

XXIV SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS

REGIONALIZAÇÃO DE VAZÕES DIÁRIAS: MODELO SIMPLIFICADO COM BASE EM CURVA DE DESCARGA DE RIOS

Beatriz Tiemi Kawano¹; Danieli Mara Ferreira², Eloy Kaviski³ & Cristovão Vicente

Scapulatempo Fernandes⁴

RESUMO – A magnitude da rede hidrográfica brasileira é colocada entre as mais ricas do globo devido a sua vasta extensão, e entender processos hidrológicos é um grande desafio. Para auxiliar em estudos hidrológicos, a técnica de regionalização é uma importante ferramenta em áreas de interesse que possuem poucos ou nenhum dado para determinado período. Nesta pesquisa, um método de regionalização de vazões diárias é proposto para um ano sem dados. O estudo de caso é uma estação localizada na bacia do Alto Paranapanema, na divisa entre os estados de São Paulo e Paraná, utilizando como ferramentas computacionais os softwares Microsoft Excel e Matlab para realizar a extrapolação das equações de curva de descarga e ajustes dos modelos de regressão linear, considerando a estação de interesse com estações vizinhas. A extrapolação da curva de descarga é importante para estender as séries de vazões ou preencher falhas nos dados disponíveis, visto que pode-se obter dados de vazões utilizando as cotas com a equação encontrada. Foram propostos três modelos de equações para a regionalização a partir de uma equação geral. O modelo apresentado no estudo, comparando-se com o método de regressão proposto pela Agência Nacional das Águas, mostrou bons resultados e, portanto, pode auxiliar nos estudos para regionalização de vazões em determinadas áreas de interesse.

Palavras-Chave – regionalização de vazões, regressão linear, Rio Paranapanema.

ABSTRACT – The magnitude of the Brazilian hydrographic network is placed among the richest in the world due to its vast extent, and understanding hydrological processes is a great challenge. To assist in hydrological studies, the regionalization technique is an important tool in areas of interest that have a few or no data for a given period. In this research, a method of regionalization of daily flows is proposed for one year without data. The case study is a station located in the Upper Paranapanema basin, on the border between the states of São Paulo and Paraná, using as computational tools the softwares Microsoft Excel and Matlab to extrapolate rating curve equations and adjustments of linear regression models, considering the station of interest with neighboring stations. The extrapolation of the rating curve is important to extend the flow series or fill gaps in the available data, since flow data can be obtained using the level with the equation that was found. Three proposed models were analyzed using a general equation. The model presented in the study, comparing with the regression method proposed by the National Water Agency, showed good results and, therefore, can assist studies for regionalization of flows in certain areas of interest.

Key-Words – regionalization, linear regression, Paranapanema River.

1) Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental (PPGERHA) – Universidade Federal do Paraná (UFPR) – Curitiba (PR). E-mail: beatriz_tiem@hotmail.com
2) PPGERHA – UFPR. E-mail: danielimaraferreira@gmail.com
3) PPGERHA – UFPR. E-mail: eloy.dhs@ufpr.br
4) PPGERHA – UFPR. E-mail: cvs.fernandes@gmail.com

Um relevante componente para estudos hidrológicos refere-se à frequência de amostragens de dados e localização de estações de monitoramento, que representam importantes desafios para diversos tipos de estudos, como a modelagem. Nesse sentido, para auxiliar essas análises, inclui-se a pesquisa de técnicas para regionalização de informações. A regionalização apresenta-se como alternativa para estimar vazões em locais com poucos ou sem dados de medições, e é utilizada para transferir espacialmente informações para estas regiões.

Segundo Tucci (2002), a regionalização hidrológica pode ser realizada utilizando diversos fatores, como por exemplo: a partir de variáveis ou funções, as quais podem ser determinadas em uma região através de relações dos dados hidrológicos existentes; com parâmetros de uma função ou de modelos matemáticos, definidos pela sua relação com as características físicas da bacia; ou com indicadores regionais, que podem ser determinados como valores médios de variáveis que permitam o entendimento do seu comportamento.

No cenário atual, vários estudos estão sendo realizados para a regionalização, visto que o Brasil possui uma vasta rede hidrológica que nem sempre possui séries de dados contínuas ou com dados suficientes. Um dos grandes desafios consiste no fato de que a regionalização retrata espacialmente as informações na rede, e, deste modo, a extensão e qualidade dos dados disponíveis afetam diretamente a qualidade dos resultados (Tucci, 2002).

