

OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE ADUÇÃO DE ÁGUA: APLICAÇÕES DO MODELO SISAGUA.

Renato C. Zambon¹; Mario T.L. Barros²; Paulo S.F. Barbosa³ & William W-G. Yeh⁴.

RESUMO - Este trabalho apresenta novas aplicações do modelo SISAGUA. O SISAGUA é um modelo de otimização para o planejamento e operação de sistemas de distribuição de água de grande porte. O modelo considera regras de racionamento durante períodos secos e uma rede constituída por nós e trechos, otimizando o problema de programação não linear inteira mista (PNLIM) com o pacote de otimização GAMS. O modelo possui uma interface gráfica amigável desenvolvida para facilitar o usuário na manipulação de uma grande quantidade de dados e na geração de gráficos e tabelas para o auxílio de operadores na tomada de decisão. Este trabalho apresenta três tipos de aplicação do SISAGUA: no estudo da capacidade de suprimento de um manancial, no planejamento da operação de um sistema existente e na avaliação de alternativas de expansão.

ABSTRACT - This paper presents new case studies of the SISAGUA model. SISAGUA is an optimization model for planning and operation of large water supply distribution systems. The model considers hedging rules for dry periods and is formulated as a network flow model in terms of nodes and links. The optimization is conducted using mixed integer nonlinear programming (MINLP). SISAGUA has a user-friendly interface to facilitate the manipulation of large amount of data and to generate graphs and tables for decision makers. SISAGUA was written in GAMS language. This paper shows three applications of SISAGUA. The discussions are related to water supply capacity, planning operation and expansion capacity of a distribution system.

Palavras-chave: Abastecimento de Água, Operação de Reservatórios, Racionamento de Água.

1) Pesquisador e Doutorando, EPUSP, Av. Prof. Almeida Prado, 271, 05508-900, São Paulo-SP. E-mail rczambon@usp.br

2) Professor Titular, EPUSP, Av. Prof. Almeida Prado, 271, 05508-900, São Paulo-SP. E-mail mtbarros@usp.br

3) Professor Titular, FEC-UNICAMP, Av. Albert Einstein, 951, 13083-852, Campinas-SP. E-mail franco@fec.unicamp.br

4) Distinguished Professor and Chair, Dept. of Civil and Environmental Engineering, UCLA, 5732B Boelter Hall, Los Angeles, CA 90095. E-mail: williamy@seas.ucla.edu

1. INTRODUÇÃO

O gerenciamento e a operação de sistemas complexos de distribuição de água, com elevados níveis de redundância constitui um dos grandes desafios técnicos da engenharia de recursos hídricos: a combinação de diversas fontes de suprimento, associadas a uma rede de transmissão hidráulica complexa, atendendo a diversos pontos de demanda, ocorre freqüentemente em grandes centros urbanos. Baseados primordialmente no senso intuitivo desenvolvido ao longo de anos de experiência, os operadores desses sistemas conseguem gerar alternativas de operação. Entretanto, estas alternativas não são necessariamente ótimas, resultando em perdas de eficiência e benefícios.

O modelo SISAGUA de Barros *et al.* (2005abc) foi desenvolvido como um modelo de otimização para o gerenciamento e operação de sistemas de distribuição de água de grande porte. Ele possui uma interface gráfica que permite aos usuários a entrada de dados e a visualização dos resultados de forma simples e amigável e já foi aplicado a estudos de casos para o Sistema Adutor da Região Metropolitana de São Paulo (RMSP) que atende cerca de 18 milhões de pessoas e para um sistema de Taiwan.

Neste trabalho, são apresentados novos exemplos de aplicações do modelo no estudo da capacidade de suprimento de um manancial, no planejamento da operação de um sistema existente e na avaliação de alternativas de expansão.

2. METODOLOGIA DO MODELO

O modelo foi desenvolvido empregando a técnica de fluxo em rede. Todos os componentes do sistema de distribuição de água são representados por nós e trechos. Reservatórios, pontos de demanda, junções e poços são representados por nós. Adutoras, canais, trechos de rios, estações de tratamento de água e de bombeamento são representadas por trechos. O armazenamento é sujeito a regras de racionamento através de curvas guia (Shih e ReVelle, 1994; Tu et al., 2003). Entre o volume meta e o volume firme o sistema permite atender a sua capacidade máxima. Entre os volumes firme e mínimo operacional o limite de suprimento é reduzido na proporção de α_2 . Abaixo do mínimo operacional, o nível de racionamento é mais severo através do coeficiente α_1 .

O processo de otimização foi dividido em três etapas, cada qual com uma função objetivo própria, com o conceito de prioridades preemptivas originalmente desenvolvido para programação linear por Wilamowsky et al. (1990). A primeira minimiza o racionamento determinando as vazões de atendimento em cada ponto de demanda. A segunda etapa maximiza os volumes disponíveis nos reservatórios ao longo do tempo e a terceira minimiza o custo de operação da rede ao se utilizarem estações elevatórias e/ou outros dispositivos hidráulicos especiais. Em cada nova etapa, as variáveis

de decisão correspondentes aos objetivos já atendidos são fixadas como restrições adicionais, reduzindo o espaço de soluções viáveis para otimizar os objetivos seguintes como mostra a tabela 1.

