

## ESTIMATIVA DA EVAPOTRANSPIRAÇÃO EM BACIA HIDROGRÁFICA COM ANÁLISE NÃO-LINEAR DE RECESSÕES

Akemi Kan<sup>1</sup> e Nelson L. Dias<sup>2</sup>

**Resumo:** Séries de evapotranspiração mensal foram calculadas para as bacias do rio Jangada e rio das Cinzas, localizadas ao sul e ao norte do Estado do Paraná, respectivamente. As estimativas foram feitas utilizando o método do balanço hídrico sazonal (BHS) e comparadas com os resultados do modelo hidrometeorológico de evapotranspiração mensal (HEM) obtidos por Dias e Kan (1999). O método BHS foi utilizado para estimar a evapotranspiração média de períodos não uniformes que variaram de 15 a 160 dias. Estas estimativas foram feitas com base na análise não-linear dos períodos de recessões das bacias hidrográficas. A análise não-linear é aplicada ao comportamento da vazão de uma bacia num período sem chuva, quando vazão do rio é alimentada pelas águas subterrâneas. O HEM é um modelo que utiliza dados hidrológicos e meteorológicos para estimar a evapotranspiração mensal. Esta foi ajustada por regressão linear múltipla usando os resultados obtidos de evapotranspiração pelo método do BHS, utilizando os valores obtidos para períodos inferiores a 45 dias. As estimativas das evapotranspirações mensais mostram sazonalidade ao longo do ano.

**Abstract:** Seasonal and monthly evapotranspiration time series have been calculated for the Jangada and Cinzas catchments in the State of Paraná, Brazil. The estimates were obtained by the seasonal water budget method (SWB) and non-linear recession analysis, and compared with results from a hydrometeorological evapotranspiration monthly (HEM) model, previously developed by Dias and Kan (1999). The SWB - non-linear estimates were obtained for hydrological budget periods varying from 15 to 160 days. Recession analysis extracts information about the storage-outflow relationship of a basin during dry periods. The HEM model, on the other hand, once adjusted is able to estimate evapotranspiration at the monthly time scale from meteorological data plus precipitation and streamflow. Our non-linear evapotranspiration estimates are almost identical to the linear ones found in a previous work, and show little sensitivity to the particular method of non-linear recession analysis, either by finding a classical regression line through the centroid of the data points or using a lower envelope curve.

**Palavras-chave** - evapotranspiração, bacias hidrográficas, análise de recessões.

---

<sup>1</sup> SIMEPAR, Caixa postal 19100, CEP 81531-990, Curitiba, PR, tel.: (041) 366-2020-R.6351, fax: (041) 366-2122, [akemi@simepar.br](mailto:akemi@simepar.br)

<sup>2</sup> SIMEPAR, Caixa postal 19100, CEP 81531-990, Curitiba, PR, tel.: (041) 366-2020-R.6354, fax: (041) 366-2122, [nldias@simepar.br](mailto:nldias@simepar.br)