Kaviski et al. (1997) apresentaram um método de regionalização utilizando a parametrização da curva de descarga em função da área das seções transversais, com o objetivo principal de facilitar a realização de interpolação da curva de descarga e da relação entre cota, área e perímetro em locais sem dados observados. Jaccon e Cudo (1989) apresentaram uma equação abordando o método logarítmico para obtenção de vazões. Wolff et al. (2014) desenvolveram uma nova metodologia com equações logarítmicas e programação, utilizando séries de vazões médias mensais e as áreas de drenagem das estações fluviométricas, para determinação de vazões de referência. Melati et al. (2015) aplicaram a regionalização de vazões mínimas, utilizando a área de drenagem e a precipitação média anual para regiões homogêneas, com o auxílio das ferramentas do Microsoft Excel e do Matlab. Uliana et al. (2016) propuseram modelos de regressão linear, potencial, exponencial e logarítmico para regionalizar a vazão mínima associada à permanência de 95% e a vazão média de longa duração.

Uma compilação de métodos de regionalização foi apresentada por Gasques et al. (2018), entre eles alguns citados foram: Elesbon et al. (2015), que propuseram a metodologia através de análises estatísticas multivariadas de componentes principais e de agrupamento para definir as variáveis mais representativas para a regionalização de vazões mínimas, resultando na indicação da área de drenagem e da precipitação total do semestre chuvoso como principais variáveis; Molina et al. (2014) que apresentaram uma comparação para a regionalização utilizando três metodologias distintas, e apontando melhor desempenho através do método baseado na conservação de massas, proposto por Pereira (2004). No quesito internacional, Gasques et al. (2018) citou o estudo realizado por Mamun, Hashim e Daoud (2010), que propuseram equações de regressão multivariada para sete regiões na Península da Malásia, com um bom desempenho.

O desenvolvimento de softwares para a regionalização trouxe mais uma opção para o auxílio dos estudos. No Estado do Paraná, o modelo Regionaliza (Saboia e Lopardo, 2015), desenvolvido em Python, avança na estratégia de utilizar modelos estatísticos para a geração de dados hidrológicos para exutórias de uma bacia, fornecendo dados como curva de permanência, vazões máximas e vazões mínimas. Outro exemplo de software nacional é o RH4.0 para o estado de Minas Gerais, desenvolvido pelo Hidrotec (UFV, 2005), além do software desenvolvido pelo Departamento de Águas e Energia Elétrica para o estado de São Paulo (DAEE, 2001).

A nível mundial, os estudos não diferem significativamente dos aplicados no Brasil. Westerberg et al. (2014) aplicaram a regionalização em 36 bacias da América Central utilizando a curva de

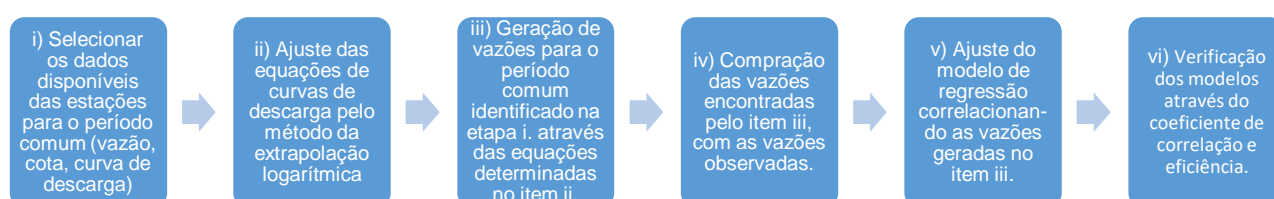
permanência. Brunner et. al. (2018) compararam diversos métodos de regionalização, como por exemplo, técnicas de regressão linear e não linear, métodos espaciais e métodos baseados na formação de regiões homogêneas. Na Coréia do Sul, Kim et al. (2016) realizaram a comparação entre a regionalização de parâmetros e a calibração de curvas de permanência para lugares sem medições.

