

# SIMULAÇÃO DE ELEMENTOS ANALÍTICOS PARA O ESCOAMENTO EM AQÜÍFEROS COSTEIROS ALONGADOS

*José Anderson N. Batista<sup>1</sup>; Edson Wendland<sup>2</sup>; Harry E. Schulz<sup>3</sup>*

**RESUMO** – O Método de Elementos Analíticos tem sido utilizado satisfatoriamente em diversos estudos práticos. O método possibilita grande flexibilidade em relação à representação do domínio. Nesse trabalho, são obtidos elementos para a modelagem em aquíferos costeiros alongados. A metodologia está baseada na abordagem fornecida por Strack (1989), onde o potencial complexo do escoamento é obtido a partir de soluções analíticas elementares, por exemplo, de um segmento de linha dipolar. Por se tratar de uma abordagem regional os efeitos da intrusão salina são desprezados. Os elementos de aquíferos alongados são obtidos indiretamente mapeando-se o plano do aquífero a partir de um plano mais simples obtido pela transformação de Schwarz-Christoffel. Propõe-se dois exercícios para verificação do comportamento dos elementos em relação a soluções exatas. São observadas oscilações da solução aproximada próximo à borda dos elementos. Entretanto, observa-se também que quanto maior a superdeterminação do sistema, maior o ajuste da aproximação. O caso prático da captação da Adutora Monsenhor Expedito também é analisado. O modelo foi calibrado satisfatoriamente contra um estudo de campo a partir da recarga regional, obtendo-se uma taxa de 24,0mm/mês. Além disso, o impacto da captação sobre o nível de água da lagoa do Bonfim é discutido.

**ABSTRACT** – Analytic Element Method (AEM) provides convenient tools for groundwater flow analysis permitting better agreement between models and natural phenomena. In this paper, analytic elements are derived for modeling elongated costal aquifers. Following Strack (1989) approach for analytic elements, the complex potential is obtained from elementary solutions of for simple features. In reason of our approach consider regional domains salt intrusion effects are neglected. These solutions are considered herein for a simpler domain called map instead of the aquifer plane. The relationship between the aquifer and its map is established by means of the Schwarz-Christoffel mapping. Two verification exercises are analyzed and a practical groundwater flow case is studied in order to demonstrate the capabilities of the proposed methodology. Because of limitations in error minimizing calculations, some oscillation is present in AEM solution close to elements. However, increasing the number of control points enhances quality of the solution. This fact is also observed in the practical problem of the Monsenhor Expedito network pumping system. The model was satisfactorily calibrated against a field study yielding a uniform recharge rate of 24mm/month. The influence of the pumping on the Bonfim lake water level is also assessed.

**Palavras-chave:** Aquíferos Alongados; Elementos Analíticos; Transformação de Schwarz-Christoffel

---

<sup>1</sup> Estudante de Pós-doutorado na Escola de Engenharia de São Carlos, Av. Trabalhador São-carlense, 400, 13566-590, São Carlos-SP. Tel. (16)3373-8270, E-mail joseandersonbatista@gmail.com

<sup>2</sup> Professor Associado da Escola de Engenharia de São Carlos, Av. Trabalhador São-carlense, 400, 13566-590, São Carlos-SP. Tel (16)3373-9541, E-mail ew@sc.usp.br

<sup>3</sup> Professor Titular da Escola de Engenharia de São Carlos, Av. Trabalhador São-carlense, 400, 13566-590, São Carlos-SP, Tel (16)3373-9555, E-mail heschulz@sc.usp.br

## 1 Introdução

Os aquíferos costeiros geralmente estão sujeitos à pressão atmosférica e sofrem a intrusão imiscível da água do mar. Porém, em razão da abordagem deste trabalho ser regional o efeito da intrusão salina é desprezado. Na prática, os estudos hidrogeológicos em aquíferos livres geralmente admitem que a superfície potenciométrica possui divisores de águas distribuídos conforme os divisores topográficos. Diversos estudos teóricos, no entanto, raramente confirmam essa hipótese (e.g. Winter et al. 2003; Haitjema e Mitchell-Bruker 2005). Resultados obtidos do estudo de Woo (2004) demonstram que a imposição de condições de contornos artificiais em áreas menores que aquela em que ocorre o processo hidrológico tornam a abordagem insensível aos efeitos exteriores. O autor ainda acrescenta que em se tratando da imposição de divisores de água são introduzidos fortes efeitos de borda e a análise torna-se prejudicada.

Devido à crescente confiabilidade na consistência dos métodos numéricos e a difusão do uso dos computadores a modelagem de escoamentos subterrâneos em domínios cercados tem se tornado cada vez mais aceita. Ao contrário, o Método de Elementos Analíticos tem se desenvolvido para aplicações em domínio aberto (infinito). Uma das principais características do método, portanto, é a relação direta entre a função dos elementos analíticos e os efeitos físicos produzidos em cada estrutura representada no aquífero. Assim, o método não exige a introdução de condições artificiais de contorno. Encontram-se disponíveis na literatura científica elementos analíticos para representações bi e tridimensionais de escoamentos estacionários em uma única camada aquífera (Janković and Barnes, 1999; Luther and Haitjema, 2000) e de escoamentos estratificados (Bakker and Strack, 2003). Transientes em aquíferos (Furman e Neuman, 2003) e escoamento através de meios com propriedades continuamente variáveis (Strack, 2006) são temas atualmente em pleno desenvolvimento.

