

UMA SÍNTESE ACERCA DE ESTUDOS EM HIDRÁULICA DE CANAIS E VERTEDORES EM DEGRAUS

André Luiz Andrade Simões¹; Rodrigo de Melo Porto² & Harry Edmar Schulz³

RESUMO --- Neste trabalho apresenta-se uma breve revisão acerca de estudos em hidráulica de canais e vertedores em degraus. Entre os tópicos abordados, pode-se citar, por exemplo, a classificação dos tipos de escoamento, a dissipação de energia promovida pelos degraus, estudos relacionados a aeração, pressões instantâneas e sua relação com o risco de cavitação, tópicos especiais sobre geometrias não convencionais, efeitos de escala entre outros. Trata-se de uma síntese, dada a extensão do assunto, entretanto, considera-se que uma visão relativamente ampla é fornecida ao leitor.

ABSTRACT --- This work presents a brief state-of-the-art evaluation of aspects related hydraulic of stepped spillways. Among topics treated, it can be cited, for example, the energy dissipation promoted by the steps, incipient cavitation, the air entrainment, the use of bottom aerator, scale effects, unconventional geometries, among others. This is a summary, given the extent of the issue, however, it is considered that a relatively broad overview is provided to the reader.

Palavras-chave: vertedores em degraus, canais em degraus, dissipadores de energia, aeração do escoamento, estruturas hidráulicas.

¹ Estudante de doutorado do Departamento de Engenharia Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, simoes@sc.usp.br.

² Professor do Departamento de Engenharia Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, rodrigo@sc.usp.br.

³ Professor do Departamento de Engenharia Hidráulica e Saneamento da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. Av. Trabalhador São-carlense, São Carlos, São Paulo, heschulz@sc.usp.br.

1 - INTRODUÇÃO

1.1 - considerações gerais

Em trabalhos sobre hidráulica de vertedores em degraus, é comum destacar a influência exercida pelo desenvolvimento do concreto compactado a rolo (ccr) no interesse crescente a respeito de características do escoamento ao longo de canais com o fundo em degraus. Tal destaque é merecido, pois o uso de ccr para a construção de barragens proporciona uma economia significativa tanto em relação aos materiais e métodos construtivos quanto em relação aos efeitos decorrentes do uso de degraus ao longo do canal extravasor. Sobre o primeiro aspecto, sabe-se que a adoção do ccr resulta em menores custos do que o uso de concreto convencional e, em casos especiais, até mesmo em relação ao uso de terra e enrocamento (MILLAN, 1993). Adicionalmente, um canal com o fundo escalonado, que pode ser facilmente construído com o ccr, proporciona uma dissipação de energia maior do que um canal com o fundo liso. Como consequência, reduz-se gastos relativos ao revestimento da área próxima ao pé do vertedor com a construção de bacias de dissipação menos extensas em relação a aquelas implantadas a jusante de vertedores lisos. Além destes benefícios, a adoção de um paramento em degraus faz com que o afloramento da camada limite ocorra em uma posição mais a montante em relação ao paramento liso, o que proporciona extensões maiores de escoamento bifásico ar-água. Pelo menos dois resultados oriundos deste fenômeno podem ser vistos como benéficos, a saber: proteção contra colapsos de bolhas formadas em zonas de baixa pressão (proteção contra cavitação) e reoxigenação da água.

1.2 - objetivo deste trabalho

Embora tenha sido breve, a exposição feita no parágrafo anterior torna evidente que o conhecimento das características do escoamento ao longo de canais em degraus é algo desejável para a comunidade técnico-científica por diferentes razões. Deste modo, considerando a existência de numerosas publicações nacionais e internacionais sobre o tema, este trabalho tem como objetivo apresentar uma exposição sintética e seqüencial sobre diferentes aspectos presentes nos escoamentos ao longo de canais em degraus. Com isto espera-se que o leitor tenha uma visão global dos aspectos históricos e científicos atrelados ao escoamento em tais estruturas.

2 - TRABALHOS NACIONAIS

No Brasil existem mais de quarenta barragens construídas com ccr, dentre quais pelo menos dezenove possuem vertedor com o paramento de jusante em degraus. Entre tais estruturas, pode-se citar como exemplo a barragem Cristalândia, ilustrada por meio da Figura 1a, em sua fase de construção, e a barragem Rio da Dona, cujo vertedor pode ser visto em funcionamento na Figura

1b. Além de vertedores em degraus (que são canais de forte declividade) de barragens, existem também canais que, por razões topográficas e de dissipação de energia, possuem o fundo escalonado como, por exemplo, o córrego Tijuco Preto, em São Carlos, SP (Figura 1c). Pequenos canais em degraus também são utilizados em sistemas hidráulicos para drenagem de rodovias, como ilustrado por meio da Figura 1d.



Figura 1 – Barragem Cristalândia, Bahia (a) e Barragem Rio da Dona, Bahia (b)
(imagens (a) e (b) cedidas por Antônio Gilberto Simões de Oliveira e Paulo Roberto M. Simões)

O número crescente de construções em ccr associado ao interesse científico culminou na produção de aproximadamente dez trabalhos acadêmicos (teses, dissertações e monografias), desenvolvidos desde 1992 em universidades brasileiras, além de terem sido publicados artigos e capítulos de livros sobre o assunto. Uma síntese destes resultados pode ser vista na Tabela 1. Entre os assuntos pertencentes aos trabalhos da referida tabela, pode-se mencionar, por exemplo, estudos experimentais sobre: dissipação de energia promovida pelos degraus, perfis de velocidades em diferentes posições ao longo da calha em degraus, distribuição de pressões nos degraus (incluindo análises de pressões instantâneas e sua relação com o risco de cavitação), posição de início da aeração, o efeito do espaçamento dos degraus na dissipação de energia e o comportamento aleatório de pressões instantâneas nos degraus. Além de dados experimentais, também é possível encontrar avaliações sobre o estado da arte, metodologias empíricas e semi-empíricas relacionadas ao ponto de início de aeração, à energia dissipada pelos degraus, ao dimensionamento de bacias de dissipação por ressalto hidráulico e ao risco de cavitação, por exemplo. Finalmente, comenta-se também que

um dos trabalhos, provavelmente um dos três estudos com esta ferramenta desenvolvidos no mundo, estudou características do escoamento por meio de fluidodinâmica computacional (CFD), incluindo até a presente data análises relacionadas a dissipação de energia, desenvolvimento de camada limite, pressões nos degraus, desenvolvimentos de aeradores artificiais entre outros.

Tabela 1 – Trabalhos nacionais sobre vertedores em degraus

Autor(a) - 1 Orientador - 2		Ano	Instituição	Declividade do paramento de jusante	Cunho do Trabalho	Trabalho
1	1 - Marcos José Tozzi 2 - Giorgio Brighetti	1992	USP/EP	1V:0,75H; 1V:2,0 H; 1V:6,69H	Experimental	Tese
2	1 - Winston H. Kanashiro 2 - Podalyro Amaral de Souza	1995	USP/EP	1V:0,75H	Experimental	Tese
3	1 - Paulo Henrique Povh 2 - Marcos José Tozzi	2000	UFPR	1V:0,75H	Experimental	Dissertação
4	1 - Julio Cesar Olinger 2 - Giorgio Brighetti	2001	USP/EP	1V:0,75H	Experimental	Tese
5	1 - Daniela G. Sanagiotto 2 - Marcelo Giulian Marques	2003	UFRGS	1V:0,75H	Experimental	Dissertação
6	1 - Maurício Dai Prá 2 - Marcelo Giulian Marques	2004	UFRGS	1V:1H	Experimental	Dissertação
7	1 - Jaime Federici Gomes 2 - Marcelo Giulian Marques	2006	UFRGS	1V:0,75H	Experimental	Tese
8	1 - André Luiz Andrade Simões 2 - Michel Sahade Darzé	2006	UNIFACS	1V:0,75H;1V:0,6H	Numérico	Monografia
9	1 - Eudes José Arantes 2 - Rodrigo de Melo Porto	2007	USP/EESC	1V:0,75H	Numérico (CFD)	Tese
10	1 - André Luiz Andrade Simões 2 - Rodrigo de Melo Porto	2008	USP/EESC	1V:0,6H - 1V:1H	Numérico	Dissertação