Tabela 1. Objetivos e variáveis de decisão.

Variáveis de Decisão	Objetivo 1	Objetivo 2	Objetivo 3
Atendimento a demanda	Livre	Fixo	Fixo
Armazenamento nos reservatórios	Livre	Livre	Fixo
Vazões nos trechos	Livre	Livre	Livre

Função objetivo 1: nesta etapa o modelo minimiza o racionamento através de uma função quadrática. Em situações de escassez, a forma quadrática é apropriada, pois representa de forma mais realista o prejuízo econômico e social do racionamento, e tende a distribuí-lo de forma mais uniforme no tempo e entre os diferentes nós de demanda.

$$\min f_1 = \sum_{i=1}^T d_i \sum_{nd=1}^{ND} (1 - XN_{(nd,i)})^2 D_{(nd,i)} W_{d(nd,i)} \quad (1)$$

onde $D_{(n,i)}$ = para um nó de demanda ($n=nd$) é o valor da demanda; para um nó fonte é a sua capacidade; e para um nó junção é igual a zero (m^3/s); $W_{d(nd,i)}$ = peso para o nó nd e intervalo de tempo i (adimensional); $XN_{(n,i)}$ = fator de atendimento ou de uso; para um nó de demanda ($n=nd$) é a relação entre o atendimento efetivo e a demanda, para um nó fonte é a relação entre o uso efetivo e sua capacidade, para um nó junção é igual a zero (adimensional); nd = índice do nó de demanda; ND = número de nós de demanda; i = índice do intervalo de tempo; d_i = duração do intervalo de tempo (10^6 s); e T = número de intervalos de tempo.

Função objetivo 2: fixa os valores de atendimento a demanda obtidos na primeira etapa e minimiza o desvio quadrático dos volumes em relação aos máximos. Novamente a função quadrática garante uma distribuição mais homogênea do armazenamento quando múltiplos reservatórios atendem nós de demanda em comum.

$$\min f_2 = \sum_{i=1}^T d_i \sum_{nr=1}^{NR} \frac{(S_{tar(nr,i)} - S_{(nr,i)})^2}{S_{tar(nr,i)}} W_{s(nr,i)} \quad (2)$$

onde $S_{tar(nr,i)}$ = volume meta no nó reservatório nr , intervalo de tempo i (10^6 m³); $S_{(nr,i)}$ = volume no nó reservatório nr , intervalo de tempo i (10^6 m³); $W_{s(nr,i)}$ = peso de desvio em relação ao volume máximo no reservatório nr e intervalo de tempo i (adimensional); nr = índice do nó reservatório; e NR = número de nós reservatório.

Função objetivo 3: a última etapa do modelo minimiza o custo de operação da rede, enquanto o atendimento aos nós de demanda e a política de operação nos nós produtores já estão fixos. A função objetivo é

$$\min f_3 = \sum_{i=1}^T d_i \sum_{a=1}^{NA} QA_{(a,i)} C_{a(a,i)} \quad (3)$$

onde $QA_{(a,i)}$ = vazão no trecho a , intervalo de tempo i (m^3/s); $C_{a(a,i)}$ = custos de adução nos trechos no intervalo de tempo i ($\$/m^3$); NA = número de trechos; e a = índice de trechos.

As restrições do modelo são:

a) Limites superiores e inferiores

$$Q_{\min(a,i)} \leq QA_{(a,i)} \leq Q_{\max(a,i)} \quad (4)$$

$$0 \leq XN_{(n,i)} \leq 1 \quad (5)$$

$$XN_{(nj,i)} = 0 \quad (6)$$

$$QE_{(nr,i)} \geq Q_{efm(nr,i)} \quad (7)$$

b) Equação da continuidade para cada nó

$$XN_{(n,i)} \cdot D_{(n,i)} + \sum_{a(noi=n)} QA_{(a,i)} - \sum_{a(nof=n)} QA_{(a,i)} = 0 \quad (8)$$

c) Equação da continuidade para cada reservatório

$$S_{(nr,i)} = S_{(nr,i-1)} + d_i \cdot (I_{(nr,i)} - QE_{(nr,i)} + XN_{(nr,i)} \cdot D_{(nr,i)}) \quad (9)$$

d) Regras de racionamento nos reservatórios

$$\sum_s B_{(s,nr,i)} = 1 \quad (10)$$

$$XN_{(nr,i)} \leq \sum_s B_{(s,nr,i)} \cdot \alpha_{(nr,s)} \quad (11)$$

$$B_{(s1,nr,i)} \cdot S_{\min(nr,i)} + B_{(s2,nr,i)} \cdot S_{mop(nr,i)} + B_{(s3,nr,i)} \cdot S_{fir(nr,i)} \leq S_{(nr,i)} \quad (12)$$