Neste trabalho, obtém-se elementos para aquíferos configurados entre dois contornos paralelos infinitos, portanto, chamado de Aquífero Alongado. A representação de efeitos nesses aquíferos pode ser conseguida diferentemente de acordo com a escala de trabalho. Se a abordagem é regional, por exemplo o escoamento gerado por uma taxa de recarga uniforme, a representação pode ser unidimensional e, portanto, diretamente aplicada ao domínio do aquífero. Se, porém, a abordagem é local, os elementos devem ser aplicados em um domínio mais simples que mapeia o domínio físico mediante a transformação de Schwarz-Christoffel. A única abordagem deste trabalho feita em escala regional é a solução clássica do escoamento unidimensional gerado por uma taxa de recarga uniforme entre duas fronteiras (e.g. Bear, 1972). A análise local utiliza-se de funções obtidas no plano de mapeamento (elementos). Os elementos construídos aqui consideram

propriedades hidráulicas constantes no interior de porções definidas e apenas uma única camada aquífera, livre ou confinada.

## 2 Solução dos efeitos regionais do escoamento

Em aquíferos alongados, o escoamento regional segue preferencialmente a direção transversal do domínio. Isso torna possível a abordagem do problema em uma dimensão apenas. Na Figura 1 exibe-se a representação esquemática de um aquífero alongado entre duas fronteiras paralelas retilíneas. Uma das fronteiras possui potencial constante e a outra, uma parede impermeável. Considere-se, ainda, que o sistema de eixos de coordenadas esteja localizado sobre a fronteira permeável e com a mesma direção. A primeira fronteira encontra-se à coordenada  $y=0$  e, a segunda, à coordenada  $y=L$ . A solução é obtida integrando-se a Equação de Poisson e, em seguida, atribui-se o potencial à coordenada  $y=0$ . A segunda fronteira é representada atribuindo-se derivada nula à coordenada  $y=L$ . A solução é expressa pela seguinte equação (e.g. Bear, 1972 and Strack, 1989):

$$\Phi_r = -\frac{N}{2}y^2 + NLy + \Phi_0 \quad \text{Eq. 1}$$

onde  $y$  fornece a distância relativa com respeito a um ponto de referência tomado sobre a fronteira drenante do aquífero. A taxa de recarga do escoamento [ $LT^{-1}$ ] é dada por  $N$ ;  $L$  é a distância entre as fronteiras.

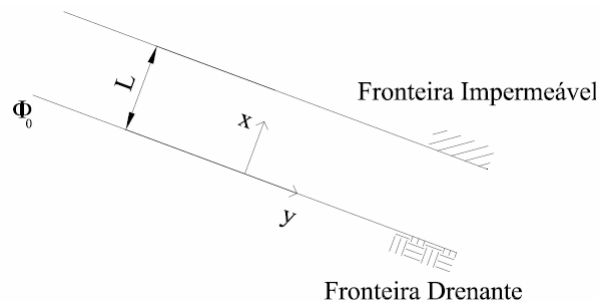


Figura 1 – Fronteiras Regionais de Aquíferos Alongados

## 3 Solução dos efeitos de escala local

O escoamento local é abordado em um semiplano obtido pela transformação de Schwarz-Christoffel. Cada ponto do domínio obtido corresponde a um outro do domínio físico. Assim, os

elementos obtidos correspondem indiretamente às feições encontradas no aquífero. São considerados apenas problemas de escoamento estacionário em uma única camada aquífera.

### 3.1 A transformação de Schwarz-Christoffel para Aquíferos Alongados

A técnica de mapeamento conforme permite obter funções entre um certo domínio e outro mais simples, por exemplo, um semiplano. A transformação de Schwarz-Christoffel expressa a função que remete um semiplano  $\zeta$  em um polígono qualquer no plano  $z$ . Assim, as fronteiras dos aquíferos são descritas por meio de segmentos de reta. Admite-se que a representação de aquíferos por um polígono não introduza perda de detalhes à medida que a área de interesse do problema esteja distante dos contornos. A expressão geral de Schwarz-Christoffel é a seguinte:

$$z = a \int \prod_{v=1}^{n-1} (\zeta - \xi_v)^{\frac{k_v}{\pi}} d\zeta + b$$

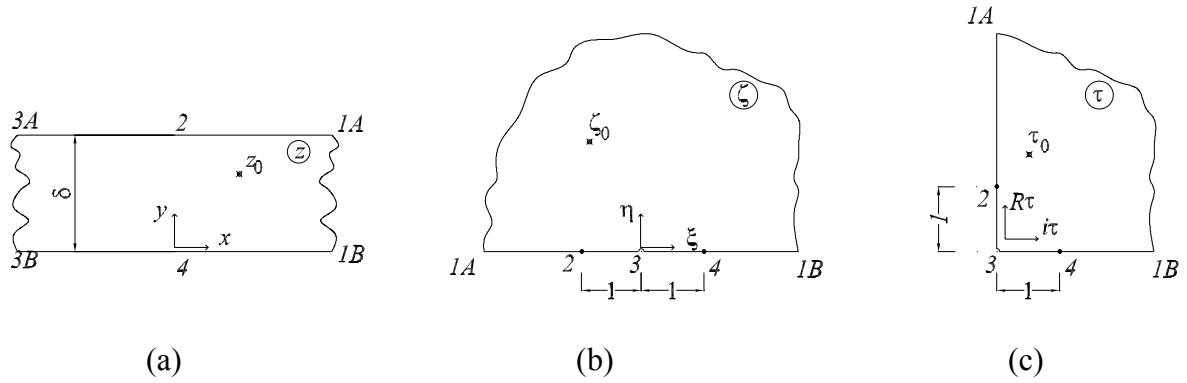
Eq. 2

onde  $a$  e  $b$  são constantes complexas a serem definidas nos vértices do polígono;  $\zeta$  é a coordenada complexa no semiplano; e  $\xi_v$  são as coordenadas de  $\zeta$  correspondentes aos vértices ( $z_v$ ) do polígono; e  $k_v$  são os ângulos entre dois lados de um vértice.