3 - TIPOS DE ESCOAMENTO

Em função da geometria e vazão escoada, o aspecto do escoamento sobre os degraus pode variar de forma significativa. Considerando um canal retangular com o fundo em degraus, para pequenas vazões e uma determinada geometria o escoamento pode apresentar um padrão caracterizado por quedas sucessivas. De acordo com Horner (1969), este é um dos tipos ou regimes de escoamento, denominado *nappe flow*, traduzido para o português como escoamento em quedas sucessivas por Matos e Quintela (1995). O segundo tipo de escoamento foi chamado de *skimming flow* pelo mesmo autor e possui um padrão diferente do anterior. Em uma mesma estrutura o escoamento deixa de ocorrer quedas sucessivas com o aumento da vazão. Entre os degraus são formados vórtices turbulentos mantidos pelas tensões provenientes do escoamento que ocorre sobre eles e em direção ao fim do canal. Por esta razão, este escoamento é denominado aqui como deslizante sobre vórtices ou sobre turbilhões, como sugerido por Matos e Quintela (1995).

Uma breve análise dimensional sugere que a ocorrência de um ou outro escoamento pode ser estudada por meio de uma função que relaciona as seguintes variáveis:

$$\Phi_1(h, l, V, B, g, \nu) = 0 \quad (1)$$

em que h = altura do degrau, l = comprimento do piso do degrau, V = velocidade média do escoamento, B = largura do canal retangular, g = aceleração da gravidade e ν = viscosidade cinemática. Sobretudo para o caso de escoamento em quedas sucessivas, é conveniente utilizar a vazão específica $q = Q/B$ (Q = vazão) ao invés da velocidade média. Deste modo, uma possível combinação entre as variáveis mencionadas produz os seguintes adimensionais:

$$\Phi_2\left(\frac{h}{l}, \frac{B}{d_c}, \frac{d_c}{h}, \frac{q}{\nu}\right) = 0 \quad (2)$$

Os termos da equação 2 são, respectivamente, a tangente do ângulo do canal em relação a horizontal, uma razão de aspecto que inclui a largura do canal, uma forma semelhante ao número de Froude, em termos da altura do degrau e o número de Reynolds. Alguns autores investigaram a ocorrência dos diferentes regimes de escoamento por meio de experimentos como Essery e Horner (1978), Rajaratnam (1990) com base em dados de Sorensen (1985), Chanson (1994), Chamani e Rajaratnam (1999), que propuseram uma metodologia semi-empírica, Chanson (2001), Yasuda e Ohtsu (1999), Ohtsu *et al.* (2001), Boes e Hager (2003a), Chinnarasri e Wongwises (2004) e, por meio de CFD, como realizado por Arantes (2007). Em grande parte dos estudos experimentais as relações apresentadas não incluíram o número de Reynolds e a razão de aspecto B/d_c como parâmetros relevantes. Entretanto, há exceções como os trabalhos de Yasuda e Ohtsu (1999) e Ohtsu *et al.* (2001). De acordo com estes autores o número de Reynolds e a razão de aspecto são negligenciáveis para $Re \geq 2.10^4$ e $B/d_c \geq 5$, valores típicos em vertedores de barragens, mas que precisam ser observados com cuidado em canais estreitos como o da Figura 1d.

Alguns autores definem um terceiro tipo de escoamento compreendido entre o escoamento em quedas sucessivas e o escoamento deslizante sobre vórtices, denominado escoamento de transição. Os primeiros a introduzir tal conceito foram Ohtsu e Yasuda (1997) e estudos sobre algumas características do escoamento podem ser encontrados em Chanson (2002), Sánchez-Juny e Dolz (2005) e Carosi e Chanson (2006). Existem, ainda, pelo menos duas subclassificações para cada um dos tipos mencionados, diferenciadas pela formação de ressalto hidráulico sobre o degrau, pela forma da superfície livre e de perfis de concentração de ar, por exemplo. Uma avaliação dos métodos existentes pode ser encontrada em Simões (2008) e, sob a forma de curvas, as equações que apresentam melhor concordância entre si podem ser vistas na Figura 2. Os termos Perfil Tipo A

e Perfil Tipo B encontrados na Figura 2 se referem a duas subclassificações para o escoamento deslizante, propostas por Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004).

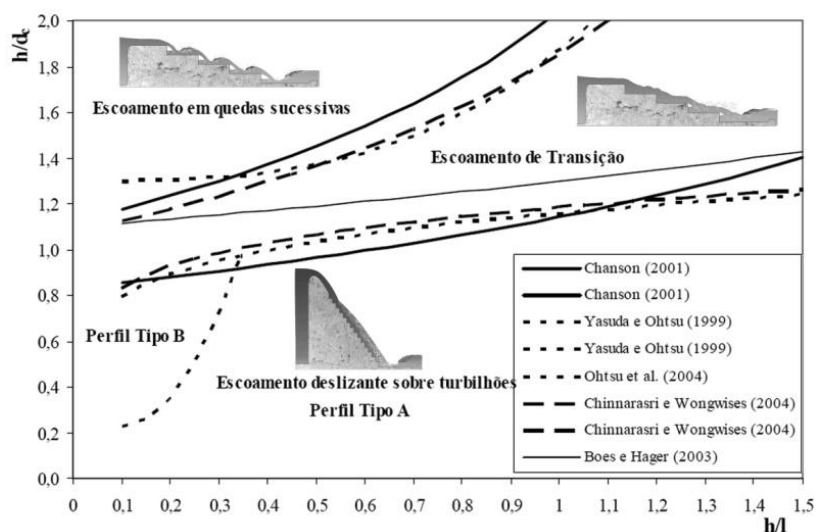


Figura 2 – Classificação dos diferentes regimes e sub-regimes de escoamento
 Fonte: elaborado pelo autor com as equações encontradas nas referências citadas na legenda.

4 - AERAÇÃO DO ESCOAMENTO

O tópico aeração do escoamento é relativamente amplo e, para cada tipo de escoamento, pode ser subdividido em pelo menos dois, a saber: posição de início da aeração e fração de vazios (ou concentração de ar) no escoamento. Se forem analisados os sub-regimes, pode-se ainda incluir a incorporação de ar ocorrida nos ressalto hidráulico formado para a condição de escoamento em quedas sucessivas com ressalto hidráulico plenamente desenvolvido, que é um dos três sub-regimes relativos a este tipo de escoamento. Como mencionado anteriormente, a redução do risco de ocorrência de cavitação em escoamentos deslizantes e a re-oxigenação da água talvez sejam as conseqüências de maior interesse relacionadas à aeração. Ao avaliar o estado da arte sobre o tema, nota-se que a possibilidade de ocorrência de cavitação tem sido mais estudada do que a reoxigenação, certamente por razões práticas relacionadas à segurança da obra. Entretanto, existem alguns trabalhos que abordam a importância da incorporação de ar sob outros pontos de vista. Com base nesta forma de perceber a relação entre os estudos acerca da aeração, apresenta-se a seguir, para escoamentos deslizantes, um resumo sobre a distribuição de vazios no escoamento, distribuição de pressões instantâneas nos degraus e relação de ambos com a cavitação.