## INTRODUÇÃO

A estimativa da evapotranspiração de uma bacia hidrográfica é uma das questões mais difíceis do ciclo hidrológico. Sua determinação é de fundamental importância para diversos setores da economia e para o bem estar da humanidade. A questão da água tem sido um dos desafios do homem atual. Este desafio é atender à demanda, ainda em estágio de crescimento, com qualidade e quantidade suficiente de água potável cada vez mais escassa. É visível a necessidade de estudos sérios e profundos no que tange à compreensão do ciclo hidrológico. O seu conhecimento permitirá a elaboração de planos de manejo de recursos hídricos para o seu melhor aproveitamento. O conhecimento da precipitação, da vazão, do armazenamento e da evapotranspiração permite o fechamento do balanço hídrico. A precipitação e a vazão são variáveis facilmente medidas pelas estações hidrológicas espalhadas por diversas regiões. Tem-se registros de dados relativamente longos. As medições do armazenamento no solo e da evapotranspiração exigem complexa instrumentação de altíssimo custo, e até o momento não se tem registros de longo período para tais medições. Existem, atualmente, alguns modelos que estimam a evapotranspiração. Por exemplo, a equação de Penman (1948), calcula a evapotranspiração potencial de superfícies saturadas. Thornthwaite (1948) elaborou uma metodologia para solucionar os problemas de classificação climática e planejamento agrícola, e introduziu o conceito de evapotranspiração potencial e uma metodologia para o balanço hídrico mensal. Nos estudos realizados por Morton (1976), a evapotranspiração foi estimada como sendo a média anual de bacias hidrográficas, calculada pela diferença entre as médias anuais de precipitação e vazão. Daniel (1976), usando dados de vazão e modelos analíticos de análise linear de recessões estimou, com sucesso, a evapotranspiração de uma bacia hidrográfica. Alley (1984) estudou, em particular, as transferências laterais de água que ocorrem entre bacias vizinhas e estimou a evapotranspiração, e umidade no solo usando o modelo do balanço hídrico mensal. O modelo mais utilizado, atualmente, no Brasil é o CRAE (complementary relationship areal evapotranspiration, Morton-1983). Dias e Kan (1998 e 1999) estimaram a evapotranspiração média mensal de bacias, através do método do balanço hídrico sazonal (BHS) com análise linear de recessões e do modelo hidrometeorológico de evapotranspiração mensal (HEM). Neste estudo, a evapotranspiração será estimada pelo método do balanço hídrico com análise não-linear de sua recessão (Brutsaert e Nieber, 1977; Brutsaert e Lopez, 1998) e será feita uma comparação entre os valores obtidos pela análise não-linear e as estimativas de evapotranspiração feitas anteriormente por Dias e Kan (1999) com o modelo HEM.

## MÉTODO DO BALANÇO HÍDRICO SAZONAL COM ANÁLISE DE RECESSÃO NÃO-LINEAR

A equação básica para o balanço hídrico é

$$\frac{dS}{dt} = P - Q - E, \quad (1)$$

onde  $S$  é o armazenamento de água na bacia,  $P$  é a precipitação,  $Q$  é a vazão na exutória da bacia hidrográfica e  $E$  é a evapotranspiração. A vazão durante uma recessão (período sem chuva), pode ser definida como função do tempo ( $t$ ).

Dias e Kan (1998 e 1999) consideraram que no último dia de cada recessão, isto é, quando a vazão atinge valores muito pequenos, a evapotranspiração é insignificante (Brutsaert, 1982 p.244-247). Então (1) pode ser escrito como

$$\frac{dS}{dt} = -Q - E \leq -Q. \quad (2)$$

Brutsaert e Nieber (1977), em seus estudos, obtiveram uma função não-linear para vazão baseada no comportamento de um aquífero e na aproximação hidráulica, para uma recessão. No método da recessão da hidrógrafa, a vazão de um rio é mantida apenas pela água de armazenamento em seu subsolo. Supondo desprezíveis as perdas e ganhos laterais de água, isto é, trocas de águas entre bacias vizinhas, a equação não-linear foi escrita como:

$$Q = \alpha S^\beta, \quad (3)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes .

Substituindo a equação (3) em (2) tem-se a equação

$$-\frac{dQ}{dt} \geq \alpha^\beta \beta Q^{\frac{2\beta-1}{\beta}} \quad (4)$$

para a vazão em período de recessão. Fazendo

$$a = \alpha^\beta \beta \quad \text{e} \quad b = \frac{2\beta-1}{\beta} \quad (5)$$

tem-se:

$$-\frac{dQ}{dt} \geq aQ^b. \quad (6)$$

Para determinar os valores de  $a$  e  $b$  é feita a regressão linear entre  $\log(-dQ/dt)$  e  $\log(Q_m)$ , onde

$$\begin{aligned} \log\left(-\frac{dQ}{dt}\right) &= \log\left(-\frac{Q(t+1)-Q(t)}{\Delta t}\right), \\ \log(Q_{med}) &= \log\left(\frac{Q(t+1)+Q(t)}{2}\right), \end{aligned} \quad (7)$$