Strack (1989) resolve a Eq. 2 para um domínio localizado entre duas retas paralelas onde são impostas as mesmas condições de contorno. Considere-se a distância entre os contornos igual a  $\delta$  (Figura 2). Os vértices são os seguintes: pontos 1 e 3, respectivamente em  $+\infty$  e  $-\infty$ . O sistema de coordenadas é posicionado em um ponto de referência em cima do primeiro contorno (Ponto 4). O ponto 2 foi posicionado do lado oposto ao número 4.

A transformação de um domínio entre duas retas paralelas onde são impostas as mesmas condições de contorno é fornecida por Strack (1989). Considera-se a distância entre os contornos igual a  $d$ , a faixa ( $z$ ) será mapeada em um semiplano superior ( $\zeta$ ) por intermédio da seguinte função:

$$z = \frac{d}{\pi} \log \zeta \tag{Eq. 3}$$



**Figura 2 – Mapeamentos de Aquíferos Alongados entre Dois Contornos Paralelos: (a) domínio físico; (b) semiplano de mapeamento; (c) quadrante**

Se, por outro lado, cada linha da faixa tem diferentes condições de contorno, o mapeamento só é possível em um semiplano de dois eixos. Assim, o mapeamento da faixa recai sobre o primeiro quadrante de  $\zeta$ , o semiplano  $\tau$ . Note-se que a raiz quadrada de  $\zeta$  expressa matematicamente o primeiro quadrante do semiplano. Substituindo-se  $\tau = \sqrt{\zeta}$  na Eq. 3 tem-se:

$$z = \frac{2d}{\pi} \log \tau \quad \text{Eq. 4}$$

Muito embora a função logarítmica produza uma sobreposição de superfícies em  $z$ , a unicidade da transformação é assegurada em que o domínio físico possui uma largura finita ( $d$ ). Dessa forma, o semiplano  $\zeta$  possui seus argumentos limitados pelos eixos ( $0 \leq \arg \zeta \leq \pi$  ou  $0 \leq \arg \tau \leq \frac{\pi}{2}$ ), produzindo um único trecho da superfície correspondente à faixa de  $z$ .

### 3.2 Solução para Poços

O potencial complexo para a representação de um poço de penetração total localizado à coordenada  $\tau$  com uma descarga  $Q_w$  [ $LT^3$ ] é o conhecido potencial logarítmico. Sendo o poço uma estrutura pontual no meio, o mapa de seu escoamento no semiplano é obtido simplesmente

efetuando-se a transformação de coordenadas. De acordo com a transformação de Schwarz-Christoffel (Eq. 4) o mapa do escoamento é:

$$\Omega_w = -\frac{Q_w}{2\pi} \log\left(e^{\frac{\pi z}{2d}} - e^{\frac{\pi z_w}{2d}}\right) + \Omega_{0_w} \quad \text{Eq. 5}$$

onde  $z_w$  é a coordenada do poço no aquífero.

### 3.3 Solução de Linha

A solução de escoamentos gerados por linhas é expressa pela integral de linha de Cauchy como:

$$\Omega_{le} = -\left(\frac{1}{i}\right) \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{\mu(\Delta)}{Z - \Delta} d\Delta \quad \text{Eq. 6}$$

onde o termo  $\left(\frac{1}{i}\right)$  faz alusão ao uso de dipolos transversais (na ausência do termo, são utilizados dipolos longitudinais); o parâmetro  $\mu$  é a função de distribuição de esforços ao longo da linha;  $\Delta$  é a variável de integração definida sobre a linha; e  $Z$  é a coordenada complexa que define posições em relação à linha que produz o escoamento. A variável  $Z$  é expressa pela relação a seguir:

$$Z = \frac{\zeta - \frac{1}{2}(\zeta_1 + \zeta_2)}{\frac{1}{2}(\zeta_2 - \zeta_1)} \quad \text{Eq. 7}$$

As coordenadas  $\zeta_1$  e  $\zeta_2$  são definidas para os extremos da linha geradora e a coordenada  $\zeta$  é uma coordenada qualquer do plano de mapeamento. A partir da transformação de Schwarz-Christoffel (Eq. 3 ou Eq. 4) pode-se encontrar um novo plano *Zeta* que mapeia  $Z$ :

$$Z = \frac{\exp(\frac{1}{2}(1 - Zeta)\ln z_1) \exp(\frac{1}{2}(1 + Zeta)\ln z_2) - \frac{1}{2}(z_1 + z_2)}{\frac{1}{2}(z_2 - z_1)} \quad \text{Eq. 8}$$

De acordo com Strack (1989): 1) a distribuição de esforços ( $\mu$ ) deve ser real sobre o intervalo; e 2) a solução de Eq. 6 deve apresentar sobre o intervalo uma descontinuidade igual à distribuição ( $\mu$ ).