$$S_{(nr,i)} \leq B_{(s0,nr,i)} \cdot S_{\min(nr,i)} + B_{(s1,nr,i)} \cdot S_{mop(nr,i)} + B_{(s2,nr,i)} \cdot S_{fir(nr,i)} + B_{(s3,nr,i)} \cdot S_{tar(nr,i)} \quad (13)$$

onde s = segmentos de racionamento (s_0, s_1, s_2 e s_3); nj = índice de nós de junção; n = índice dos nós (todos os tipos de nós); noi = nó inicial no trecho a ; nof = nó final no trecho a ; $Q_{\max(a,i)}$ = capacidade máxima de vazão no trecho a (m^3/s); $Q_{\min(a,i)}$ = capacidade mínima de vazão no trecho a (m^3/s); $S_{\min(nr,i)}$ = volume mínimo no reservatório nr , intervalo de tempo i ($10^6 m^3$); $S_{fir(nr,i)}$ = volume firme no reservatório nr , intervalo de tempo i ($10^6 m^3$); $S_{mop(nr,i)}$ = volume mínimo operacional no reservatório nr , intervalo de tempo i ($10^6 m^3$); $S_{tar(nr,i)}$ = volume meta no reservatório nr , intervalo de tempo i (corresponde em geral ao volume máximo operacional) ($10^6 m^3$); $B_{(s,nr,i)}$ = variável binária (0 ou 1), indica a faixa de racionamento no reservatório nr , intervalo de tempo i ; $I_{(nr,i)}$ = vazão

afluente no reservatório nr , intervalo de tempo i (m^3/s); $QE_{(nr,i)}$ = vazão efluente no reservatório nr , intervalo de tempo i (m^3/s); $Q_{efm(nr,i)}$ = vazão efluente mínima no reservatório nr , intervalo de tempo i (m^3/s); e $\alpha_{(nr,s)}$ = fatores de racionamento ($\alpha_0=0 < \alpha_1(nr) < \alpha_2(nr) < \alpha_3=1$).

As variáveis de decisão são: $XN_{(n,i)}$ = fator de atendimento ou de uso dos nós de demanda e de suprimento; $S_{(nr,i)}$ = volume no nó reservatório nr , intervalo i ($10^6 m^3$); $B_{(s,nr,i)}$ = variável binária (0 ou 1), indica a faixa de racionamento no reservatório nr , intervalo de tempo i e $QA_{(a,i)}$ = vazão no trecho a , intervalo de tempo i (m^3/s).

Os objetivos não lineares e as variáveis binárias tornam o problema de programação não linear inteira mista (PNLIM), resolvido através do pacote de otimização GAMS (General Algebraic Modeling System; GAMS, 2005). Uma interface gráfica foi desenvolvida em DELPHI para o tratamento dos dados de entrada, processamento do modelo, estruturação de relatórios de saída, etc.

3. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

3.1. Exemplo 1: Estudo da capacidade de suprimento de um manancial

Esse exemplo mostra um sistema com um reservatório equivalente, agregado a partir de cinco reservatórios existentes, que atende um único ponto de demanda. Ele representa de forma bastante simplificada o subsistema Cantareira, que fornece água para aproximadamente metade da RMSP. As vazões afluentes são dados históricos do período de 10 anos entre 1950 e 1960, considerados para efeito de análise do exemplo como uma previsão perfeita de vazões num período de 10 anos com intervalos de tempo mensais. Esse período foi escolhido por conter uma seca mais severa quando as vazões afluentes ficaram significativamente abaixo da média por quatro anos seguidos entre 1952 e 1956. As curvas de volume firme e mínimo operacional foram fixadas respectivamente em 20% e 10% do volume meta máximo, e os fatores de racionamento adotados foram $\alpha_1 = 33\%$ e $\alpha_2 = 50\%$. Foram analisados cenários com a demanda variável entre 30 e 40 m^3/s .

A tabela 2 mostra a relação entre a demanda e o valor da função objetivo 1, indicativa do déficit quadrático. A figura 1 mostra as variações de atendimento e armazenamento em função do tempo após o uso do modelo para as vazões de 32, 36 e 40 m^3/s . Para as vazões acima de 33 m^3/s fica evidente no exemplo que o subsistema é incapaz de sustentar o atendimento pleno da demanda e é obrigado a reduzir o atendimento em parte do horizonte de planejamento. Esse tipo de informação pode ser usado para análise de riscos de falhas no atendimento em sistemas existentes e para estudar a capacidade efetiva de suprimento de um sistema de reservatórios. No exemplo, até 34 m^3/s podem ser atendidos com risco desprezível de falha, porém, acima desse valor, o déficit cresce exponencialmente.

Tabela 2. Demanda e déficit quadrático (Exemplo 1).