$\Delta t$  é igual a 1 dia e  $Q_{med}$  é a vazão média entre duas vazões consecutivas na recessão. As Figuras 1 e 2 mostram as envoltórias obtidas pelo ajuste regressão não-linear pelo método dos mínimos quadrados (“envoltórias médias”) e as envoltórias inferiores são apenas paralelas ao ajuste anterior com quase 100% dos pontos acima desta envoltória para a bacia do rio Jangada e rio das Cinzas, respectivamente. Para a análise não-linear foram utilizadas somente vazões de recessão com período mínimo de 15 dias consecutivos onde  $Q(t+\Delta t) \leq Q(t)$ . Os dados com séries uniformes para o Jangada (65370000-código da estação pertencente à ANEEL – Agência Nacional de Águas e Energia Elétrica) entre 1946 e 1990 e para o Cinzas (64370000-código da estação pertencente à ANEEL) entre 1941 e 1991 foram utilizados. Brutsaert e Nieber (1977) obtiveram os resultados  $b=1$  para um longo tempo de resposta e  $b=3$  para um curto tempo de resposta. O valor de  $b=1$  é equivalente à análise linear (ver Dias e Kan, 1999). Neste estudo, fez-se um ajuste de regressão para determinar um valor médio de  $a$  e de  $b$ . Na Tabela 1 encontram-se os valores de  $a$  e  $b$  obtidos para as envoltórias de cada bacia, onde o índice  $m$  significa a envoltória média e  $i$  a envoltória inferior.

Aplicando esses resultados em (5) e em (3) é possível obter uma relação entre a vazão e o armazenamento para o período de estiagem. Essa relação foi considerada válida para o final de cada recessão. Esta simplificação permite que se obtenha os valores de  $S$  ao fim das recessões da hidrógrafa: os índices  $c$  e  $f$  indicam o começo de um período e o fim de uma recessão, como mostra a Figura 3. Para identificar o final de cada recessão foram admitidas algumas condições:

1. vazão do último dia de recessão ( $Q_f$ ) menor que 0,5 mm/dia e  $\Delta t \geq 15$  dias, ou
2.  $0,5 \text{ mm/dia} \leq Q_f \leq 1,0 \text{ mm/dia}$  e  $\Delta t \geq 30$  dias, ou
3.  $Q_f \leq 2,0 \text{ mm/dia}$  e  $\Delta t \geq 60$  dias,
4. precipitação nula e
5. evapotranspiração desprezível.

Integrando-se (1) obtém-se a equação que permite calcular a evapotranspiração média ( $\bar{E}$ ) de períodos irregulares  $\Delta t$  como sendo

$$\frac{S_f - S_c}{\Delta t} = \bar{P} - \bar{Q} - \bar{E} , \quad (8)$$

onde  $\bar{P}$  é a precipitação média do período  $\Delta t$ ,  $\bar{Q}$  é a vazão média do período  $\Delta t$ . A Figura 4 mostra um exemplo da estimativa de evapotranspiração média de períodos irregulares  $\Delta t$ , usando os parâmetros  $a_i$  e  $b_i$ , para bacia do rio das Cinzas para o período entre 1990 e 1991.

Tabela 1 – Parâmetros  $a$  e  $b$  das envoltórias médias e inferiores.

Bacia	$a_m$	$b_m$	$a_i$	$b_i$
Rio Jangada	0.0662	1.3689	0.0155	1.3689
Rio das Cinzas	0.0581	1.6395	0.0086	1.6395

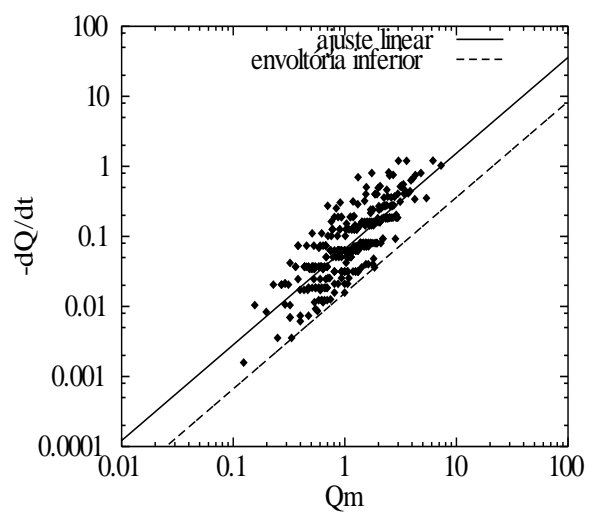


Figura 1 – Análise não-linear de vazões na recessão para a bacia do rio Jangada.