4.1 - distribuição de vazios, pressões instantâneas e cavitação

Considerando ocorrência de regime permanente, ao longo do escoamento deslizante, ilustrado por meio da Figura 3, podem ser identificadas fundamentalmente três regiões distintas em relação a concentração de ar. A primeira região é caracterizada pelo escoamento apenas de água e fica à

montante do ponto de afloramento da camada limite. A segunda região tem início na posição em que a espessura da camada limite coincide com a espessura do escoamento. A partir deste ponto a turbulência na superfície cresce em intensidade e, conseqüentemente, a quantidade de bolhas de ar ao longo de cada seção transversal também aumenta. Na segunda região a fração de vazios média no tempo é função de x e y (em uma análise simplificada bidimensional). A posição final da região 2 corresponde ao estabelecimento de um escoamento uniforme na direção longitudinal, ou seja, ao longo de x os perfis de concentração de ar em y não são alterados (matematicamente, se C = concentração de ar, então $C = C(y)$ apenas). Esta descrição, embora seja aparentemente intuitiva, foi construída com base em resultado de observações experimentais expostas nos trabalhos de Sorensen (1985), Tozzi (1992), Matos e Quintela (1995), Povh (2000), Chanson (2002), Sanagiotto (2003), Dai Prá (2004), entre outros. Cabe complementar ainda que, a partir de um determinado ponto no interior da região dois, os vórtices formados abaixo do pseudo-fundo passam a ser aerados, como pode ser visto no detalhe da Figura 3, extraído de Chamani e Rajaratnam (1999).

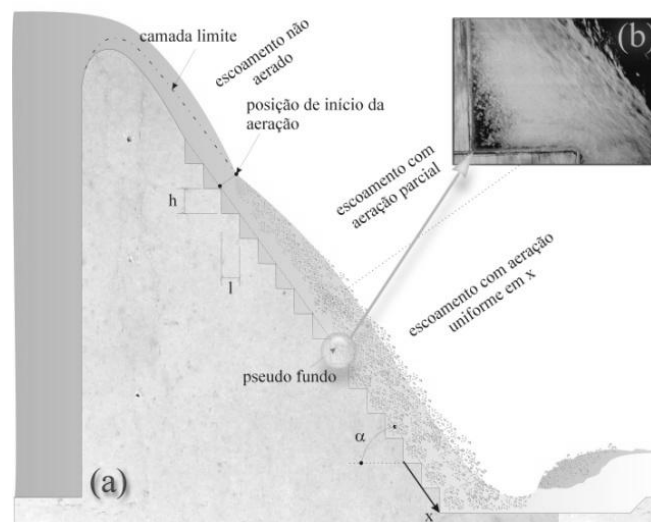


Figura 3 – Regiões do escoamento aerado (a) e detalhe do vórtice bifásico entre degraus (b)
 Fonte: detalhe do vórtice extraído de Chamani e Rajaratnam (1999)

Metodologias para o cálculo da posição de início da aeração foram propostas por diversos pesquisadores, inclusive em trabalhos experimentais brasileiros como o de Tozzi (1992), Povh (2000), Sanagiotto (2003) e Dai Prá (2004). O trabalho de Povh (2000, p.81-87, 97-99) apresenta uma interessante descrição que diferencia a posição de início da aeração em função da sua ocorrência na superfície livre da água, na região entre degraus e ao longo de toda a profundidade. Além de estudos experimentais, destaca-se que Arantes (2007) simulou numericamente o crescimento da camada limite e encontrou uma boa concordância com os dados de Tozzi (1992). Existe ainda uma quantidade considerável de trabalhos voltados ao cálculo da posição de início da aeração. Pode-se citar, por exemplo, os trabalhos de Matos (1999), Chanson (2002) e Boes e Hager (2003a). Uma breve comparação entre pontos experimentais, numéricos e metodologias de alguns

destes autores pode ser vista na Figura 4a. Por meio da Figura 4b, também é possível observar o comportamento da profundidade do escoamento na posição de início da aeração.

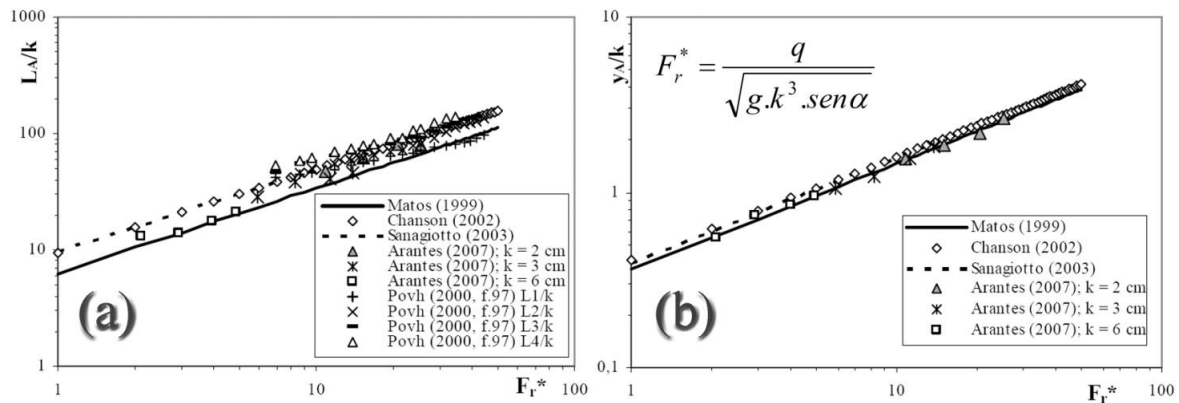


Figura 4 – Posição de início da aeração adimensionalizada com a altura de rugosidade dos degraus ($k = h \cdot \cos \alpha$) em função do número de Froude de rugosidade, definido na figura. Na legenda de (a) as variáveis L1 a L4 correspondem às diferentes posições de início da aeração definidas e estudadas por Povh (2000).

É interessante observar cuidadosamente os detalhes relacionados a cada estudo sobre a determinação da posição de início da aeração, sobretudo os detalhes relativos à configuração das condições de entrada. Este aspecto é importante porque o desenvolvimento da camada limite está relacionado com a forma e quantidade de degraus existentes nas proximidades da crista do vertedor. Além disto, apesar de não ser muito freqüente na prática, o uso de comportas certamente altera os valores encontrados na Figura 4.

A incorporação de bolhas de ar no escoamento e a conseqüente distribuição de vazios ou concentração de ar [$C = \text{volume de ar} / (\text{volume da mistura})$] ao longo do fluido é um fenômeno de grande interesse para engenharia. Somadas às conseqüências referidas anteriormente, pode-se incluir o aumento da profundidade do escoamento e suas implicações no dimensionamento dos muros laterais, além da formação de intensos respingos (*spray*), que em regiões frias pode ocasionar a formação de gelo em estradas. Quanto à cavitação, sabe-se que concentrações de ar mínimas podem prevenir a sua ocorrência, uma vez que a mistura compressível ar-água é capaz de absorver o colapso das bolhas. O trabalho clássico de Peterka (1953) mostra que a perda de massa de concreto tende a zero à medida que a concentração de ar no escoamento aumenta, sendo possível observar (por meio dos seus dados experimentais) que concentrações a partir de 7% inibem os efeitos danosos da cavitação. O estado da arte sobre o tema mostra que existem metodologias empíricas para o cálculo da concentração média de ar (ao longo da profundidade). Entre os trabalhos existentes, menciona-se os de Diez-Cascon *et al.* (1991), Chamani e Rajaratnam (1999), Matos e Quintela (1995), Ohtsu *et al.* (2000), Povh (2000), Povh e Tozzi (2001), Boes e Hager (2003b) e Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004). Observa-se ainda que os trabalhos recentes são mais detalhistas por fornecerem métodos que possibilitam o cálculo, por exemplo, de concentrações médias de ar ao longo da profundidade em função da posição longitudinal considerada e

concentrações médias de ar no pseudo-fundo, como no caso de Boes e Hager (2003b). Deste modo, fica evidente a importância do conhecimento sobre a fração de vazios no fluido, já que a presença de ar está intimamente relacionada ao risco de cavitação.

Além das regiões de escoamento aerado, especial atenção deve ser dada ao escoamento não aerado, uma vez que a formação e o colapso de bolhas de vapor junto ao contorno sólido podem causar sérios prejuízos à estrutura, como ilustrado por meio da Figura 5, que apresenta dois casos relacionados a estruturas lisas.