Demanda (m ³ /s)	Déficit Quadrático f_1 (10 ⁶ m ³)
30	0
32	0
34	1
36	19
38	64
40	134

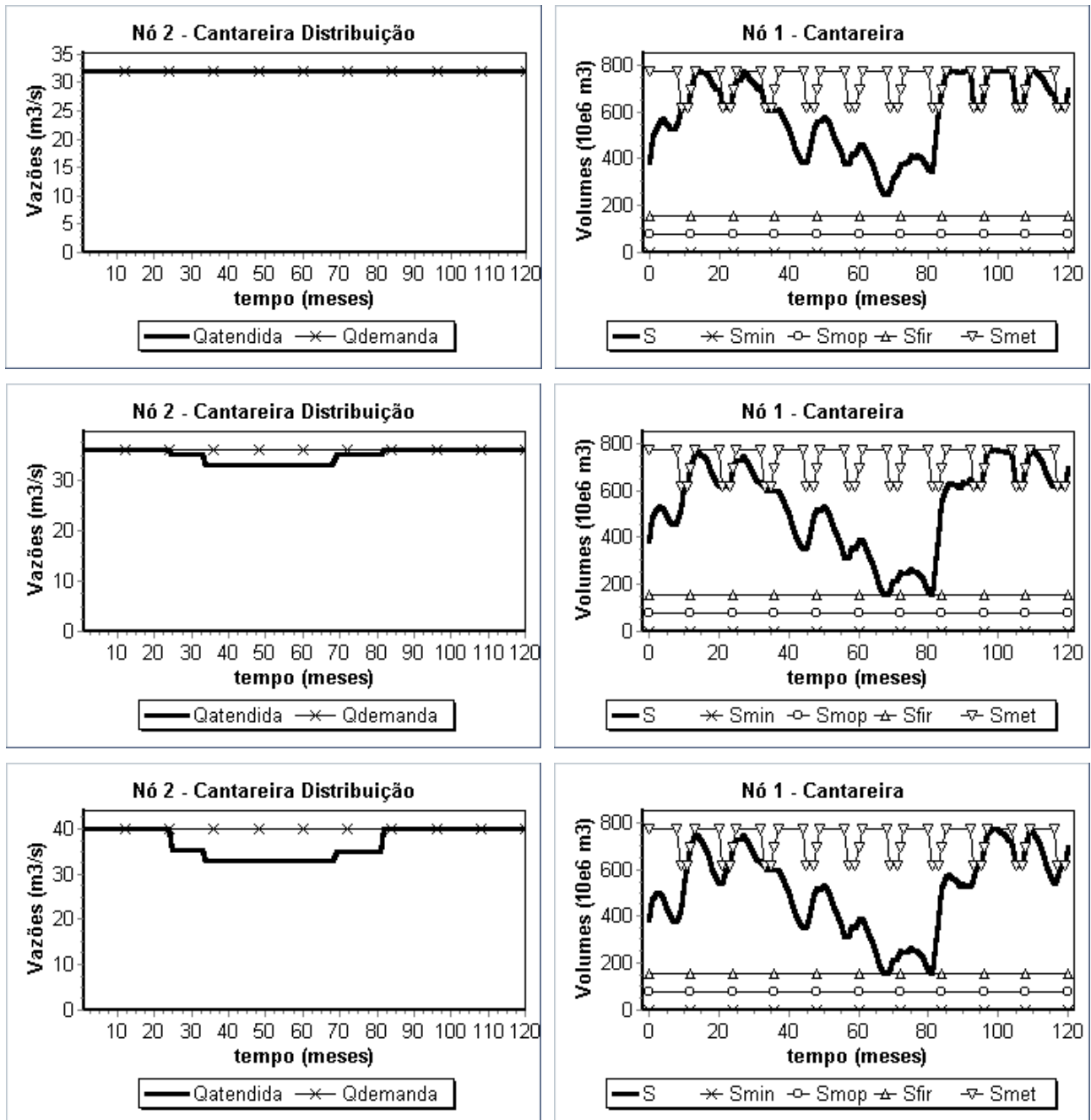


Figura 1. Atendimento e armazenamento para o exemplo 1 com demandas 32, 36 e 40 m³/s.

Como consequência da formulação matemática no objetivo 1, o modelo procurou minimizar a intensidade do racionamento distribuindo o corte da forma mais uniforme possível no período seco e antes dele. Com a demanda de 40 m³/s no exemplo, o modelo antecipou o racionamento cerca de 40 meses antes que o armazenamento encontrasse a zona de redução forçada no atendimento, entre os volumes firme e mínimo operacional, e permitiu um atendimento entre 82% e 87% da demanda até que houvesse a sua recuperação, dessa forma evitando uma intensidade maior na falha que ocorreria se o atendimento pleno fosse mantido.

3.2. Exemplo 2: Planejamento da operação de um sistema existente

Em um caso real de planejamento da operação, diferente do exemplo anterior, não existe previsão perfeita de vazões, tem-se no máximo uma previsão em um horizonte limitado de tempo, e o conhecimento do histórico e das estatísticas das vazões afluentes ao sistema. Assim, o procedimento para a utilização do modelo pode considerar um cenário em um determinado horizonte de planejamento, com revisão a cada intervalo de tempo em função dos valores verificados de vazões e armazenamento.