Figura 2 – Análise não-linear de vazões na recessão para a bacia do rio das Cinzas.

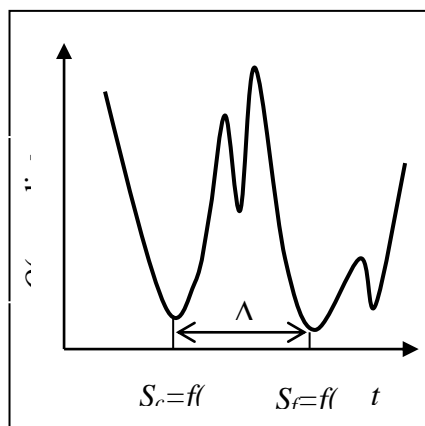


Figura 3 - Determinação do início de um período e fim de uma recessão através de um hidrograma.

Dias e Kan (1999) determinaram a evapotranspiração mensal a partir de  $\bar{E}$  de períodos não uniformes  $\Delta t$ , fazendo o seguinte cálculo

$$E_{mesj} = \frac{n_e E_e + n_c E_c + n_d E_d}{n_e + n_c + n_d} ; \quad (9)$$

onde o índice *mes* é a média mensal,  $E_e$ ,  $E_c$  e  $E_d$  são as estimativas sazonais sobre os períodos situados à esquerda, no centro e à direita dos limites do mês *j*, e  $n_e$ ,  $n_c$  e  $n_d$  são os números de dias dentro do mês *j* de  $E_e$ ,  $E_c$  e  $E_d$ . A Figura 5 elucida o procedimento adotado para a determinação das estimativas mensais de evapotranspiração ( $E_{mes}$ ) pelo método BHS. Nas Figuras 6 e 7 estão plotadas as climatologias mensais para a precipitação, a vazão e os resultados das estimativas de evapotranspiração para as bacias do rio Jangada e rio das Cinzas. Observa-se por estas Figuras que não há variação significativa nos resultados das evapotranspirações calculadas por  $a_m$  e  $b_m$  ou  $a_i$  e  $b_i$  para ambas as bacias. No rio Jangada tanto a precipitação quanto a vazão não apresentaram um comportamento sazonal distinto, que é uma das características típicas do rio Iguaçu. Apesar disto, observa-se um comportamento bem nítido da sazonalidade da evapotranspiração, com a máxima no verão e mínima no inverno. Para a bacia do rio das Cinzas, tanto a precipitação quanto a vazão apresentam um comportamento bem claro da sazonalidade, acentuando as diferenças das estimativas de  $E_{mes}$  entre o verão e o inverno.

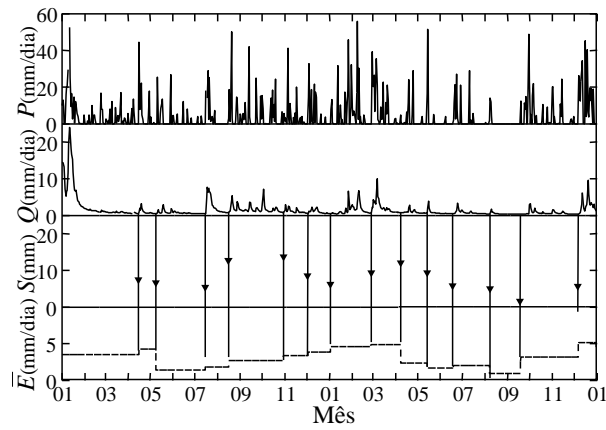


Figura 4 – Evapotranspiração sazonal estimada ( $\bar{E}$ ) a partir do armazenamento e análise de recessão da hidrógrafa para a bacia do rio das Cinzas.