Dentro deste contexto, o objetivo desse trabalho é explorar métodos para geração de informações onde os dados necessários são limitados, utilizando a extrapolação de curva de descargas e modelos de regressão linear como uma forma complementar aos trabalhos tradicionais na literatura. Optou-se por utilizar a curva de descarga para preenchimento de falhas nas séries de vazões. Adicionalmente, o uso desse tipo de dado é uma alternativa à usual aplicação da curva de permanência. O estudo foi realizado na bacia do Alto Paranapanema, localizada em São Paulo, com o objetivo de obter vazões diárias para a estação 64005000 para o ano de 2012, buscando a complementação de informações hidrológicas para a adequada implementação dos instrumentos de Gestão de Recursos Hídricos.

MATERIAL E MÉTODOS

O método desenvolvido para gerar séries temporais de vazões em áreas onde há falhas de monitoramento é sintetizado na Figura 1. A partir da análise de períodos comuns de medição entre duas estações fluviométricas, segue-se extensões de informações através de curvas de descarga e ajustes de modelos de regressão linear; por fim, gera-se vazões diárias para um período de interesse no qual há falhas (ano de 2012, nesse estudo) a partir de observações de estações próximas.

Figura 1 - Fluxograma do método proposto para regionalização de vazões



Área de estudo

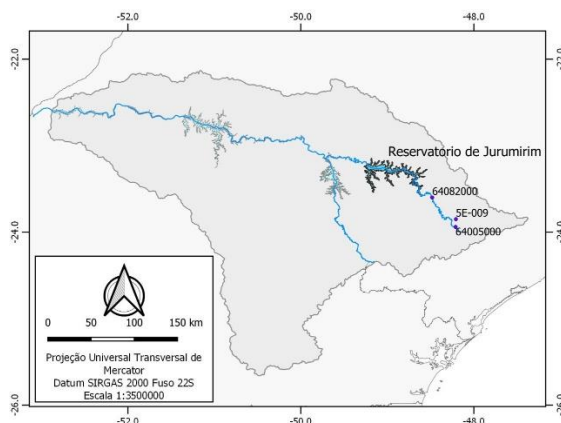
A Bacia do Rio Paranapanema está localizada entre os estados do Paraná e São Paulo, sendo o Rio Paranapanema o divisor natural desses estados, com 929 km de extensão. O Rio Paranapanema nasce na Serra de Agudos Grandes, no sudeste do Estado de São Paulo e tem sua foz no rio Paraná. Essa região é dividida em Unidades de Gestão, o Alto Paranapanema, o Médio Paranapanema, Pontal do Paranapanema, Tibagi, Norte pioneiro e Piraponema, e possui 11 usinas hidrelétricas instalados no seu curso (ANA, 2016).

A área utilizada para o estudo em questão está localizada no Alto Paranapanema, a montante do reservatório de Jurumirim. Foram selecionadas 3 estações para a realização dos testes, apresentadas na Tabela 1. A localização das estações está indicada na Figura 2.

Tabela 1 - Estações utilizadas para o estudo (A representa a área de drenagem)

Estação	Rio	A (km ²)	Latitude	Longitude	Operador
64005000	Paranapanema	681	-23,94	-48,21	ANA
5E-009	Turvo	773	-23,85	-48,21	DAEE
64082000	Paranapanema	5790	-23,60	-48,48	ANA

Figura 2 - Localização das estações utilizadas para o estudo



Coleta e análise de dados

No trecho a montante do reservatório de Jurumirim, o Rio Paranapanema possui apenas uma estação com dados de vazão no ano de 2012 (64082000). Assim, a análise proposta visa obter dados nesse período de interesse para uma estação mais próxima à cabeceira da bacia do Alto Paranapanema (64005000).

Os dados de curva de descarga, vazão e nível foram retirados do banco de dados do sistema hidroweb (ANA, 2020) e do DAEE (DAEE, 2020). Na Tabela 2 são apresentados os períodos de dados disponíveis. Após feita a seleção das estações e a coleta de dados, realizou-se a análise do período comum de medições para as estações 64005000 e 64082000, determinando-se o intervalo entre os anos de 1947 e 1980. Foi observado que a quantidade de dados do período comum para as estações é maior para as cotas do que para as vazões; desse modo, é possível a extensão das séries através de equações da curva de descarga.