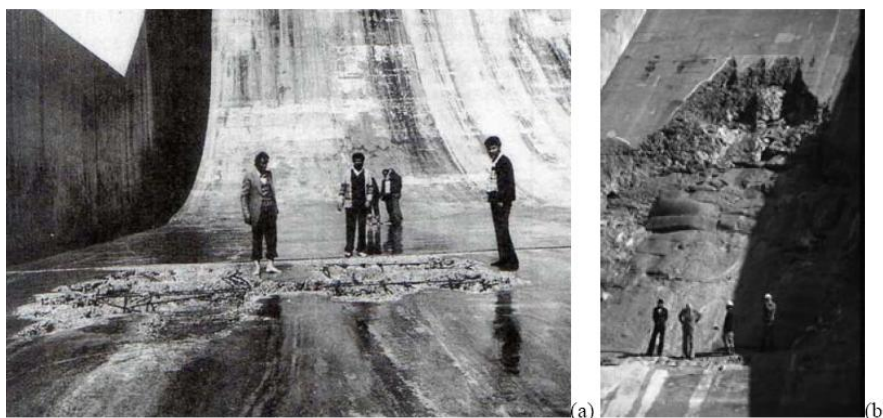


Figura 5 – Prejuízos ocasionados pela cavitação. (a) bacia de dissipação (ŞENTURK, 1994, p. 172); (b) Paramento de jusante do vertedor Shahid Abbaspour, Março de 1978 (MINOR, 2000, p.94).

O escoamento a montante da posição em que se verifica uma concentração de ar suficiente para evitar a cavitação deve ocorrer com velocidades limitadas a um valor máximo (que corresponde a níveis de pressão compatíveis com um escoamento seguro). Por meio de piezômetros, Tozzi (1992) constatou a ocorrência de pressões negativas nos espelhos dos degraus, fato que motivou um estudo detalhado acerca das pressões instantâneas com o auxílio de transdutores de pressão. Como resultado, o referido autor propôs duas curvas de probabilidade de ocorrência de pressões negativas de 1% e 10% que, segundo o autor, definem o grau de risco de ocorrência de pressões negativas (TOZZI, 1992, p.235). Ainda sobre trabalhos nacionais, destaca-se que Olinger (2001) apresenta uma importante contribuição sobre pressões instantâneas nos degraus. Olinger (2001) e Olinger e Briguetti (2004) estabeleceram um critério de projeto para estruturas com $1V:0,75H$ que possibilita uma avaliação do risco de cavitação incipiente na região não aerada do escoamento. Para tanto, os referidos autores estudaram e apresentaram uma metodologia baseada nas pressões instantâneas com probabilidade de ocorrência de 1% e 2%.

Boes e Hager (2003b), seguindo o critério mais conservador proposto por Peterka (1953), sugeriram que uma concentração de ar igual a 0,05 no pseudo-fundo deve ser suficiente para que não ocorra cavitação. De acordo com os mesmos autores, a montante da posição onde a concentração de ar é igual a 0,05, a velocidade não deve exceder 20 m/s.

Reconhecendo a importância da análise estatística de dados relativos pressões instantâneas, Gomes (2006) estudou experimentalmente pressões hidrodinâmicas atuantes nos degraus do trecho não aerado do escoamento em um modelo físico com 1V:0,75H e três configurações diferentes, a saber: com $h = 3$ cm, $h = 6$ cm e $h = 9$ cm. Como indicações, o referido autor sugere que vazões específicas não devem ultrapassar $11,3 \text{ m}^2/\text{s}$ e $15,6 \text{ m}^2/\text{s}$ e que uma velocidade média máxima da ordem de 17 m/s na seção de início da aeração não deve ser superada. Considerando o intervalo $0 \leq x/L_A \leq 1,20$ (L_A = distância longitudinal desde a crista até o início da aeração), Gomes (2006) propôs um critério baseado em uma velocidade crítica V_{cr} que não deve ser superada pela velocidade do escoamento ao longo da calha. A equação 3 traduz a sua metodologia:

$$V_{cr} = 16,29 + \frac{9,91}{\left\{ 1 + \exp \left[\left(\frac{x}{L_A} - 0,60 \right) \frac{1}{0,23} \right] \right\}} \quad (3)$$

Validade: V_{cr} [m/s], $d_c/h \leq 4,09$, $48^\circ \leq \alpha \leq 58^\circ$; vertedouros com seções prismáticas, tensão relativa de vapor da água a 20°C ao nível do mar igual a $-10,09 \text{ mH}_2\text{O}$ degraus com as alturas citadas.

Além de estudos experimentais, destaca-se que Arantes (2007) apresentou resultados de simulações numéricas obtidas via dinâmica dos fluidos computacional, incluindo comparações com dados experimentais de diferentes pesquisadores. Entre tais resultados, encontram-se dados relativos a pressões em posições de difícil acesso ao longo da calha, evidenciando assim um dos benefícios trazidos pelo uso de simulações numéricas.

Neste item procurou-se expor os aspectos de maior relevância para o projeto de vertedores e canais em degraus, enfatizando-se a cavitação. Evidentemente, não foram citados todos os estudos sobre o tema, uma vez que há um número razoável de publicações.

5 – DISSIPACÃO DE ENERGIA

Estudos sobre a energia dissipada pelos degraus talvez sejam aqueles que existem em maior quantidade graças à importância do assunto. Quanto às contribuições oriundas das diversas publicações que compõem a literatura sobre dissipação de energia promovida pelos degraus em regime deslizante, é possível dividir os trabalhos em quatro grupos: (1) trabalhos puramente experimentais que incluem curvas ou equações matemáticas ajustadas aos dados ou não, (2) trabalhos semi-empíricos que incluem equações fundamentadas em princípios físicos associadas à equação de resistência de Darcy-Weisbach, (3) alguns trabalhos que utilizaram e tentaram adaptar a equação de Manning e (4) resultados provenientes de soluções numéricas obtidas com dinâmica dos fluidos computacional.

Os grupos (1) e (2) são aqueles que possuem maior quantidade de trabalhos desenvolvidos e publicados. Tentativas de utilizar a equação de Manning são raras, pois, a despeito de sua fama, ela é sempre vista com restrições. Quanto ao grupo quatro, menciona-se que ainda são poucos os trabalhos que empregaram CFD.

A utilização da equação de Darcy-Weisbach e a complexidade do escoamento ao longo de vertedores em degraus tiveram como consequência a publicação de uma série de valores divergentes para o fator de resistência de Darcy-Weisbach. Rajaratnam (1990) ao analisar dados de Sorensen (1985) concluiu que o fator de resistência estava em torno de 0,72. Em um trabalho posterior, considerando a ocorrência de regime uniforme, Stephenson (1991, p.29) propôs o uso de uma equação semelhante a aquela relativa aos escoamentos turbulentos em tubos rugosos. Tozzi (1992) realizou testes em canais em degraus e em condutos escalonados e propôs equações para três geometrias distintas, válidas para a região de escoamento não aerado. Christodoulou (1993) realizou experimentos em um modelo físico com $1V:0,70H$ e 35,93 cm de altura desde a crista até a bacia de dissipação e, os resultados deste autor indicam valores para o fator de resistência entre 0,192 e 0,684. Povh (2000) mediu o conjugado subcrítico de diferentes ressaltos estabelecidos na bacia de dissipação e em seguida, por meio do teorema da quantidade de movimento, calculou os conjugados supercríticos. Com tais informações, Povh (2000, f.122) afirma ter estimado um valor médio para o fator de resistência de Darcy-Weisbach igual a 0,11, valor próximo daquele sugerido por Matos e Quintela (1995) para o pré-dimensionamento de vertedores em degraus. Ao reunir uma série de resultados de diferentes fontes, Chanson (2002, p.165) mostrou que o fator de resistência assumiu ao longo de alguns anos valores entre 0,05 e 5, aproximadamente. Além desses estudos, cita-se ainda a existência de metodologias para o cálculo do fator de resistência propostas por Boes e Hager (2003a), Sanagiotto (2003), Dai Prá (2004) e Ohstsu, Yasuda e Takahashi (2004).