Escrevendo-se  $\mu$  em termos da parte real de *Zeta* ( $\Re Zeta = \Xi$ ), assegura-se que  $\mu$  terá apenas valores reais sobre o intervalo. Logo, a variável de integração  $\Delta$  é substituída por  $\Xi$  da seguinte maneira:

$$\Omega_{ie} = -\left(\frac{1}{i}\right) \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{\mu(\Xi)}{Z - \Delta(\Xi)} \frac{d\Delta}{d\Xi} d\Xi \quad \text{Eq. 9}$$

A segunda condição é satisfeita separando-se integral em duas partes (Eq. 10). A primeira parte produz uma integral singular bem conhecida que é logo satisfeita por uma função logarítmica. A segunda parte, no entanto, representa, ainda, uma integral singular fraca. Essa integral pode ser resolvida satisfatoriamente por meio de aproximações conhecidas como quadraturas gaussianas.

$$\Omega_{ie} = -\left(\frac{1}{i}\right) \frac{\mu(Zeta)}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{1}{Z - \Delta} d\Delta + \left(\frac{1}{i}\right) \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \frac{\mu(Zeta) - \mu(\Xi)}{Z - \Delta(\Xi)} \frac{d\Delta}{d\Xi} d\Xi \quad \text{Eq. 10}$$

Resolvendo-se a Eq. 10, tem-se:

$$\Omega_{le} = \left(\frac{1}{i}\right) \frac{\mu(Zeta)}{2\pi} \log \frac{Z-1}{Z+1} + I_2 + \Omega_{0_{le}} \quad \text{Eq. 11}$$

onde  $\Omega_{0_{le}}$  é um potencial de referencia; e  $I_2$  denota a solução numérica da integral singular fraca.

A função logarítmica apresenta um salto abrupto, chamado de ramo, ao longo de todo o eixo real ( $\Im Z=0$ ). O segundo termo da integral não exibe saltos. Assim, a segunda condição é satisfeita corrigindo-se o comportamento do ramo do logaritmo para a linha de integração (Figura 3).

Na Figura 3 apresenta-se uma linha de integração localizada acima do eixo  $\Im Z=0$  e outra abaixo. O ramo do termo logaritmo terá sido deslocado para a linha de integração com valor igual a  $\mu(\Xi)$  se for encontrada uma diferença igual a  $2\pi i$  entre os argumentos do logaritmando acima e abaixo da linha de integração ( $\Im Zeta=0$ ). Por outro lado, o ramo deve deixar de aparecer no eixo  $\Im Z=0$ . Assim, pode-se observar que a transferência do ramo do eixo  $\Im Z=0$  para o eixo  $\Im Zeta=0$  é efetuada somando-se o ângulo  $2\pi$  onde  $\Im Z < 0 \cap \Im Zeta > 0$  e  $-2\pi$  onde  $\Im Z > 0 \cap \Im Zeta < 0$ , eliminando-se, de igual modo a presença do salto em  $\Im Z=0$ .



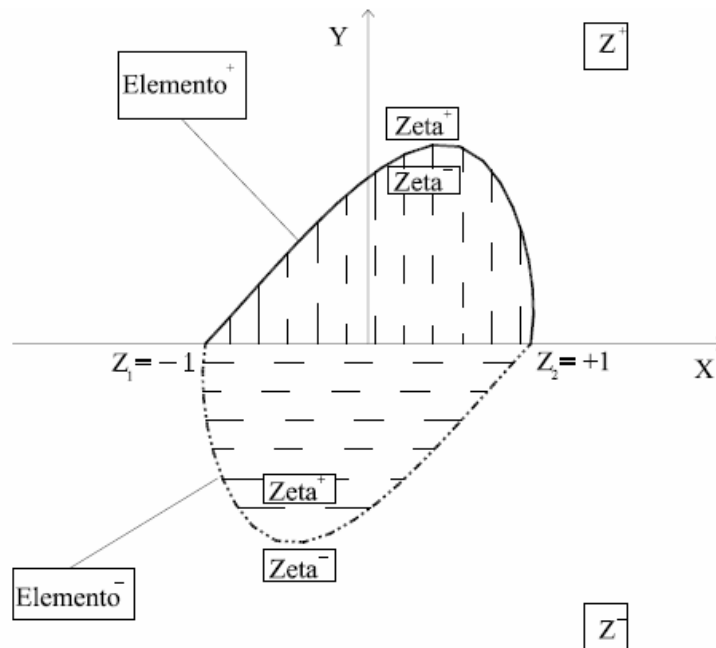


Figura 3 – Regiões de Z onde é necessário efetuar correções no ramo da função logarítmica.

#### 4 Condições de Contorno do Mapa

Uma maneira simples de se impor condições de contorno ao escoamento no mapa é aplicar o método de imagens. O método consiste de reproduzir o escoamento no lado oposto do contorno de acordo com as condições desejadas. Dessa forma, cada solução obtida particularmente para os elementos usados no modelo é espelhada em relação à localização da singularidade e a seus esforços.

O referencial teórico do método é encontrado em Keller (1953). Recentemente, soluções de escoamentos sujeitos a vizinhanças semi-impermeáveis (Bakker e Anderson, 2004) e de campos tridimensionais devidos a poços de penetração parcial (Haitjema, 1985) tem sido obtidas com a aplicação do método. O acoplamento de soluções de linha diretamente a domínios semi-infinitos foi obtido em Wendland et al. (2004). Entretanto, o uso direto de imagens sobre domínios alongados provoca erros de truncamento devido à inviabilidade computacional de atender ao grande número de imagens necessárias. De acordo com a teoria de Keller (1953), o número de imagens necessárias