Utilizando o mesmo sistema do exemplo 1 e período de análise, com as curvas de volume firme e mínimo operacional fixadas respectivamente em 26% e 13% do volume meta máximo, os fatores de racionamento adotados $\alpha_1 = 50\%$ e $\alpha_2 = 75\%$ e a demanda igual a 40 m³/s, três casos de operação são apresentados.

O caso 1 simula o atendimento a demanda seguindo estritamente as regras de racionamento mês a mês, sem otimização. O caso 2 otimiza a operação para previsão perfeita de vazões. No caso 3, é proposta uma forma viável de planejamento que otimiza a operação considerando que há previsão de vazões para dois meses iniciais e utilizando 70% da média de longo termo (MLT) como cenário para os meses seguintes no horizonte de 24 meses. No caso 3, apenas a vazão de atendimento do primeiro mês é implementada, e em cada um dos meses seguintes o procedimento é repetido com novos dados de armazenamento e de vazões verificados, até completar o período de 10 anos na análise. Ou seja, o período de 24 meses corresponde a uma janela móvel utilizada para a otimização e deslocada mês a mês dentro do período total de 10 anos.

Os resultados para o caso 1 foram obtidos em uma simulação mensal. Para os casos 2 e 3 o modelo SISAGUA foi aplicado com diferentes dados: a série histórica de 120 meses no caso 2, e uma série de 240 execuções com janela móvel de 24 meses cada conforme descrito para representar uma operação real do sistema.

No caso 1, o déficit quadrático (f_1) foi de 329 (10⁶ m³), com variações bruscas nos níveis de atendimento. No caso 2, que seria o melhor resultado potencialmente possível, de 137 (10⁶ m³), com

uma redução mais constante e de menor intensidade no atendimento. E de 187 (10^6 m³) no caso 3, mostrando uma variação gradual nos níveis de atendimento.

Como esperado, o valor de f_1 no caso 2 foi o menor deles. O caso 1 mostrou o pior resultado, 140% acima do melhor resultado potencialmente possível representado no caso 2. O caso 3 mostrou um resultado intermediário muito bom, apenas 36% acima do caso 2. A figura 2 mostra a variação no atendimento para os três casos.

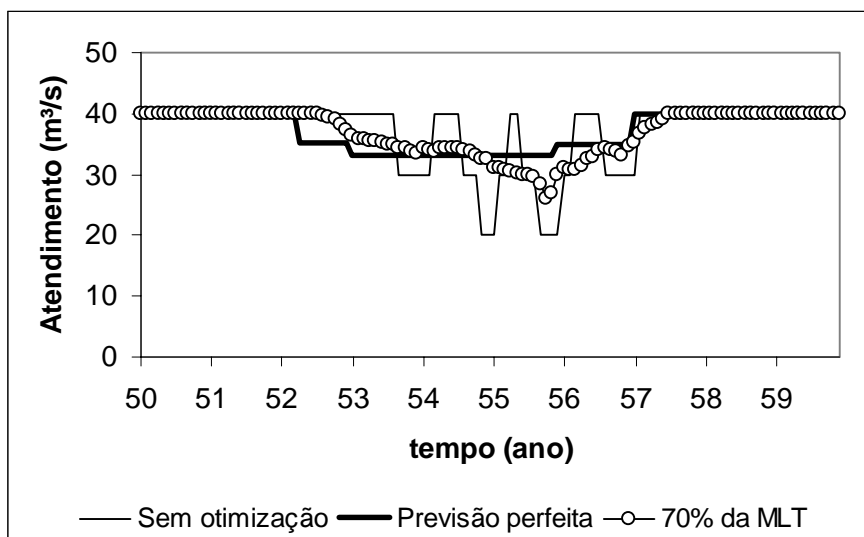


Figura 2. Atendimento com diferentes políticas operacionais.

3.3. Exemplo 3: Avaliação de alternativas de expansão

Esse exemplo mostra o benefício de aumentar as interligações entre diferentes partes de um sistema de abastecimento de água para melhoria na eficiência e confiabilidade. O exemplo utiliza o mesmo período de análise dos anteriores como cenário de vazões afluentes (1950-1960), mas com todos os subsistemas produtores da RMSP, e as demandas agregadas para maior facilidade de análise, conforme o esquema da figura 3.

A figura 4 mostra a variação no armazenamento para quatro subsistemas dentro do sistema existente. Como observado na figura, o subsistema de Cotia encontrou a zona de racionamento diversas vezes, provocando falhas no atendimento no nó de demanda correspondente. Ao mesmo tempo, o subsistema Alto Tietê estava acima do volume meta com vertimentos freqüentes. Esses resultados mostram nesse cenário de escassez o subsistema de Cotia sobrecarregado, enquanto há folga no Alto Tietê, e sugerem as novas interligações propostas.