A breve exposição sobre encontrada no parágrafo anterior sugere que a determinação de um valor adequado para o fator de resistência pode não ser tarefa simples. O mesmo ocorre quando, além do fator de resistência (que é uma variável intermediária no pré-dimensionamento), são consideradas diferentes metodologias existentes para estimativa da energia residual no pé do vertedor, como constatado por Simões (2008).

Os estudos referidos nos parágrafos anteriores correspondem a trabalhos experimentais. Em relação ao grupo quatro, relativo ao uso de CFD, cabe destacar que Arantes (2007) estudou diversos aspectos relacionados ao escoamento em vertedores em degraus, incluindo campo de pressões, efeitos de escala, desenvolvimento de camada limite, perfis de velocidade, aeração do escoamento entre outros. Com respeito à dissipação de energia, o referido autor encontrou uma boa

concordância entre os seus dados e aqueles de Sorensen (1985) e Christodoulou (1993). Arantes (2007) também obteve valores para o fator de resistência, que ficaram situados entre 0,211 e 0,277.

Após analisar uma série de dados experimentais encontrados na literatura e, em uma comparação com uma metodologia conceitual desenvolvida em seu trabalho, Simões (2008) apresentou resultados relativos à dissipação de energia, válidos para escoamento permanente gradualmente variado e escoamento uniforme. Algumas curvas obtidas com a formulação deste autor, incluindo os pontos experimentais utilizados, podem ser vistas na Figura 6 a seguir.

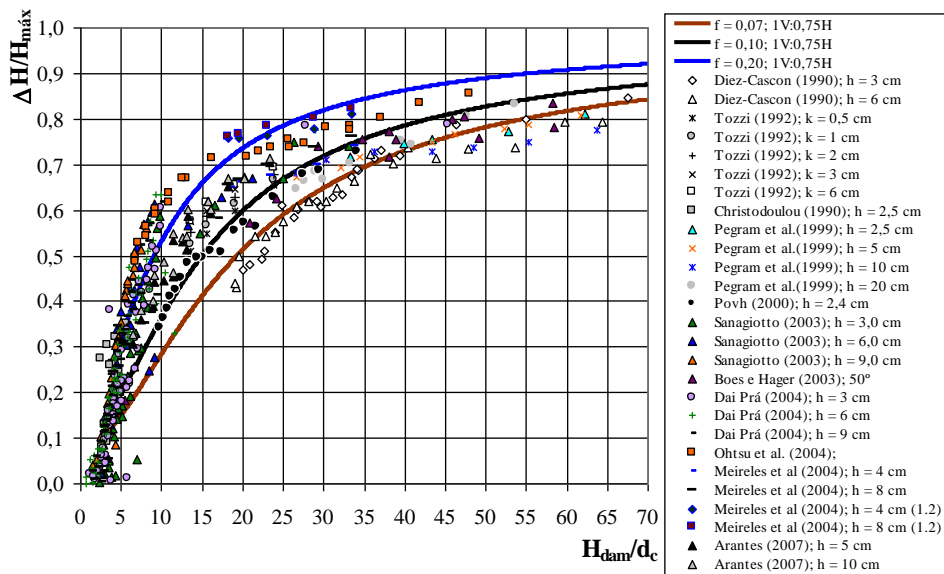


Figura 6 – Energia dissipada (ΔH) adimensionalizada em relação à energia total a montante do vertedor ($H_{máx}$) em função da altura adimensional do vertedor (em que H_{dam} = altura desde a crista padrão a te a cota de fundo da bacia de dissipação; d_c = profundidade crítica; pontos correspondentes a vertedores com $45^\circ \leq \alpha \leq 59,04^\circ$; maiores informações sobre os dados utilizados podem ser encontradas em Simões (2008).

Ao longo deste item procurou-se expor um resumo sobre diferentes trabalhos publicados desde 1985 com o intuito de localizar os tipos de estudos existentes e alguns pontos críticos sobre o assunto. Deve ficar claro que o assunto é amplo de tal maneira que uma revisão completa ocuparia algumas dezenas de páginas. Como exemplo, cita-se que existem pelo menos trinta e cinco equações empíricas e semi-empíricas voltadas à estimativa da energia dissipada pelos degraus em escoamento deslizante sobre vórtices. Além disto, deve-se observar com atenção assuntos adjacentes como efeitos de escala, influência da aeração no fator de resistência entre outros.

6 – TÓPICOS ESPECIAIS RELACIONADOS AO PROJETO

Além dos tópicos básicos sobre as características do escoamento ao longo de vertedores em degraus, há publicações de resultados experimentais e numéricos e grupos de metodologias sobre temas específicos sobre projetos, como a ocorrência de escoamento quase-uniforme, características de ressaltos hidráulicos estabelecidos a jusante de vertedores em degraus, formação de ressaltos submersos e suas características, perfil da superfície livre e altura dos muros laterais, projeto da

soleira padrão com degraus de alturas variáveis, aeradores de fundo e redução da formação de respingos (ou *spray*), uso de geometrias não convencionais, efeitos de escala e reoxigenação da água. Neste item são expostos breves comentários sobre alguns destes tópicos.

6.1 – ocorrência de escoamento quase-uniforme

A ocorrência do escoamento quase-uniforme em vertedores em degraus foi investigada por pesquisadores como Matos e Quintela (1995a), Christodoulou (1999), citado por Boes e Minor (2000)⁴, Boes e Minor (2000), Boes e Hager (2003a,b), Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004) e Simões (2006, 2008). Matos e Quintela (1995a) sugeriram que o escoamento uniforme em calhas com declividade em torno de 1V:0,75H ocorre para H_{dam}/d_c maior que valores entre 25 e 30. Christodoulou (1999), citado por Boes e Minor (2000), apresentou uma equação que relaciona o comprimento longitudinal necessário para que ocorra o escoamento uniforme com a vazão específica, a altura dos degraus e o ângulo de inclinação da calha em relação a horizontal.

Boes e Minor (2000, p.167) sugeriram que o escoamento uniforme ocorrerá se o comprimento da calha for maior ou igual a $L_u = 30.d_c$ (para $\alpha = 30^\circ$) ou maior ou igual a $L_u = 45,7.d_c$ (para $\alpha = 50^\circ$). Boes e Hager (2003a, p.674), a partir da equação diferencial do escoamento permanente gradualmente variado e da equação de Manning, desenvolveram uma equação que relaciona $H_{dam,u}$ (altura vertical desde a crista até a posição de escoamento uniforme) com a inclinação da calha e a profundidade crítica.

Em uma formulação abrangente, Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004), para calhas com α entre $5,7^\circ$ e 55° desenvolveram a equação 4 (ilustrada por meio da Figura 7) para a determinação da posição de início da zona de escoamento quase-uniforme.

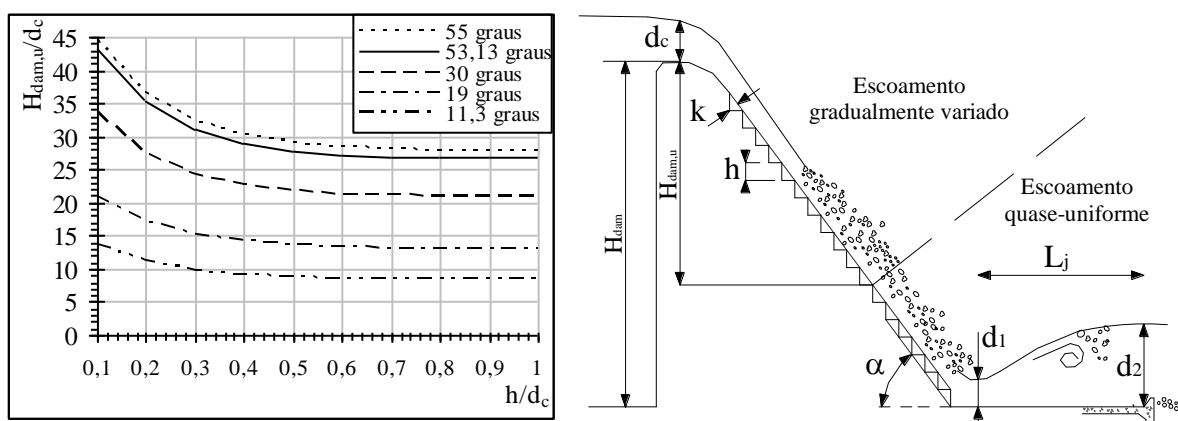


Figura 7 – Ocorrência do escoamento quase-uniforme - Equação 6 (a); simbologia (b).
Fonte: desenvolvido com a equação 6.