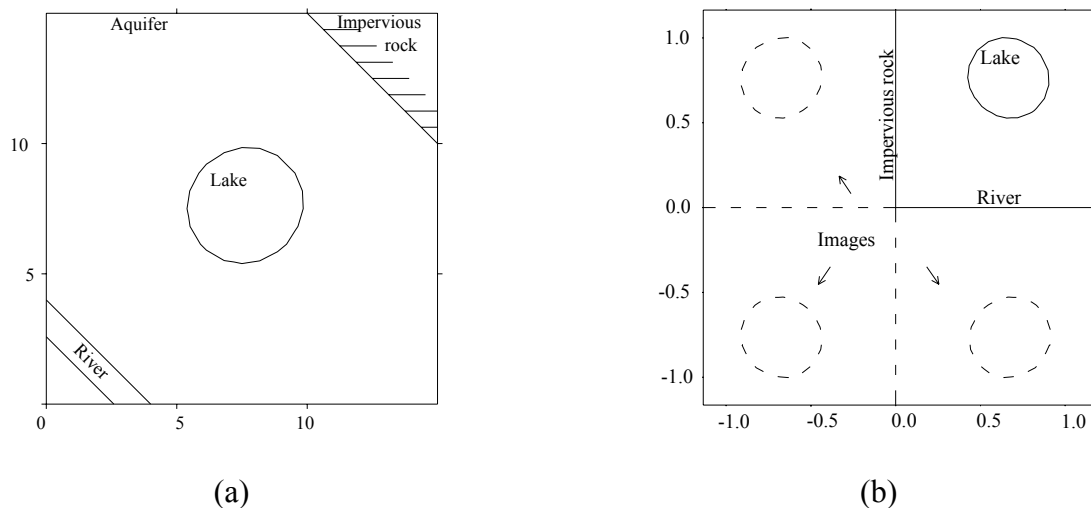
para semiplanos quadrantes é de apenas três. Portanto, considerado viável do ponto de vista computacional.

## 5 Verificação

Considere uma região de depósito costeiro contornada por um litoral retilíneo infinito e uma parede de rocha impermeável paralela ao mesmo. Considere, ainda que a evaporação de um lago elíptico é a única responsável pela produção de escoamento no domínio.

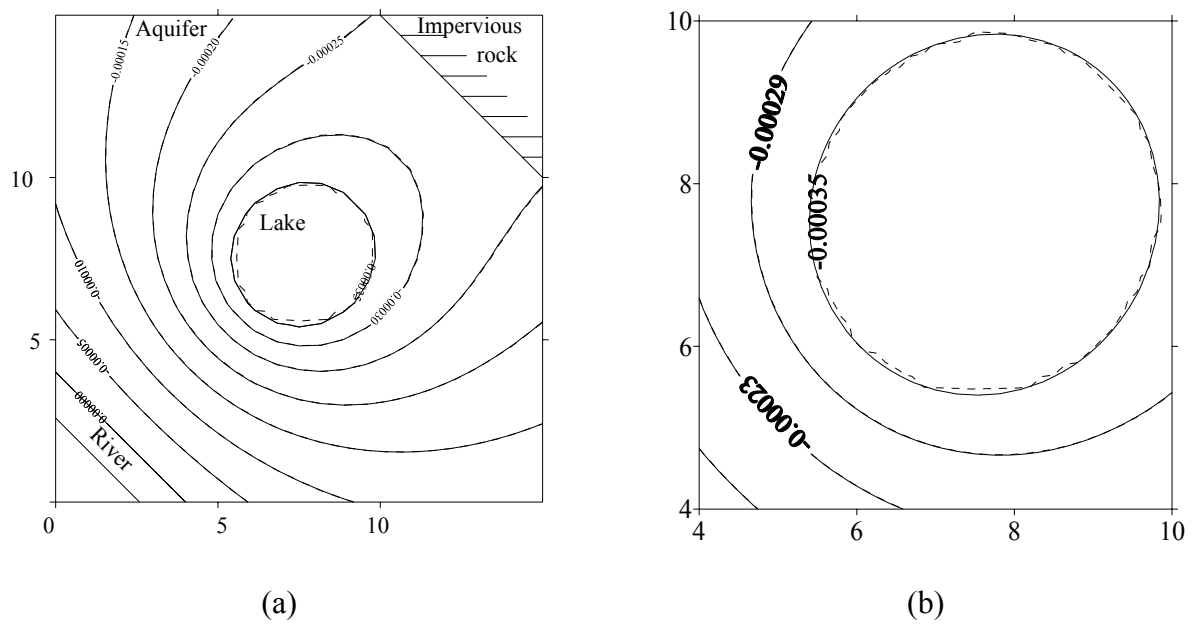
O conjunto de dados do aquífero possui unidades arbitrárias de comprimento [L] e de tempo [T]. A condutividade hidráulica é unitária ( $K=1,0L/T$ ) e a elevação do fundo do aquífero é de uma unidade de comprimento abaixo do nível do mar ( $b=-1,0L$ ). O nível do mar possui uma carga hidráulica constante  $\phi=0,0L$  logo, o potencial de descarga, é nulo ( $\Phi=0,0 L^3/T$ ). A taxa de evaporação do lago é encontrada em  $0,001L^3/T$ .

A solução exata é obtida efetuando-se o mapeamento do escoamento gerado por um poço. Esse escoamento produz linhas equipotenciais elípticas. Assim, é localizado um poço na largura média do aquífero (coordenadas  $x, y$  iguais a  $7,25$  e  $7,25$ ) a fim de gerar uma equipotencial a ser utilizada na representação da borda do lago (Figura 4a). O mapa do domínio físico e o espelhamento dos elementos encontram-se ilustrados na Figura 4b.