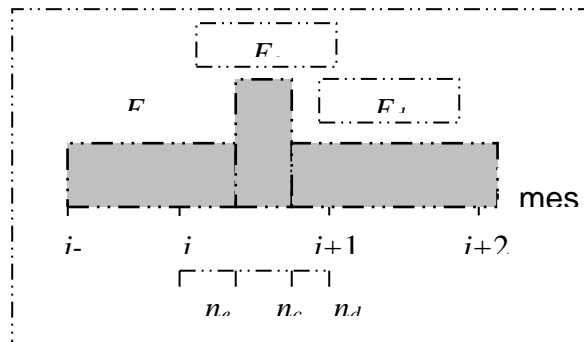


Figura 5 – Determinação da evapotranspiração mensal  $E_{mes}$ .



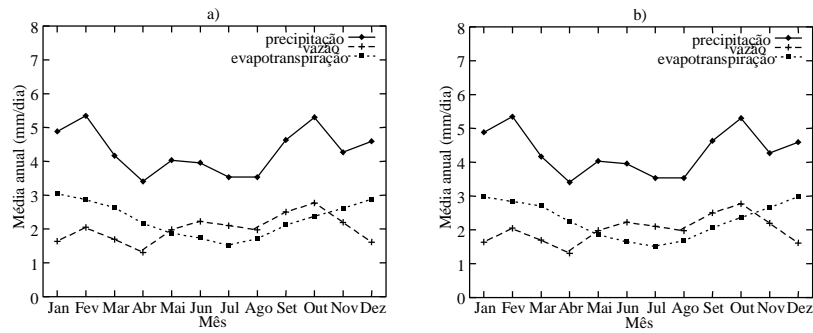


Figura 6 – Climatologia da média mensal da precipitação, vazão e da evapotranspiração estimada pelo BHS com análise não-linear de suas recessões para a bacia do rio Jangada.

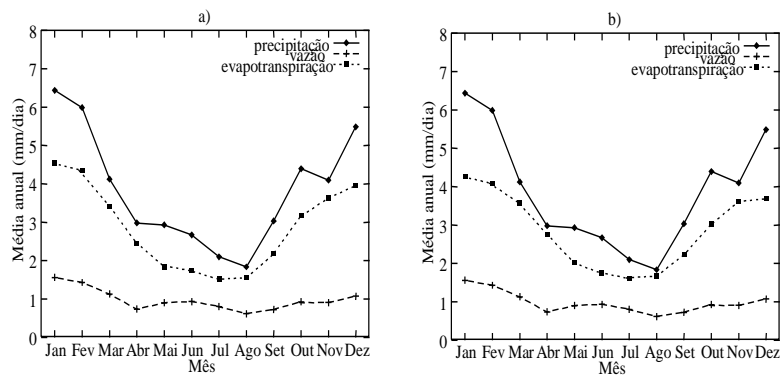
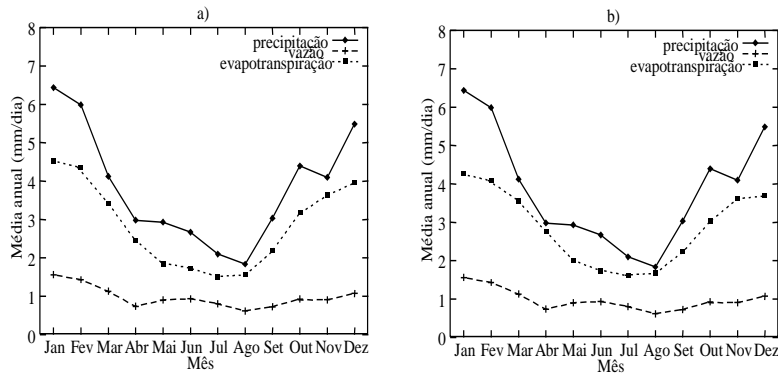


Figura 7 – Climatologia da média mensal da precipitação, vazão e da evapotranspiração estimada pelo BHS com análise não-linear de suas recessões para a bacia do rio das Cinzas.