⁴ CHRISTODOULOU, G. (1999). Design of stepped spillways for optimal energy dissipation. *Hydropower & Dams*. 6(5): 90-93.

$$\frac{H_{\text{dam,u}}}{d_c} = \frac{5,7 + 6,7 \cdot \exp\left(-6,5 \cdot \frac{h}{d_c}\right)}{-1,21 \cdot 10^{-5} \cdot \alpha^3 + 1,60 \cdot 10^{-3} \cdot \alpha^2 - 7,13 \cdot 10^{-2} \cdot \alpha + 1,30} \quad (4)$$

válida para $5,7^\circ \leq \alpha \leq 55^\circ$ e $0,1 \leq h/d_c \leq 1$, e o ângulo α deve ser utilizado em graus. Percebe-se que a formulação de Ohtsu, Yasuda e Takahashi (2004) indica que o adimensional $H_{\text{dam,u}}/d_c$ é função da altura do degrau (h), da profundidade crítica (d_c) e do ângulo de inclinação da calha (α), tendo sido obtida a partir do ajuste a dados experimentais.

6.2 – escoamento mergulhante (*plunging flow*)

A transição de um escoamento de supercrítico para subcrítico em um canal íngreme seguido de um canal horizontal inclui uma considerável recirculação do escoamento. No interior do fluido os perfis de velocidade revelam um escoamento reverso característico de ressaltos submersos, como ilustrado por meio da Figura 8. Por questões de segurança, a redução do comprimento da região de recirculação é de grande importância para o projeto de bacias de dissipação a jusante de vertedores.

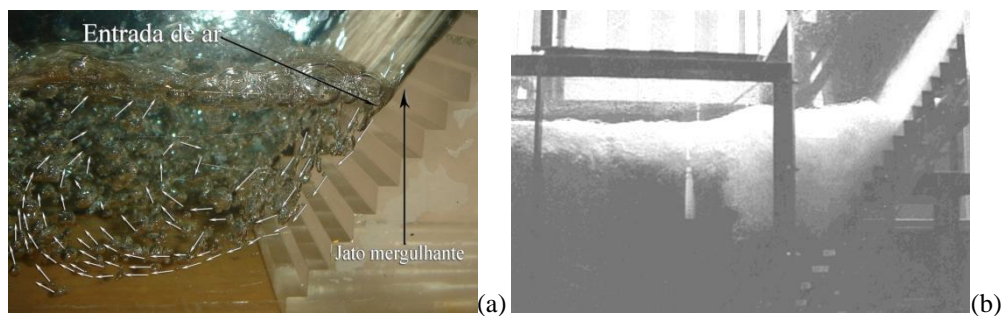


Figura 8 – Escoamento mergulhante: (a) - Simões, 2008 e (b) - Yasuda (2004).

Yasuda e Ohtsu (2000) estudaram este tipo de escoamento em estruturas lisas e com degraus e, entre suas conclusões, mostraram que a presença dos degraus reduz o comprimento de escoamento reverso. Detalhes específicos sobre o método desenvolvido por estes autores podem ser encontrados em Yasuda (2004) e em Simões (2008).

6.3 – altura dos muros laterais

O conhecimento do perfil da superfície livre do escoamento é de fundamental para o cálculo da altura dos muros laterais. A descrição do escoamento deslizante sobre turbilhões revela que ao longo do paramento de jusante existem regiões do escoamento com características diferentes. Próximo à crista o perfil da superfície livre é liso e bem definido com profundidades decrescentes em direção à base do vertedor. A jusante do ponto de início da aeração este comportamento é alterado em função da incorporação de ar, de modo que as profundidades passam a crescer no sentido do escoamento, até que seja atingido o escoamento quase-uniforme (se $H_{\text{dam}} \geq H_{\text{dam,u}}$).

Metodologias específicas para este propósito, incluindo recomendações relativas a fatores de segurança, podem ser encontradas em uma série de artigos publicados em Minor e Hager (2000). Adicionalmente, trabalhos como os de Povh e Tozzi (2001), Sanagiotto (2003), Dai Prá (2004) e Simões (2008) fornecem subsídios interessantes para o dimensionamento dos muros laterais.

6.4 – projeto da soleira padrão e degraus com alturas variáveis

Os perfis Creager e Scimemi são amplamente utilizados projeto de vertedores lisos e em degraus com declividades em torno de 1V:0,75H. Entre soleira padrão e a calha com degraus de alturas constantes, alguns projetistas optam por uma geometria de transição, formada por degraus com dimensões variadas. Diferentes exemplos de geometrias de transição podem ser encontrados na literatura, como em Tozzi (1992, p.57-58), Povh (2000, p.77) e Sanagiotto (2003). Quanto a um método específico de dimensionamento, cabe mencionar que Elviro García e Mateos Iguacel (1995)⁵, citados por Drewes e Gehrke (2000, p.23-24), desenvolveram um perfil, denominado CEDEX⁶ *profile*, no qual o primeiro degrau começa a uma distância $H_o/3$ do eixo axial da soleira padrão (H_o = carga de projeto), sendo o seu comprimento igual a $H_o/8$ e a sua altura determinada por meio do perfil padrão. As dimensões dos pisos dos degraus subsequentes são $H_o/7$, $H_o/6,5$, $H_o/6$, $H_o/5,5$ $H_o/5$ etc. até o ponto de tangência, como indicado na Figura 9.

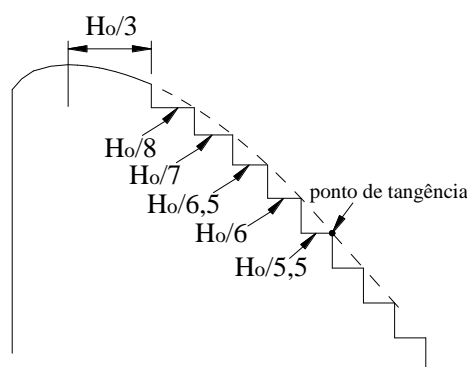


Figura 9 – Desenho esquemático sobre o CEDEX Profile

6.5 – aeradores de fundo

De acordo com Pfister, Hager e Minor (2006a, p.850), a adoção de vertedores em degraus está limitada a vazões específicas de até $30 \text{ m}^2/\text{s}$ ($h = 1,20 \text{ m}$), enquanto que estruturas lisas podem operar com até $100 \text{ m}^2/\text{s}$. A introdução artificial de ar no escoamento é uma possível solução quando se pretende construir vertedores submetidos a altas velocidades, levando em conta que concentrações de ar, em volume, da ordem de 7% a 8%, praticamente eliminam qualquer ação erosiva da cavitação de acordo com estudos de Peterka (1953).

⁵ ELVIRO GARCÍA, V.; MATEOS IGUACEL, C. (1995). Aliviaderos escalonados. Diseño de la transición entre al umbral y la rapida escalonada. Ingeniería Civil, n.99.

⁶ Centro de Estudios y Experimentación de Obras Públicas (CEDEX), Madrid Espanha.