Tabela 2 - Período de dados de nível e vazão disponível para as estações de interesse

Estação	Vazão	Cota
64005000	1969 – 1997	1947 – 2001
5E-009	1971 - 2016	1963 - 2017
64082000	1969 - 1980	1931 – 1980

Equações de curva de descarga

Para obter as constantes da equação da curva de descarga pelo método da extrapolação logarítmica empregou-se o método dos mínimos quadrados, com algoritmo de solução da ferramenta solver no Microsoft Excel. O modelo é dado pela equação (1), como apresentado por Jaccon e Cudo (1989):

$$Q = a(h - h_0)^b \quad (1)$$

onde h (m) corresponde a cota para a vazão Q (m^3/s); a , b e h_0 são as constantes estimadas. As estações de interesse investigadas são 64005000, 64082000 e 5E-009, próximas à cabeceira da bacia.

Após encontrar as equações para a curva de descarga, são geradas as vazões para o período comum das estações através das mesmas, utilizando a série histórica de níveis e sua posterior análise de ajuste utilizando coeficientes tradicionais de correlação (R) e Nash-Sutcliffe (NSE).

Equações de regressão linear

A fim de encontrar a equação de regressão linear para obtenção das vazões para a estação 64005000, optou-se inicialmente por utilizar a estação 64082000, que se encontra no mesmo rio que a estação de interesse. Como uma segunda alternativa, a estação 5E-009, que se encontra paralela e

próxima a estação 64005000. Ambas têm características semelhantes devido à similaridade do tamanho de suas áreas de drenagem, 773 km² e 681 km², respectivamente. A equação (2), a seguir representa a base de regionalização conforme Kaviski (1997).

$$Q_t(P1) = a_0 Q_t(P2) + \dots + a_n Q_{t+n}(P2) + b \quad (2)$$

onde $P1$ representa a estação de interesse de obtenção dos dados regionalizados e $P2$ a estação utilizada para regionalização; n é o tempo de viagem em dias entre $P1$ e $P2$; a_n é o parâmetro de proporcionalidade das vazões diárias e b o parâmetro residual. Para encontrar os coeficientes das equações de regressão, utilizou-se também o método dos mínimos quadrados e a ferramenta solver do Microsoft Excel.

Adicionalmente, visando realizar ajustes na equação levou-se em consideração o tempo de viagem entre as estações de interesse que pertençam ao mesmo rio. Dessa forma, para determinar o tempo de viagem (n) na equação (2) observa-se por quanto tempo a vazão da estação de $P2$ influencia na vazão de $P1$ através da determinação da quantidade de dias que uma partícula da estação a montante leva para chegar à estação de jusante. Para estações vizinhas, localizadas em rios diferentes, considera-se $n = 0$. No estudo em questão, calculou-se o tempo de viagem como a relação entre distância de uma estação à outra (calculada com auxílio do software QGIS) e a velocidade média (estimada através das medições da curva de descarga da estação a montante).

Para esse estudo, foram propostos três modelos de regressão linear, correlacionando as estações de interesse: (i) Modelo 1 - estimativas a partir das estações 64820000 e 6400500 e o tempo de viagem como dois dias; (ii) Modelo 2 - estimativas a partir das estações 64820000 e 6400500 e o tempo de viagem como três dias e; (iii) Modelo 3 - estimativas a partir das estações 5E-009 e 64005000.

Regionalização de vazões pela Agência Nacional de Águas

O preenchimento e extensão de séries diárias de vazão foi conduzido na bacia do rio Paranapanema previamente, em estudo desenvolvido pela Agência Nacional de Águas (ANA, 2014). Utilizando métodos de regressão, gerou-se hidrogramas para o período de 1968 a 2001. A abordagem utilizada para esse processo de regionalização admite em cada região homogênea (área incremental entre duas ou mais estações) uma vazão específica incremental (Q_{inc} em m³/s) constante conforme apresentada na equação 3:

$$Q_{inc} = \frac{Q_{jus} - \sum Q_{mon}}{A_{jus} - \sum A_{mon}} \quad (3)$$

onde Q_{jus} (m³/s) e Q_{mon} (m³/s) são as vazões do posto de jusante e de montante, e A_{jus} (m²) e A_{mon} (m²) são as áreas de contribuição dos postos de jusante e montante, respectivamente. A vazão produzida em cada trecho, constitui então sua vazão incremental (Q_{inc}) e é dada pelo produto entre a área do trecho em questão e sua vazão específica incremental. Os resultados finais estão disponibilizados no sistema hidroweb.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Equações de curva de descarga e regressão linear

As Figuras 3 e 4 sintetizam os resultados das séries de vazões observadas com as vazões calculadas pelas equações da curva de descarga apresentadas abaixo. A estação 5E-009 já possui dados para o período de interesse para o estudo, não havendo necessidade de estender as séries de vazões pela curva de descarga.