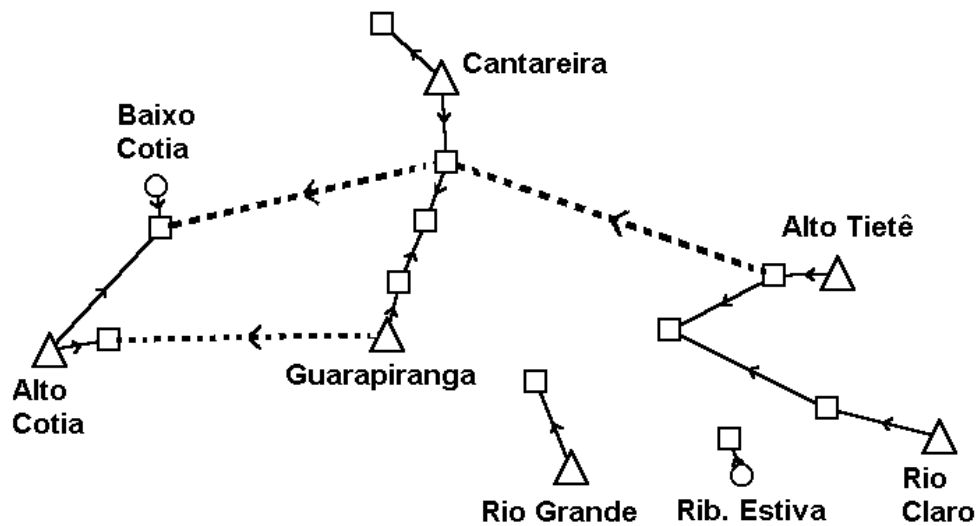


Figura 3. Esquema simplificado do sistema de distribuição de água existente da RMSP (linhas contínuas) e com aumento nas interligações (linhas pontilhadas).

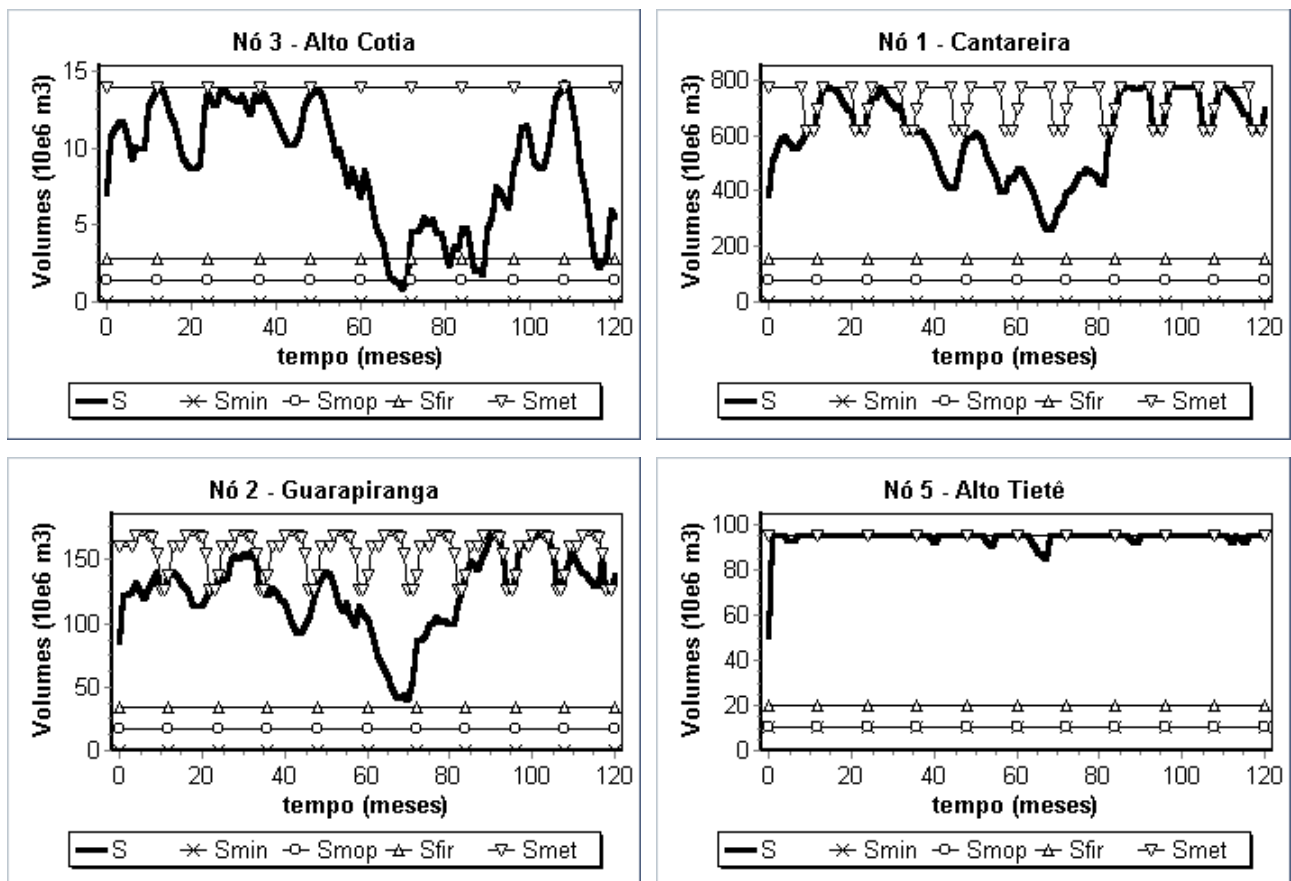


Figura 4. Armazenamento para o exemplo 3 na RMSP com o sistema existente e demandas atuais.