**Figura 4 – Mapeamento de Schwarz-Christoffel para o exemplo de verificação: a) domínio físico; b) quadrante de mapeamento com o espelhamento dos elementos**

A solução de Elementos Analíticos (AEM) é apresentada em contraste com a solução exata na Figura 5. A solução AEM é obtida do cálculo dos parâmetros das distribuições de esforços em pontos de controle localizados sobre cada elemento. Neste exemplo, foram utilizados 39 elementos com distribuição de esforços polinomial de segunda ordem gerando 119 incógnitas. Sobre cada segmento, foram posicionados primeiramente 10 pontos de controle, superdeterminando, portanto, o sistema de equações. Dessa forma, foram resolvidas 470 equações pelo método dos mínimos quadrados. Observa-se que a presença de erros residuais gera uma oscilação nas equipotenciais próximas aos elementos (Figura 5a). Entretanto, o posicionamento de um maior número de pontos de controle e portanto um maior grau de superdeterminação (50 pontos de controle gerando 2030 equações) aumenta a qualidade da aproximação (Figura 5b). Assim, a aproximação coincide com a solução exata em todo domínio, exceto em pontos próximos aos elementos.

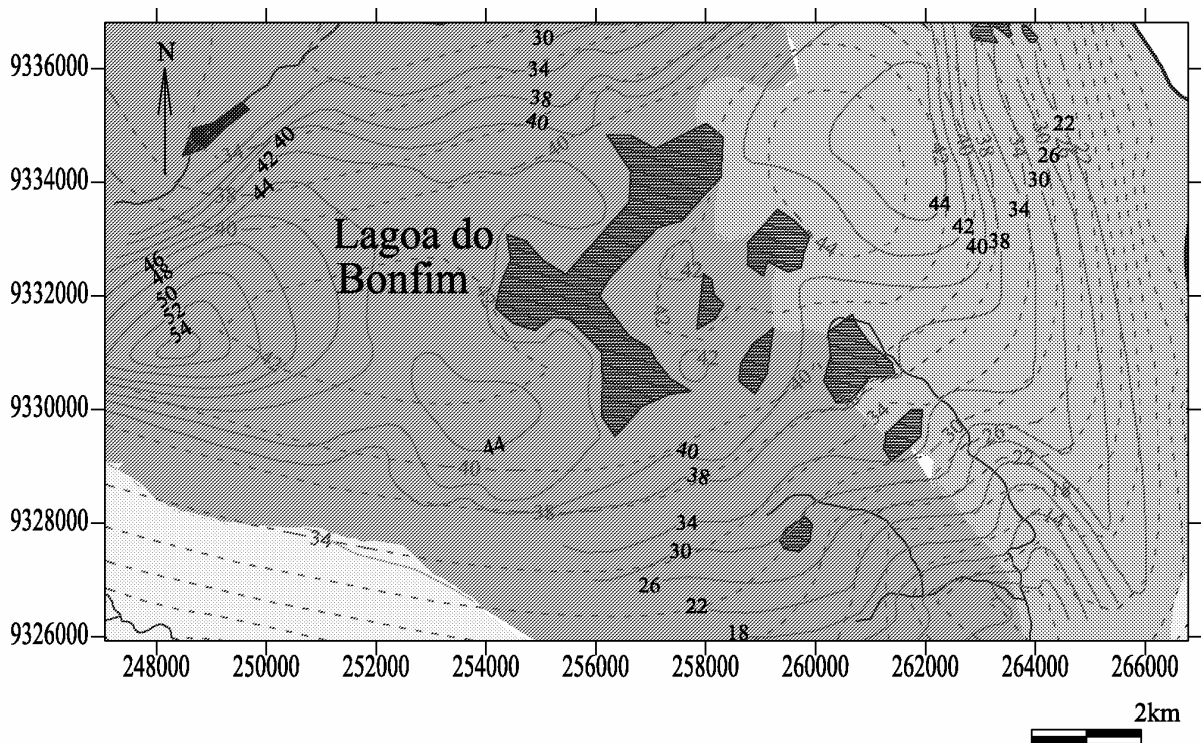


**Figura 5 – Comparação entre a solução exata (linhas cheias) e AEM (linhas tracejadas): a solução AEM é apresentada em função do posicionamento de a) 10 pontos de controle e de b) 50 pontos de controle.**

## 6 Aplicação

A metodologia foi aplicada em uma região coberta em parte pelos municípios de São José de Mipibu e de Nísia Floresta, litoral do Estado do Rio Grande do Norte. A região está localizada sobre o aquífero Barreiras e possui diversos riachos e lagoas perenes (Figura 6). O aquífero consiste de duas grandes formações isotrópicas e homogêneas. A maior parte do meio possui uma condutividade hidráulica de 10m/d e as demais regiões possuem 4,1m/d (Melo e Feitosa, 1998). O aquífero é livre e, portanto, recebe recarga direta proveniente de chuvas. A base impermeável do aquífero encontra-se em média 20m abaixo do nível do mar. As cargas hidráulicas utilizadas na calibração foram obtidas do estudo de Pereira (2001) em uma época anterior ao estágio atual de desenvolvimento. Portanto, as entradas do sistema são a recarga, considerada constante e uniforme, e o balanço hídrico das lagoas apresentadas. A precipitação menos a evaporação das lagoas fornece uma retirada de 0,7mm/d.





**Figura 7 – Mapa de isolinhas de carga hidráulica do sistema de escoamento da lagoa Bonfim. Linhas mais espessas representam cursos de água; linhas mais finas representam a superfície obtida em campo; linhas tracejadas representam o resultado da simulação; regiões coloridas em tons de cinza são lagos, e poros de diferentes condutividades.**

Muito embora a simulação não atinja a superfície medida, as cargas simuladas obedecem ao padrão de direções de fluxo. Na porção leste, obtém-se o melhor ajuste. Nas porções norte e sul, as isolinhas simuladas seguem as medidas próximas. À oeste, observa-se uma elevação brusca das cargas, provavelmente devido à ocorrência de caminhos preferenciais de recarga, não inferidos ao modelo.