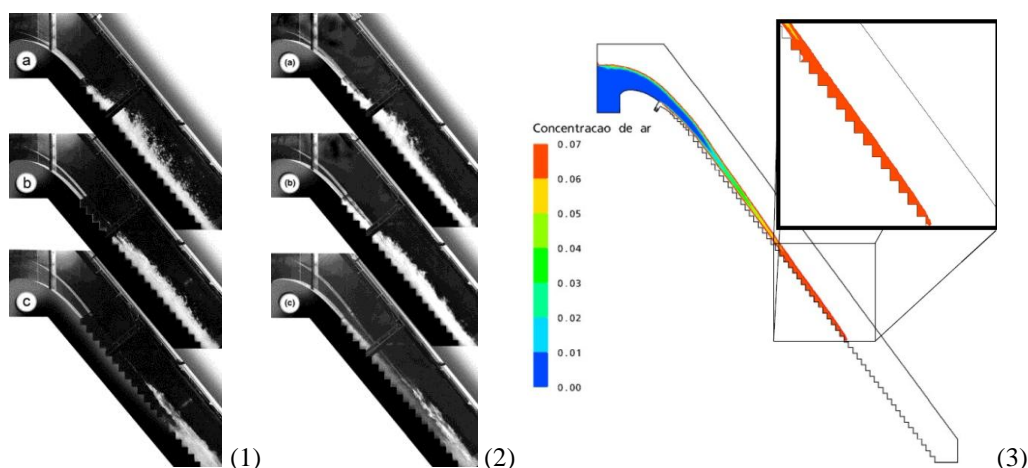


Figura 10 – Modelo físico estudado por Pfister *et al.* (2006b): sem aerador (1a, 1b e 1c) e com aerador (2a, 2b e 2c) e (3) aerador de fundo concebido e simulado numericamente por Arantes (2007).
 Fonte: Pfister, Hager e Minor (2006b, p.278-279) e Arantes (2007, p.106, 127-128).

Estudos sobre o uso de aeradores de fundo para vertedores em degraus ainda são raros, podendo-se citar os trabalhos de Pfister, Hager e Minor (2006a, b), Arantes (2007) e Zamora *et al.* (2008). Uma tentativa de aplicação prática desses aeradores foi feita por Lueker *et al.* (2008). Detalhes específicos sobre as geometrias dos aeradores podem ser encontrados nas referências mencionadas. Com o intuito de ilustrar as diferenças notadas pelo uso do aerador, as Figuras 10(1) e 10(2), contêm imagens obtidas experimentalmente por Pfister, Hager e Minor (2006b), nas quais é notada a aeração pela aparência esbranquiçada da água. A Figura 10(3) ilustra o aerador de fundo concebido por Arantes (2007) e a incorporação de ar promovida por esse dispositivo, representada por meio da concentração de ar na água indicada na legenda de cores.

6.6 – geometrias não convencionais e outros dispositivos

Visando afastar o local de dissipação de energia residual do escoamento do pé da barragem, Tozzi (1992) estudou o uso de um defletor na parte terminal do vertedor. Kanashiro (1995), através de um modelo físico, investigou o uso de degraus espaçados ao longo da calha e o seu efeito na dissipação de energia. Chinnarasri e Wongwises (2006) apresentaram resultados experimentais relacionados a canais em degraus com geometrias não convencionais, incluindo degraus com o piso em aclave e com soleiras terminais. Gonzalez e Chanson (2008) estudaram experimentalmente a influência do uso de palhetas entre degraus, incluindo avaliações sobre perfis de concentrações de ar e velocidade e dissipação de energia. Hunt *et al.* (2008) publicaram resultados experimentais sobre a influência do uso de muros laterais convergentes na posição da superfície livre.

6.7 – efeitos de escala

Efeito de escala é a consequência da não similaridade entre o modelo físico e o protótipo, resultante do fato de que nem todos os números adimensionais pertinentes são iguais no modelo e

no protótipo (ASCE Task Committee, 1982). Os modelos físicos de vertedores em degraus são normalmente concebidos por meio da lei de semelhança de Froude (Fr), todavia, aspectos como a aeração do escoamento e o campo de pressões devem levar em conta outros adimensionais como, por exemplo, os números de Reynolds (Re), Weber (We) e Cauchy (Ca). Recomendações sobre efeitos de escala em vertedores em degraus podem ser encontradas em Chanson, Yasuda e Ohtsu (2002, p.817), Boes e Hager (2003b, p.662), Chanson e Gonzalez (2005, p.249) e Arantes (2007).

7 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste texto foram apresentados alguns tópicos relevantes atrelados às pesquisas sobre o escoamento em vertedores e canais em degraus. Especial atenção foi dada aos principais aspectos físicos do escoamento, além de terem sido indicados os trabalhos clássicos e modernos sobre os diferentes temas. Entretanto, como sugere o título, ressalta-se que o trabalho corresponde a uma breve exposição de uma grande quantidade de informações disponíveis na literatura da área.

AGRADECIMENTOS

Ao apoio financeiro dado pelas instituições FAPESP, CNPq e CAPES (processo 2201/06-2).

8 – BIBLIOGRAFIA

ARANTES, E. J. (2007). **Caracterização do escoamento sobre vertedouros em degraus via CFD**. 206 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

ASCE TASK COMMITTEE (1982). Modeling hydraulic phenomena: a glossary of terms. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.108, p.845-852, July.

BOES, R. (2000). **Zweiphasenströmung und Energieumsetzung an Grosskaskaden**. 2000. 309 f. Tese (Doutorado) – Instituto Federal Suíço de Tecnologia - Laboratório de Hidráulica, Hidrologia e Glaciologia, Zurich, 2000.

BOES, R. M.; HAGER, W. H. (2003a). Hydraulic design of stepped spillways. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.129, n.9, p.671-679, Sep., 2003a.

BOES, R. M.; HAGER, W. H. (2003b). Two-Phase flow characteristics of stepped spillways. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.129, n.9, p.661-670, 2003b.

BOES, R. M.; MINOR, H. E. (2000). **Guidelines for the hydraulic design of stepped spillways**. Proc. Int. Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways, ETH, Zurich. Balkema, p. 163-170, 2000.

CAROSI, G.; CHANSON, H. (2006). **Air-water time and length scales in skimming flows on a stepped spillway. Application to the spray characterization**. The University of Queensland, Brisbane, Austrália, 2006.

CHAMANI, M. R.; RAJARATNAM, N. (1999b). Onset of skimming flow on stepped spillways. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.125, n.9, p.969-971, Sept, 1999b.

- CHANSON, H. (1994). **Hydraulic design of stepped cascades, channels, weirs and spillways**. Pergamon Oxford, 1994d.
- CHANSON, H. (2001). Hydraulic design of stepped spillways and downstream energy dissipation. **Dam Engineering**, v.11, n.4, p.205-242, 2001
- CHANSON, H. (2002). **The hydraulics of stepped chutes and spillways**. The Netherlands: A. A. Balkema Publishers, 2002. 384 p.
- CHANSON, H.; GONZALEZ, C.A. (2005). Physical modelling and scale effects of air-water flows on stepped spillways. **Journal of Zhejiang University SCIENCE**. p.243-250, 2005.
- CHANSON, H.; YASUDA, Y.; OHTSU, I. (2002). Flow resistance in skimming flows in stepped spillways and its modelling. **Canadian Journal of Civil Engineering**. v.29, p.809-819. 2002.
- CHINNARASRI, C.; WONGWISES, S. (2004). Flow regime and energy loss on chutes with upward inclined steps. **Canadian Journal of Civil Engineering**. v.31, p.870-879, Oct., 2004.
- CHINNARASRI, C.; WONGWISES, S. (2006). Flow patterns and energy dissipation over various stepped chutes. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, v.132, n.1, p.70-76, Jan/Feb.
- CHRISTODOULOU, G. C. (1993). Energy dissipation on stepped spillways. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.119, n.5, p.644-650, May, 1993.
- DAI PRÁ, M. (2004). **Características do escoamento sobre vertedouros em degraus de declividade 1V:1H**. 2004. 134 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2004.
- DIEZ-CASCON, J. *et al.* (1991). Studies on the hydraulic behavior of stepped spillways. **Water Power & Dam Construction**, v.43, n.9, p.22-26, Sept., 1991.
- DREWES, U.; GEHRKE, T. (2000). The stepped spillway for the Mhlathuzane dam, Swaziland. In. H. E. Minor e W. H. Hager (Ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 21-26. Balkema, 2000.
- ESSERY, I.T.S.; HORNER, M.W. (1978). **The hydraulic design of stepped spillways**. 2a ed London: Construction Industry Research and Information Association, 1978. 45p. (Ciria Report 33)
- GOMES, J.F. (2006). **Campo de pressões: condições de incipiência à cavitação em vertedouros em degraus com declividade 1V:0,75H**. 2006. 161 f. Tese (Doutorado) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.
- HORNER, M.W. (1969). **An analysis of flow on cascades of steps**. 1969. Tese (Doutorado) – Universidade de Birmingham, UK.
- HUNT, S.L.; KADAVY, K.C.; ABT, S.R.; TEMPLE, D.M.(2008) Impact of converging chute walls for roller compacted concrete stepped spillways. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.134, n.7.
- KANASHIRO, W. H. (1995). **Vertedores em degraus: avaliação de efeitos do espaçamento dos degraus na dissipação da energia**. 1995. 62 f. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