Figura 3 - Comparação das vazões observadas com as vazões calculadas pela curva de descarga da estação 64005000

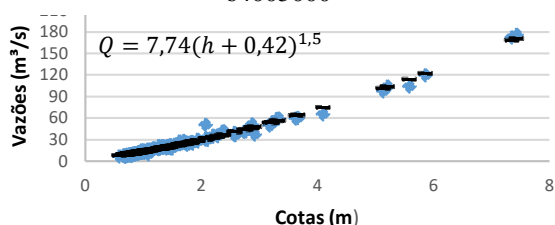
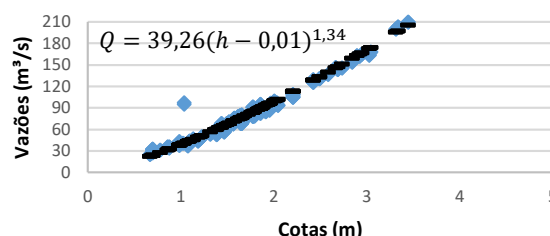


Figura 4 - Comparação das vazões observadas com as vazões calculadas pela curva de descarga da estação 64082000



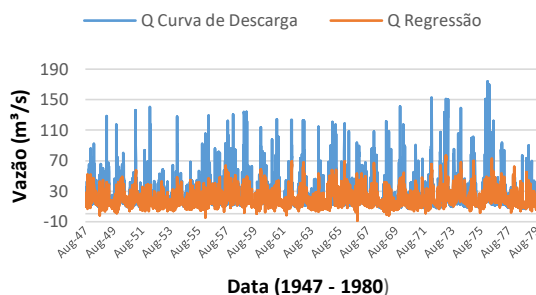
Após gerada as séries de vazões com a equação da curva de descarga, ajustou-se os coeficientes das equações de regressão linear através da comparação das vazões diárias das estações de interesse.

Nos primeiros testes, foi considerado o tempo de viagem como um dia; ao comparar as vazões observadas com as vazões geradas pelas equações de regressão em dois instantes de tempo distintos “a posteriori”, obteve-se valores distantes para os pontos de picos, além de um coeficiente de correlação baixo ($R = 0,57$). Para esses testes, utilizou-se a estação 64005000 como $P1$, a estação 64082000 como $P2$ e o modelo proposto na equação 4:

$$Q_t(P1) = aQ_t(P2) + a_1Q_{t+1}(P2) + b \quad (4)$$

Em alguns testes foram obtidas vazões negativas, como apresentado na Figura 5. Neste caso, foram adotadas algumas condições para ajustes dos coeficientes, como por exemplo (i) $Q > 0$ e (ii) $a + b > c$; entretanto, o modelo ainda não foi considerado satisfatório ($R = 0,55$).

Figura 5 - Gráfico de vazões geradas para a estação 64005000 pela equação de regressão



Como solução para este problema, foram adotados os novos modelos para as equações de regressão, considerando o tempo de viagem para ajuste das equações. Para os modelos 1 e 2, calculou-se o tempo de viagem utilizando a distância entre as estações 64005000 e 64082000 (aproximadamente 115 km) e a velocidade média presente na curva de descarga da estação 64005000 (aproximadamente 0,673 m/s). O tempo de viagem obtido foi de aproximadamente 2 dias para as partículas da estação a montante chegarem à estação de jusante. Na equação do modelo 2 utiliza-se $n = 3$ para verificar se ainda existe algum resquício das partículas. Para o terceiro modelo, considerou-se o tempo de viagem como $n = 0$, visto que as estações utilizadas estão localizadas em rios diferentes. As equações obtidas e os coeficientes de verificação (correlação – R e Nash-Sutcliffe

– NSE) estão representadas junto às figuras. De acordo com os valores encontrados, o modelo com melhor ajuste foi o terceiro modelo proposto.