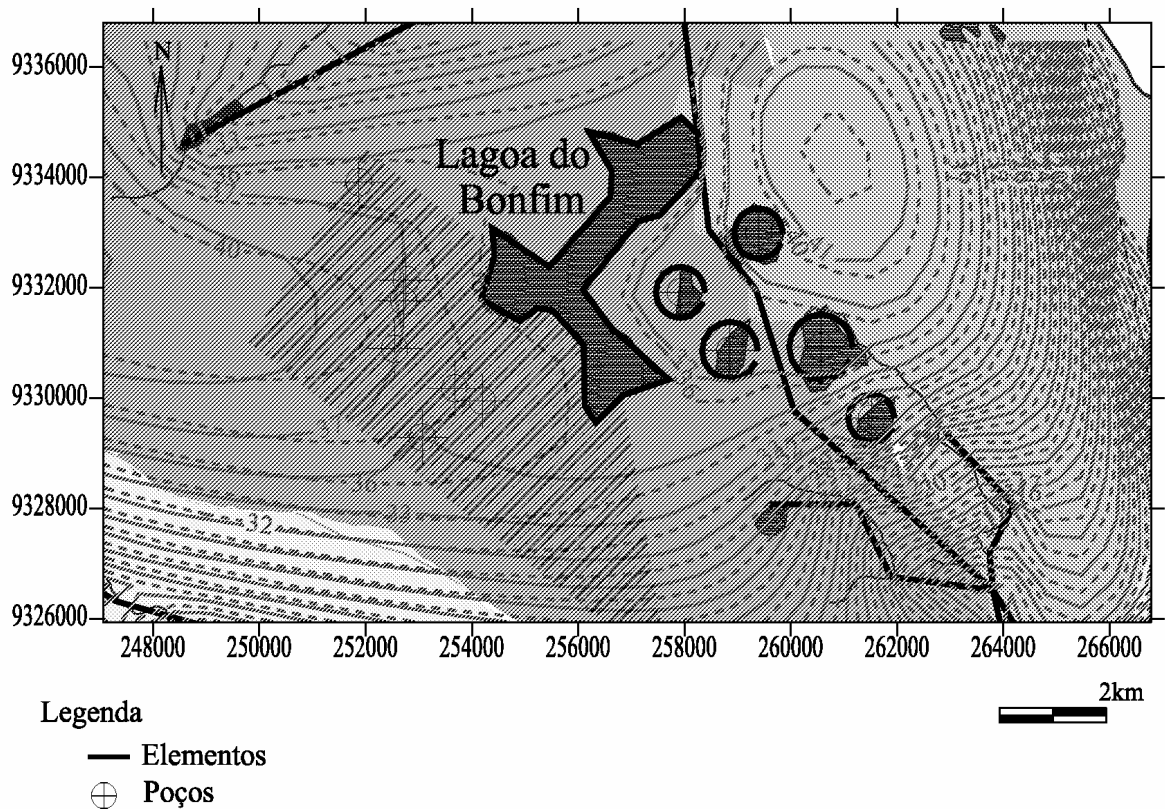
A lagoa do Bonfim, desde o ano de 1997 tem sido utilizada como manancial do Sistema Adutor Agreste/Trairi/Potengi. Devido ao súbito rebaixamento da lagoa (Pereira et al., 2002) foram perfurados poços tubulares com a finalidade de reduzir a demanda da lagoa. Visando uma avaliação da mitigação de impactos do Sistema Adutor sobre o espelho de água da lagoa do Bonfim, são considerados dois cenários. No primeiro cenário é simulada a potenciometria da região

considerando-se a captação apenas na lagoa (500.000 m<sup>3</sup>/mês). No segundo cenário é introduzido o bombeamento dos poços (ver Tabela 1) mais o bombeamento praticado na lagoa (281.016,0 m<sup>3</sup>/mês) após a perfuração.

**Tabela 1 – Localização e Vazões de Bombeamento dos Poços da Adutora**

Poços	UTM E (m)	UTM N (m)	Vazões (m <sup>3</sup> /mês)
1	254184,2	9329942,4	48200,0
2	253673,7	9330168,1	44700,0
3	252536,4	9330893,8	39600,0
4	252707,2	9331760,6	23500,0
5	252757,14	9332137,4	59700,0
6	251867,75	9333917,16	25000,0
7	253057,4	9329284,2	42000,0

Na Figura 8, apresenta-se, a simulação da potenciometria estacionária obtida da captação simples da lagoa (linhas tracejadas) e da captação mista (linhas contínuas), introduzindo-se o bombeamento dos poços. Em ambos cenários, observa-se cotas potenciométricas inferiores ao período anterior à captação (Pereira, 2001). No primeiro cenário obtém-se uma diferença de 6,18m no espelho de água da lagoa em relação à potenciometria natural. No segundo cenário, que constitui a ação mitigadora obtém-se uma leve recuperação do espelho de água de 0,82m.