LUEKER, M.; MOHSENI, O.; GULLIVER, J.S.; SCHULZ, H.E.; CHRISTOPHER, R.A. (2008) The physical model study of the Folsom Dam auxiliary spillway system. Project Report 511, Universidade de Minnesota, St. Anthony Falls Laboratory.

MATOS, J.S.G. (1999). Emulsão de ar e dissipação de energia do escoamento em descarregadores em degraus. Research Report, IST, Lisbon, Portugal.

MATOS, J. S.G., QUINTELA, A. C. (1995b). Descarregadores de cheias em degraus: posição actual da avaliação da dissipação de energia. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 11, Recife, **Anais...** Recife: ABRH, 1995b, v. 4, p. 65-71.

MEIRELES, I.; MATOS, J.; MELO, J.F.. (2004). Energia específica residual do escoamento em descarregadores de cheias em degraus. Aplicação do ressalto hidráulico. 7º Congresso da Água, Associação Portuguesa dos Recursos Hídricos, 2004.

MILLAN, A.N. (1993). **Estruturas hidráulicas adaptadas a barragens de concreto compactado a rolo (CCR)**. 1993. 115 f. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.

MINOR, Hans-Erwin. (2000). Spillways for high velocities. In. H. E. Minor e W. H. Hager (Ed.) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Balkema, Zürich: 3-10.

MINOR, E.; HAGER, W.H. (2000) **International Workshop on Hydraulics of Stepped Spillways**, Zürich, Switzerland: 3-10. Balkema.

OHTSU, I.; YASUDA, Y. (1997). Characteristics of flow conditions on stepped channels. In: BIENNIAL CONGRESS, 27, San Francisco, **Anais...** San Francisco: IAHR, 1997, p. 583-588.

OHTSU I., YASUDA Y., TAKAHASHI, M. (2001). Onset of skimming flow on stepped spillways - Discussion. **Journal of Hydraulic Engineering**. v. 127, p. 522-524, 2001. Discussão de: CHAMANI, M. R.; RAJARATNAM, N. Onset of skimming flow on stepped spillways. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v. 125, n.9, p.969-971, Sept, 1999b.

OHTSU I., YASUDA Y., TAKAHASHI, M. (2004). Flows characteristics of skimming flows in stepped channels. **ASCE, Journal of Hydraulic Engineering**. v.130, n.9, p.860-869, Sept, 2004.

OLINGER, J. C. (2001). **Contribuição ao estudo da distribuição de pressões nos vertedouros em degraus**. 2001. 230 f. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

OLINGER, J. C. BRIGHETTI, G. (2004). Distribuição de Pressões em Vertedouros em Degraus. **RBRH: Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v.9, n.1, p.67-83, Jan/Mar., 2004.

PEGRAM, G. G. S.; OFFICER, A. K.; MOTTRAM, S. R. (1999). Hydraulics of skimming flow on modeled stepped spillways. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.125, n.5, p.500-510, May 1999.

PETERKA, A. J. (1953). The effect of entrained air on cavitation pitting. **Joint Meeting Paper, IAHR/ASCE**, Minneapolis, Minnesota, Aug.

PFISTER, M.; HAGER, W.H.; MINOR, Hans-Erwin. (2006a). Bottom aeration of stepped spillways. (**Technical Notes**) **Journal of Hydraulic Engineering**, v.132, n.8, p.850-853, Aug.

- PFISTER, M.; HAGER, W.H.; MINOR, Hans-Erwin. (2006b). Stepped chutes: pre-aeration and spray reduction. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 32, p.269-284, 2006b.
- POVH, P.H. (2000). **Avaliação da energia residual a jusante de vertedouros em degraus com fluxos em regime skimming flow**. 2000. 142 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Hidráulica) - Departamento de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2000.
- POVH, P.H.; TOZZI, M.J. (2001). **Concentração média de ar do escoamento na base de vertedouros em degraus**. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 14, 2001, Aracaju, **Anais...** Porto Alegre: ABRH: 2001. 18p.
- RAJARATNAM, N. (1990). Skimming flow in stepped spillways. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.116, n.4, p. 587-591, April, 1990.
- SANAGIOTTO, D.G. (2003). **Características do escoamento sobre vertedouros em degraus de declividade 1v:0,75h**. 2003. 137 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Pesquisas Hidráulicas, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.
- SÁNCHEZ-JUNY, M.; DOLZ, J. (2005). Experimental study of transition and skimming flows on stepped spillways in RCC dams: qualitative analysis and pressures measurements. **Journal of hydraulic research**. v. 43, n.5, p. 540-548. 2005.
- ŞENTÜRK,F.(1994). **Hydraulics of dams and reservoirs**. Water Resources Publications. Colorado.
- SIMÕES,A.L.A. (2006). **Considerações sobre a hidrodinâmica de extravasores em degraus**. 2006. 90 f. Monografia (Graduação) – Universidade Salvador – UNIFACS, Salvador.
- SIMÕES,A.L.A.(2008). **Considerações sobre a hidráulica de vertedores em degraus; metodologias adimensionais para pré-dimensionamento**. 2008. 90 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo – USP, São Carlos.
- SORENSEN, R.M. (1985). Stepped spillway hydraulic model investigation. **Journal of Hydraulic Engineering**, v.111, n.12, p. 1461-1472. Dec. 1985.
- STEPHENSON, D. (1991). Energy dissipation down stepped spillways. **Water Power & Dam Construction**, v. 43, n. 9, p. 27-30, Sept. 1991.
- TOZZI, M.J. (1992). **Caracterização/comportamento de escoamentos em vertedouros com paramento em degraus**. 1992. 302 f. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo.
- YASUDA, Y.; OHTSU, I. (1999). Flow resistance of skimming flows in stepped channels. Proc., 28th IAHR Congr., International Association for Hydraulic Research, Delft, The Netherland, Session B14 (CD-Rom).
- YASUDA,Y.(2004) Characteristics of plunging flows in stepped-channel chutes. Fluvial, Environmental and Coastal Developments in Hydraulic Engineering: Proceedings of the International Workshop on State-of-the-Art Hydraulic Engineering, 16-19 February 2004, Bari, Italy. Mossa, Michele.; Yasuda, Youichi.; Chanson, Hubert. Taylor & Francis Routledge.
- ZAMORA,A.S.;PFISTER,M.;HAGER,W.H.;MINOR, Hans-Erwin (2008). Hydraulic performance of step aerator. **Journal of Hydraulic Engineering, ASCE**. v.134, n.2, p. 127-137, Feb.