A figura 5 mostra os resultados com as interligações propostas. Parte da demanda antes atendida exclusivamente pelo subsistema Cotia passa a ser atendida também pelos subsistemas Guarapiranga e Cantareira, enquanto estes recebem uma transferência adicional do subsistema Alto

Tietê. Como se esperava, a possibilidade de maior transferência entre os subsistemas criada pelas interligações propostas resultou em maior flexibilidade e uma melhor distribuição das vazões de atendimento e do armazenamento nos diferentes reservatórios.

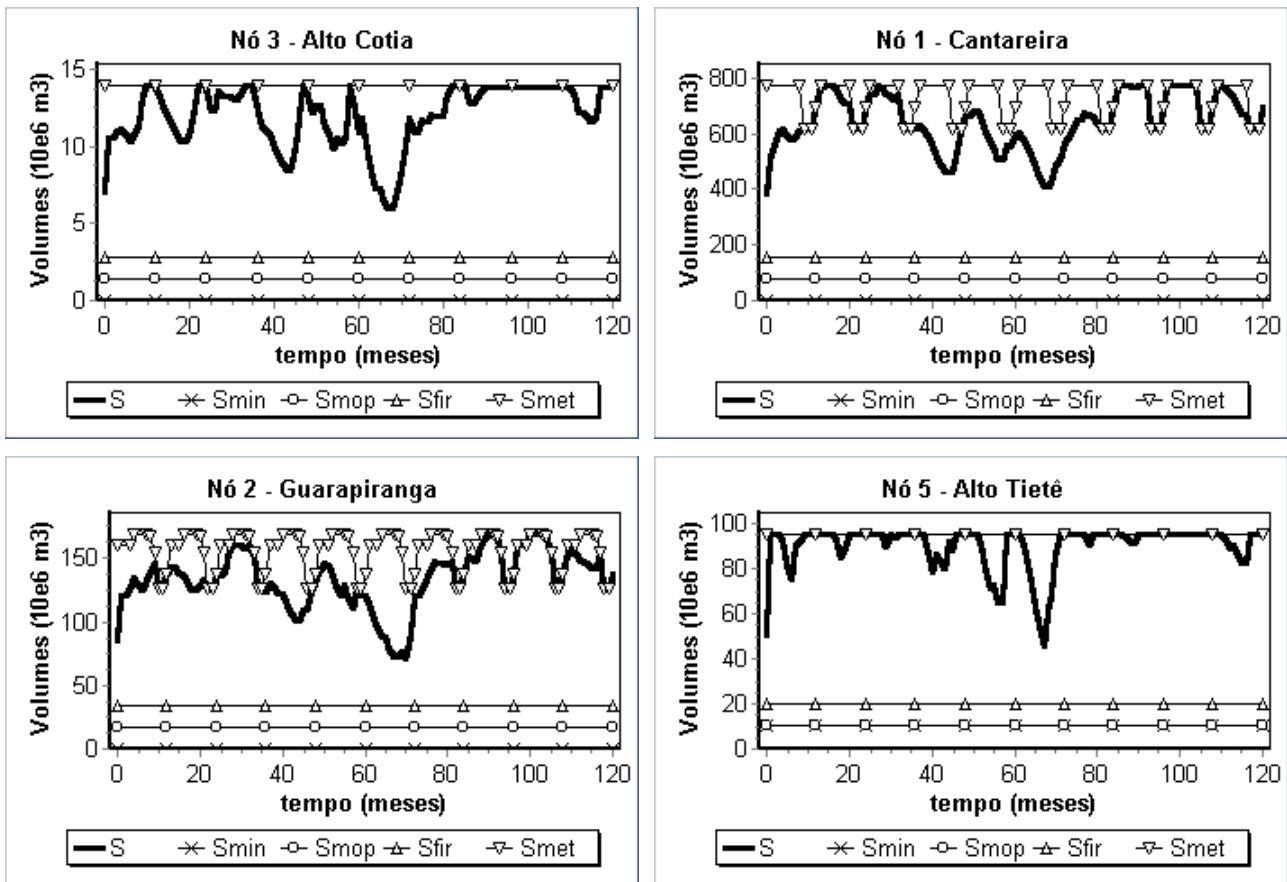


Figura 5. Armazenamento para o exemplo 3 na RMSF com o sistema ampliado e demandas atuais.

Enquanto a demanda foi atendida de forma plena, ou o racionamento minimizado como efeito do objetivo 1 do modelo, no passo seguinte o objetivo 2 melhorou a distribuição do armazenamento entre os diferentes reservatórios do sistema. A comparação das figuras 4 e 5 nesse exemplo mostra os benefícios da ampliação das interligações na operação do sistema, mesmo sem ampliação na capacidade individual de cada subsistema produtor.

4. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou novos exemplos de aplicações do SISAGUA, um modelo matemático associado a uma interface gráfica rica em recursos, desenvolvido com o objetivo de otimizar o planejamento da operação de sistemas de redes de adução de água, podendo lidar com topologias extremamente complexas e com regras de racionamento. Considerando as redundâncias do sistema, o problema original é resolvido de forma seqüencial em três etapas, usando o conceito

de prioridades preemptivas: minimizar o racionamento; maximizar o armazenamento nos reservatórios e minimizar os custos de operação da rede.

O sistema é representado como um conjunto de nós e trechos onde cada nó pode indicar uma fonte de suprimento, um reservatório, um ponto de demanda ou uma junção, e os trechos podem representar adutoras por gravidade, por recalque, estações de tratamento de água ou trechos de rios e canais. A utilização de pesos ou custos associados a cada elemento permite estabelecer diferentes prioridades e considerar direta ou indiretamente aspectos hidrológicos, ambientais, econômicos e sociais.

Os novos exemplos apresentados mostram a aplicação do modelo no estudo da capacidade de suprimento de um manancial, no planejamento da operação de um sistema existente e na avaliação de alternativas de expansão.

A interface que integra os modelos de otimização com os bancos de dados na forma de um sistema de suporte a decisão é importante não apenas como um recurso amigável na utilização do modelo, mas extremamente útil para dar maior clareza aos diversos resultados para tomadores de decisão e outras pessoas envolvidas no processo de planejamento. É também uma ferramenta didática de gestão por permitir pelo seu uso interativo um maior conhecimento do problema.

O modelo e sua interface encontram-se em contínuo desenvolvimento, agregando novos recursos e variações também na formulação. Entre elas cabe destacar: o uso de múltiplos cenários de vazões afluentes associados a probabilidades para otimização estocástica, o uso de restrições especiais adicionais definidas pelos usuários, a opção de introdução do nó oceano e de um objetivo auxiliar para representar a drenagem da produção excedente para um ponto final de descarga, e a formulação alternativa com regra de racionamento contínua que transforma o problema de PNLIM em PNL.

A importância desta pesquisa estende-se muito além da aplicação aos estudos de caso aqui analisados, uma vez que o problema da gestão do suprimento hídrico, especialmente sob eventos críticos de secas, tem se apresentado de forma recorrente em diversas metrópoles e bacias hidrográficas do país. Regiões e bacias hidrográficas do Sudeste/Sul estão ocasionalmente sujeitas a secas de prolongada extensão. A concentração populacional e industrial faz com que, nessas regiões, os impactos sejam de grandes proporções, mesmo na ocorrência de secas de severidade moderada. As vulnerabilidades da infra-estrutura de suprimento hídrico, mesmo considerando as interligações regionais, se assemelham a outras regiões do planeta, tanto em países desenvolvidos como em outros países emergentes. Sistemas desse tipo podem ser estudados, planejados e operados com o suporte do modelo SISAGUA.

AGRADECIMENTOS

A pesquisa apresentada teve o apoio da NSF (EUA), n. OISE-0334272, e sua contrapartida pelo CNPq, e suporte adicional foi fornecido por FINEP, CTHidro, FUSP e FAEPEX-UNICAMP. Dados para os estudos de casos foram fornecidos pela SABESP.

BIBLIOGRAFIA

Barros, M.T.L., Zambon, R.C., Delgado, D.M., Barbosa, P.S.F., Yeh, W. W-G. Yeh (2005a). *“Planning and Operation of Large-Scale Water Distribution System with Hedging Rules”* in World Water & Environmental Resources Congress, Anchorage, Maio 2005.

Barros, M.T.L., Zambon, R.C., Delgado, D.M., Barbosa, P.S.F., Yeh, W. W-G. Yeh (2005b). *“Otimização da Operação de Sistemas de Distribuição de Água com Regra de Racionamento”* in 7º Simpósio de Hidráulica e Recursos Hídricos dos Países de Língua Oficial Portuguesa, Évora, Maio 2005.

Barros, M.T.L., Zambon, R.C., Delgado, D.M., Barbosa, P.S.F. (2005c). *“Otimização de Sistemas de Adução de Água: o modelo SISAGUA”* in XVI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, João Pessoa, Novembro 2005.

GAMS, <http://www.gams.com/>, 2005.

Shih, J-S., ReVelle, C. (1994), *“Water-Supply Operations During Drought: Continuous Hedging Rule”*, J. Water Resour. Plan Manage., ASCE, 120(5), 613-629.

Tu, M-Y., Hsu, N-S, and Yeh, W.W-G. (2003) *“Optimization of Reservoir Management and Operation with Hedging Rules,”* J. Water Resour. Plan Manage., ASCE, 129 (2): 86-97.

Wilamowsky, Y., Epstein, S, Dickman, B., (1990). *“Optimization in Multi-Objective Linear Programming with Pre-Emptive Priorities”*, J. Operational Research Society, 41(4), 351-356.