**Figura 8 – Comparação entre a Potenciometria do Cenários Estacionários da Captação apenas na lagoa (linhas tracejadas) e da Captação Mista (linhas contínuas). Área hachurada corresponde à presença de uma lente semi-impermeável.**

Levando-se em conta a profundidade da lagoa do Bonfim em relação à espessura do aquífero, o escoamento provocado pelo bombeamento do espelho da lagoa teria componentes verticais devido apenas à recarga proveniente da infiltração de chuvas. Nesse caso, o modelo horizontal ainda é considerado satisfatório. O rebaixamento de aproximadamente seis metros, nesse caso corroboram com simulações anteriores, onde foi obtido um nível esperado de aproximadamente de 38m (Batista e Mattos, 2001). O bombeamento produzido pelos poços, por sua vez induz fortes componentes verticais devido ao posicionamento dos filtros dos poços. Por outro lado, uma camada argilosa semi-impermeável que protege aqueles poços oferece resistência à captação das águas infiltradas acima da camada. Considerando-se que a área de contribuição das lagoas, especialmente a lagoa do Bonfim, abrange grande parte da região dessa camada argilosa, pode-se intuir que a área de contribuição dos poços subtrai das lagoas apenas o escoamento gerado apenas fora da camada semi-impermeável, pouco interferindo no escoamento superior que se dirige



às lagoas. O modelo de escoamento horizontal não é capaz de apreender componentes verticais do escoamento. Assim, os resultados obtidos da simulação do segundo cenário são menos satisfatórios que os do primeiro e, portanto, o rebaixamento simulado para a lagoa do Bonfim nesse cenário é considerado superestimado. De outro modo, o efeito mitigador da alternativa de captação mista deve ser superior ao encontrado.

## **7 Conclusões**

O Método de Elementos Analíticos foi utilizado para a simulação do escoamento em um aquífero costeiro alongado por intermédio da transformação de Schwarz-Christoffel. A transformação foi empregada para mapear estruturas do domínio físico no domínio mapa. A transformação ainda viabiliza o uso do método de imagens sem a necessidade de truncamentos. De acordo com comparações com soluções exatas, observou-se que a solução de elementos analíticos tende a melhorar com o número de pontos de controle por elemento. A metodologia foi utilizada para construir um modelo de escoamento horizontal a um caso prático encontrado no aquífero Barreiras no Estado do Rio Grande do Norte. O modelo foi calibrado satisfatoriamente contra um estudo de campo realizado em período anterior ao estágio de desenvolvimento atual. A avaliação dos impactos da implantação de um sistema de captação foi próxima à avaliação de trabalhos anteriores. Entretanto, o emprego de um modelo horizontal produziu resultados aparentemente irreais em relação ao cenário de bombeamento por poços de penetração parcial.

## **Agradecimentos**

Os autores agradecem à Fundação para o Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP processo 06/57242-2) e ao Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento (CNPq processo 141354/2001-1) pelo suporte financeiro.

## Referências

- Bakker M. e Anderson E. I. Steady Flow to a Well Near a Stream with a Leaky Bed. *Ground Water*. 2004;41(6): 833-840
- Bakker M.; Strack O.D.L. Analytic Elements for Multiaquifer Flow. *J. of Hydrology*. 2003;271:119-129
- Batista, J.A.N. e Mattos, A. “Análise do Risco de Operação da Lagoa do Bonfim/Rn”. XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos & V Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa. Aracaju. 2001
- Bear J. *Dynamics of Fluids in Porous Media*. Elsevier Science. Nova York. 1972
- Furman A. and Neuman S.P. Laplace-transform analytic element solution of transient flow in porous media. *Ad. in Water Res.* 2006;26(12):1229–1237
- Haitjema H. M. Modeling three-dimensional flow in confined aquifers by superposition of both two- and three-dimensional analytic functions. *Water Resour. Res.* 1985;21(10):1557-1566
- Haitjema H.M. and Mitchell-Bruker S. Are water tables a subdued replica of the topography? *Ground Water*. 2005;43(6):781-786
- Janković I. And Barnes R. High-order line elements in modeling two-dimensional groundwater flow. *J. Hydrology* 1999;226:211-223
- Keller J.B. The scope of the Image Method. *Comm. on Phys. and App. Math.* 1953;4:505-512
- Luther K.H and Haitjema H.M. Approximate analytic solutions to 3D unconfined groundwater flow within regional 2D models. *J. of Hydrology*. 2000;229:101-117
- Melo J. G. e Feitosa E. C. Pesquisa hidrogeológica do complexo lagunar do Bonfim. Relatório técnico à Secretaria de Recursos Hídricos do Estado do Rio Grande do Norte (SERHID). Natal, Brasil. 1998.

- Pereira R. Caracterização hidrológica do sistema lacustre Bonfim. Tese de Doutorado. Federal Universidade do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2001.
- Pereira, R., Guimarães Júnior, J.A., Silva Júnior, G.C., Mattos, A. (2002). Avaliação do Impacto da Captação de Água na lagoa do Bonfim, RN – Brasil. *Rev. Águas Subterrâneas*. n 16, pp 75-84.
- Strack O. D. L. Groundwater mechanics. Prentice-Hall. Englewood Cliffs. 1989
- Strack O.D.L. The Development of New Analytic Elements for Transient Flow and Multiaquifer Flow. *Ground Water* 2006;44(1):91-98
- Strack O.D.L. Theory and application of the analytic element method. *Reviews of Geoph.* 2003;41(2):1005-1026
- Stroud A.H. and Secrest D. Gaussian quadrature formulas. Prentice-Hall. Englewood Cliffs. 1966
- Wendland E.C., Batista J.A.N. and Schulz H.E. Coupling one-dimensional recharge solution to analytic element model: an approach for coastal aquifers in Brazil. In: Miller C.T., Farthing M. W., Gray W. G. and Pinder G. F. (Ed.) *Proceedings of the XV<sup>th</sup> International Conference on Computational Methods in Water Resources (CMWR XV)*, June 13–17, 2004, Chapel Hill, NC, USA. Elsevier. 2004;1:405-414
- Winter T. C, Rosenberry D. O. and LaBaugh J. W. Where does ground water in small watersheds come from? *Ground Water*. 2003;41(7):1989-1000
- Woo M. Boundary and border considerations in hydrology. *Hidrol. Pross.* 2004;18:1185-1195