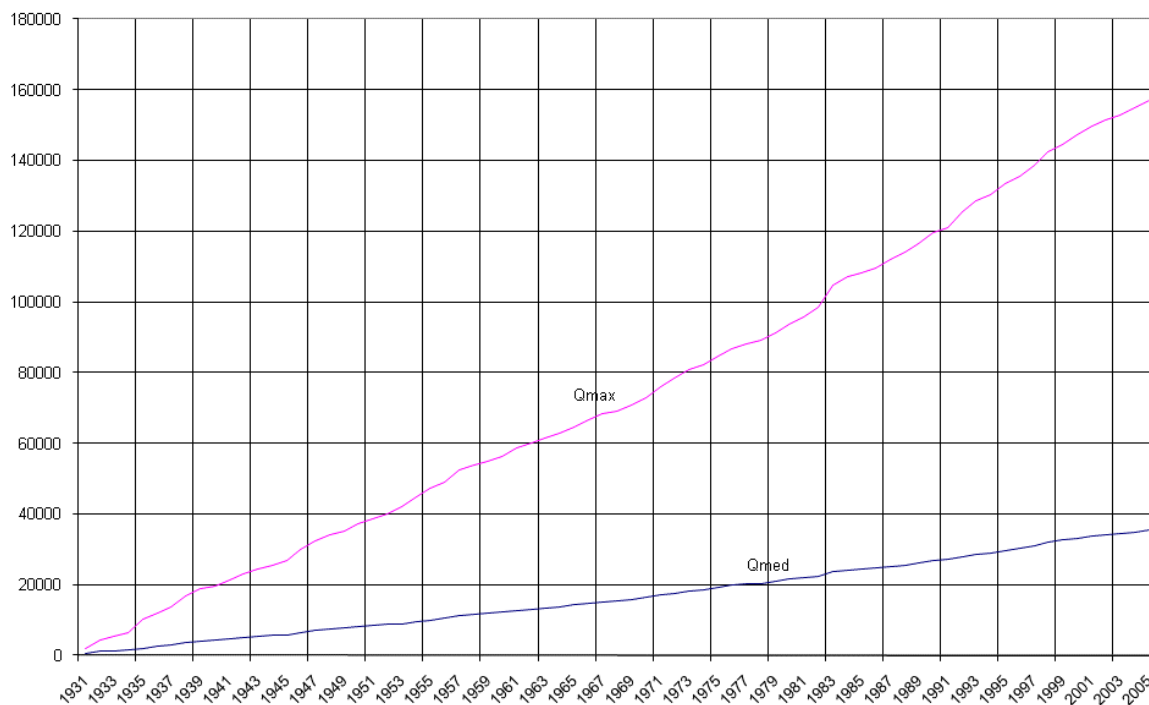


Figura 1
Deflúvios Acumulados em União da Vitória

2. RESULTADOS

A tabela 1 lista as vazões médias e máximas anuais, bem como os seus logaritmos do rio Iguaçu em União da Vitória para o período de 1931 a 2005 utilizadas neste estudo.

Tabela 1
Vazões médias e máximas anuais em União da Vitória 1931 - 2005

Ano	Qméd.	Qmax	Ln(Qmed)	Ln(Qmax)	Ano	Qméd.	Qmax	Ln(Qmed)	Ln(Qmax)
1931	524	1453	6.261492	7.281386	1969	514	1286	6.242223	7.159292
1932	527	1833	6.267201	7.513709	1970	446	1580	6.100319	7.36518
1933	187	840	5.231109	6.733402	1971	663	2487	6.496775	7.818832
1934	261	824	5.56452	6.714171	1972	614	1845	6.419995	7.520235
1935	564	3274	6.335054	8.093768	1973	651	1760	6.47851	7.473069
1936	461	1242	6.133398	7.124478	1974	374	1022	5.924256	6.929517
1937	414	1399	6.025866	7.243513	1975	481	1717	6.175867	7.448334
1938	552	2383	6.313548	7.776115	1976	619	1419	6.428105	7.257708
1939	443	1716	6.09357	7.447751	1977	434	1052	6.073045	6.958448
1940	236	568	5.463832	6.342121	1978	252	820	5.529429	6.709304
1941	422	1268	6.045005	7.145196	1979	493	1570	6.200509	7.358831
1942	424	1202	6.049733	7.091742	1980	570	1788	6.345636	7.488853
1943	325	906	5.783825	6.809039	1981	341	1804	5.831882	7.497762
1944	237	965	5.46806	6.872128	1982	643	2175	6.466145	7.684784
1945	233	1218	5.451038	7.104965	1983	1128	4980	7.028201	8.513185
1946	647	2334	6.472346	7.755339	1984	537	1891	6.285998	7.544861
1947	537	1777	6.285998	7.482682	1985	210	734	5.347108	6.598509
1948	426	1443	6.054439	7.27448	1986	299	1210	5.700444	7.098376
1949	234	816	5.455321	6.704414	1987	501	2073	6.216606	7.636752
1950	355	1620	5.872118	7.390181	1988	368	1685	5.908083	7.429521
1951	373	1198	5.921578	7.088409	1989	553	1805	6.315358	7.498316
1952	296	1098	5.690359	7.001246	1990	856	2103	6.75227	7.65112
1953	308	1555	5.7301	7.349231	1991	308	1106	5.7301	7.008505
1954	547	2409	6.304449	7.786967	1992	671	3807	6.508769	8.244597
1955	502	1985	6.2186	7.593374	1993	604	2668	6.403574	7.889084
1956	357	1238	5.877736	7.121252	1994	455	1295	6.120297	7.166266
1957	837	2681	6.729824	7.893945	1995	539	2349	6.289716	7.761745
1958	346	1034	5.846439	6.94119	1996	738	1495	6.603944	7.309881
1959	247	808	5.509388	6.694562	1997	789	2297	6.670766	7.739359
1960	392	1093	5.971262	6.996681	1998	1070	2625	6.975414	7.872836
1961	503	1782	6.22059	7.485492	1999	489	1755	6.192362	7.470224
1962	303	1006	5.713733	6.913737	2000	458	2205	6.126869	7.698483
1963	368	1048	5.908083	6.954639	2001	663	1902	6.496775	7.550661
1964	353	914	5.866468	6.817831	2002	450	1120	6.109248	7.021084
1965	550	1472	6.309918	7.294377	2003	325	1194	5.783825	7.085064
1966	512	1405	6.238325	7.247793	2004	422	1462	6.045005	7.287561
1967	384	1214	5.950643	7.101676	2005	547	1822	6.304449	7.50769
1968	184	749	5.214936	6.618739					