Caso: a) para os parâmetros  $a_m$  e  $b_m$ ; b) para os parâmetros  $a_i$  e  $b_i$ .



### MODELO HIDROMETEOROLÓGICO DE EVAPOTRANSPIRAÇÃO

As estimativas de  $E_{mes}$  pelo método BHS não determinam a variação mensal, devido à ocorrência de períodos  $\Delta t$  relativamente longos entre as recessões. O modelo HEM foi elaborado por Dias e Kan (1998) para capturar essa variação, estimando a evapotranspiração mensal e eliminando, com isso, o padrão atenuado do método BHS. O HEM baseia-se somente em dados hidrológicos e meteorológicos. Dias e Kan (1999) propuseram o uso de uma família de modelos hidrometeorológicos de evapotranspiração do tipo

$$\frac{E_{hmes}}{E_{sup}} = a + b(P_{mes} - Q_{mes}) + c(e_{ames}^* - e_{ames}), \quad (10)$$

onde  $E_{hmes}$  é a evapotranspiração mensal estimada pelo HEM,  $E_{sup}$  pode ser a radiação líquida, a evaporação potencial de Penman ou a evaporação potencial de Priestley-Taylor,  $a$ ,  $b$  e  $c$  são obtidos por regressão múltipla com valores de evapotranspiração média mensal sobre períodos  $\Delta t \leq 45$  dias, e  $(e_{ames}^* - e_{ames})$  é o déficit de pressão de vapor d'água média mensal. O melhor ajuste obtido por eles utilizando as evapotranspirações mensais estimadas pelo método BHS para análise linear foi a evaporação potencial de Penman para a bacia do rio Jangada e a radiação líquida para a bacia do rio das Cinzas. Na Tabela 2 encontram-se os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$ , determinados por Dias e Kan (1999) para as bacias do rio Jangada e rio das Cinzas. Nas Figuras 8 e 9 mostram-se os resultados das estimativas feitas neste estudo, através de barras e as estimativas de evapotranspirações feitas por Dias e Kan utilizando o HEM por linha contínua para as bacias do rio Jangada e rio das Cinzas, respectivamente, entre 1980 e 1990.

Tabela 2. Coeficientes de regressão múltipla de (10).

Coeficiente	Bacia do rio Jangada	Bacia do rio Cinzas
verão (outubro a março)		
a	0.76393	0.23937
b	0.10831	0.08754
c	-0.00046	0.00006
inverno (abril a setembro)		
a	2.39735	0.37378
b	0.10291	0.19413
c	-0.00383	-0.0026

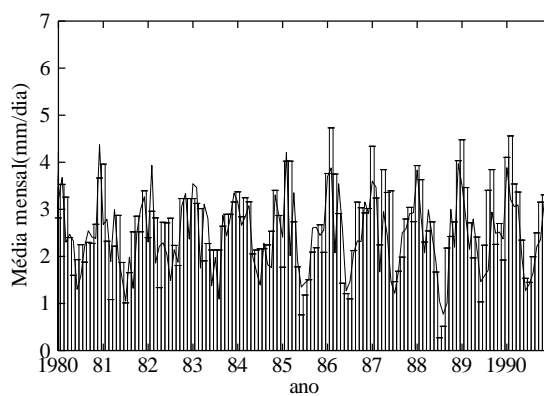


Figura 8 – Comparação entre a estimativa de evapotranspiração pelo HEM (linha contínua) e BHS (análise não-linear, barras) para a bacia do rio das Cinzas.

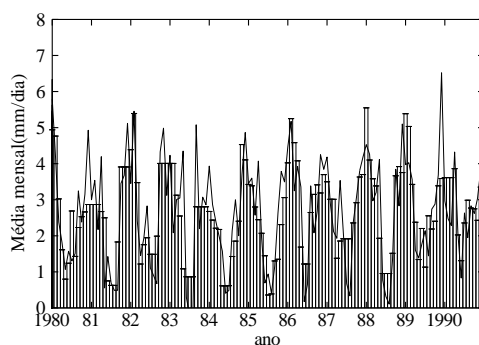


Figura 9 – Comparação entre a estimativa de evapotranspiração pelo HEM (linha contínua) e BHS (análise não-linear, barras) para a bacia do rio das Cinzas.