As tabelas 2 a 3 apresentam as estatísticas de teste para os vários testes calculadas pelas expressões (4) a (8) e cada uma das partições utilizadas, aplicados para as vazões medias e máximas anuais respectivamente, lembrando que no caso dos testes t de Student e F consideraram-se os logaritmos das vazões. Os valores críticos para as estatísticas de teste foram

obtidas das tabelas publicadas em Davore (1991) para um, nível de significância de 95% (probabilidade de erro tipo I $\alpha = 5\%$)

Tabela 2
Resultado do Testes para Vazão Média

Teste	H_0		Part. 1			Part. 2	
		$t_{calç.}$	t_{crit}	Resultado	$t_{calç.}$	t_{crit}	Resultado
teste-t	$\mu_1 = \mu_2$	3,32	2,00	rejeita H_0	2,87	2,00	rejeita H_0
teste-F	$\sigma_1 = \sigma_2$	1,13	1,75	aceita H_0	1,24	1,85	aceita H_0
teste Wilcoxon	$\mu_1 = \mu_2$	-3,15	1,96	rejeita H_0	-2,62	1,96	rejeita H_0

Tabela 3
Resultado do Testes para Vazão Máxima

Taeste	H_0		Part. 1			Part. 2	
		$t_{calç.}$	t_{crit}	Resultado	$t_{calç.}$	t_{crit}	Resultado
teste-t	$\mu_1 = \mu_2$	3,32	2,00	rejeita H_0	2,87	2,00	rejeita H_0
teste-F	$\sigma_1 = \sigma_2$	1,13	1,75	aceita H_0	1,24	1,85	aceita H_0
teste Wilcoxon	$\mu_1 = \mu_2$	-3,15	1,96	rejeita H_0	-2,62	1,96	rejeita H_0

Observa-se a partir das tabelas 2 e 3 que a hipótese nula da igualdade de médias pode ser rejeitada em todos os casos. O fato dos testes Wilcoxon e t de Student conduzirem ao mesmo resultado reforça esta conclusão. Por outro lado o teste F não permitiu rejeitar a hipótese da igualdade de variâncias nem para vazões médias nem para máximas.

3. CONCLUSÕES

Pelos resultados apresentados dos testes conclui-se que tanto as vazões médias como as máximas anuais do rio Iguaçu em União da Vitória não são estacionárias, com as alterações no regime hidrológico tendo ocorrido provavelmente em torno do final da década de 1970. Entretanto essas alterações ocorreram apenas na média e não na variância onde não foi possível rejeitar a hipótese nula da constância da mesma. As causas da alteração do valor esperado das vazões médias e máximas não puderam ser identificadas. Além de possíveis alterações climáticas ou do uso da terra existe ainda a possibilidade de alterações na curva de descarga no local. A análise das causas da não estacionariedade detectada deve ser objeto de uma pesquisa futura.

BIBLIOGRAFIA

BRÁS, R.L. E RODRIGUES-ITURBE, I., *Random Functions and Hydrology*, Addison Wesley, Reading, 1985.

CHOW, V.T., The Log Probability Law and its Engineering Applications, *Proc. Am. Soc. Civil Eng.*, v. 80, paper n. 536, 1954.\

DAVORE, J.L., *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*, Brooks Cole, Belmont, 1991.

FILL, H.D., OLIVEIRA, F.B., SANTOS, P., Avaliação de Cheias Considerando Distribuições Sazonais, *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 13, n. 2, pp 5-13, 2008.

KELMAN, J., Modelos Estocásticos no Gerenciamento dos Recursos Hídricos; in: Modelos para Gerenciamento de Recursos Hídricos, cap. 4, Nobel/ABRH, São Paulo, 1987.

LOUCKS, D.P., STEDINGER, J.R., HAITH, D.A., *Water Resource Systems, Planning and Analysis*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1981.

PAPOULIS, A., *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, New York, 1991.

SANTOS, I., FILL, H.D., SUGAI, M., BUBA, H., KISHI, R.T., MARONE, E., LAUTERT, L.F., *Hidrometria Aplicada*, LACTEC, Curitiba, 2001.

SPANOS, A., *Statistical Foundations of Econometric Modelling*, Cambridge University Press, Cambridge, 1980.

STEDINGER, J.R., Fitting Log Normal Distributions to Hydrologic Data, *Water Resources Research*, v. 19, n. 3, pp. 481-490, 1980

STEDINGER, J.R., VOGEL, R.M., FOUFOULA-GEORGIOU, E., *Frequency Analysis of Extreme Events*; in: Handbook of Hydrology, chap.18, McGraw-Hill, New York, 1993.

YEVJEVICH, V., *Stochastic Processes in Hydrology*, Fort Collins, 1972.