## CONCLUSÕES

Estimar a quantidade de água em uma bacia hidrográfica continua sendo um problema em aberto. Um dos motivos que dificulta o fechamento do ciclo hidrológico é a falta de medição de certas variáveis como a umidade no solo, a evapotranspiração e o armazenamento no lençol freático. Por esta razão não se tem registros de séries contínuas, destas variáveis. Existem, atualmente, alguns estudos que estimam a evapotranspiração e um deles é o trabalho feito por Dias e Kan (1999), que obtém estimativas que obedecem por construção ao balanço hídrico e reproduzem os padrões mensais. Eles elaboraram o método do balanço hídrico sazonal (BHS) e modelo hidrometeorológico de evapotranspiração (HEM). O objetivo principal do presente trabalho foi obter a evapotranspiração com análise não-linear de recessões aplicando o BHS, e também fazer a comparação com as estimativas feitas pelo modelo HEM para ambas as bacias. Os resultados obtidos para as bacias do rio Jangada e rio das Cinzas mostram que as estimativas de evapotranspiração feitas com base nesta análise, utilizando os parâmetros determinados pela envoltória média ou inferior, são praticamente iguais. O importante é que as estimativas mostram nitidamente a sazonalidade, evapotranspiração máxima no verão e mínima no inverno. No caso da bacia do rio Jangada, apesar da precipitação e da vazão não apresentarem sazonalidades, característica do rio Iguaçu, há sazonalidade na evapotranspiração. O comportamento climatológico da média mensal da evapotranspiração é muito próximo aos resultados obtidos por Dias e Kan (1999) pela análise linear. Faz-se necessário estudos comparativos para avaliar a sensibilidade das duas análises (linear e não-linear) e calibrações com medições seriam fundamentais para melhorar a qualidade das estimativas. As estimativas de evapotranspiração obtidas por meio da análise não-linear são praticamente iguais às obtidas anteriormente com análise de recessão linear. Elas também mostram pouca sensibilidade ao método de análise de recessão, que pode traçar uma curva média ou um envoltória inferior num gráfico log-log de vazão média versus sua derivada.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALLEY, W. M. (1984). On the treatment of evapotranspiration, soil moisture accounting, and aquifer recharge in monthly water balance models. *Water Resources Research*, v.20, p. 1137-1149.
- BRUTSAERT, W. (1982). *Evaporation into the Atmosphere: Theory, History, and Applications*. D.Reidel, Dordrecht.
- BRUTSAERT, W e Nieber, J. L. (1977). Regionalized drought flow hydrographs from a mature glaciated plateau. *Water Resources Research*, v.13, p. 637-643.

- BRUTSAERT, W e Lopez, J. P. (1998). Basin-Scale geohydrologic drought flow features of riparian aquifers in the southern Great Plains. *Water Resources Research*, v.34, p. 233-240.
- DANIEL, J. F. (1976). Estimating groundwater evapotranspiration from streamflow records. *Water Resources Research*, v.12, p.360-364.
- DIAS, N. L. e Kan, A. (1998). Um modelo hidrológico-meteorológico para estimativa da evapotranspiração em bacias hidrográficas. *Relatório Técnico 004/98, Simepar, Curitiba*.
- DIAS, N. L. e Kan, A. (1999). A hydrometeorological model for basin-wide seasonal evapotranspiration. *Submetido para Water Resources Research*.
- MORTON, F. I. (1976). Climatological estimates of evapotranspiration. *Journal of Hydraulic Division, ASCE*, v.102(HY3), p.275-291.
- MORTON, F. I. (1983). Operational estimates of areal evapotranspiration and their significance to the science and practice of hydrology. *Journal of Hydrology*, v.66, p.1-76.
- PENMAN, H. L. (1948). Natural evaporation from open water, bare soil and grass. *Proceedings of the Royal Society, London*, v. A (193), p.120-146.
- THORNTHWAITE, C. W. , 1948. An approach toward a rational classification of climate. *The Geographical Review*, v. 38, p. 55-94.