As Figuras 6 e 7 são comparações entre as séries de vazões geradas com a equação da curva de descarga e a equação de regressão para o período entre 1947 e 1980. Este período foi selecionado para estes dois modelos por ser o maior período comum entre as estações de interesse. Para o modelo 3, utilizou-se a vazão observada para realizar a comparação com a vazão gerada pela equação de regressão (Figura 8).

Figura 6 - Vazões geradas para a estação 64005000 pela equação de regressão utilizando a estação 64082000 e o modelo 1 (R = 0,62 e NSE = 0,39)

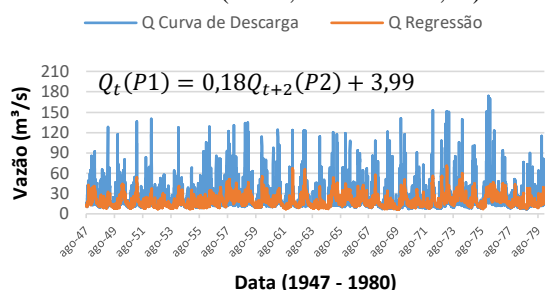


Figura 7 - Vazões geradas para a estação 64005000 pela equação de regressão utilizando a estação 64082000 e o modelo 2 (R = 0,63 e NSE = 0,39)

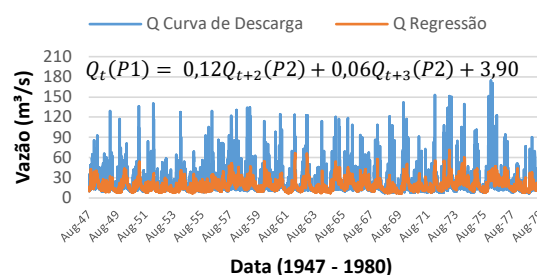
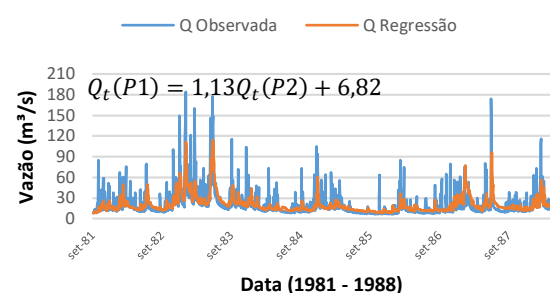


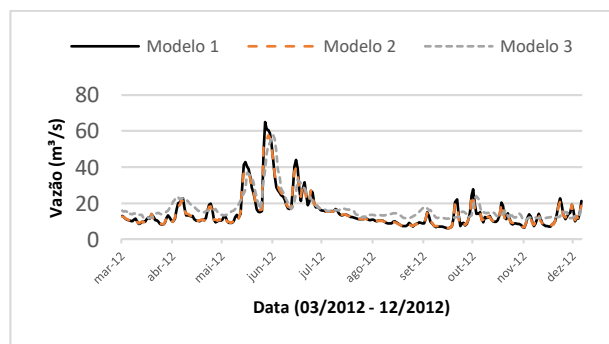
Figura 8 - Vazões geradas para a estação 64005000 pela equação de regressão utilizando a estação 5E-009 e o modelo 3 (R = 0,71 e NSE = 0,50)



Estimativas para 2012

Após testes das equações de regressão, realizou-se uma estimativa para o ano de 2012 para a estação 64005000 (P1) com os três modelos de regressão propostos. O ano de 2012 é o período de interesse para o estudo. A estação 64082000 representa o P2 e a estação 5E-009 o P3. Os resultados, apresentados na Figura 9 evidenciam que os três modelos obtiveram um hidrograma semelhante seguindo os pontos de pico e valores próximos.

Figura 9 - Comparação das vazões estimadas para 2012 com os 3 modelos de regressão na estação 64005000



Comparação com o modelo da ANA

Após ajustes da equação geral conforme cada estação escolhida, foram realizados três testes de comparação do modelo proposto com o modelo da ANA de regionalização (ANA, 2014) para validação do método. As estações utilizadas para os testes estão representadas na Figura 10 e na Tabela 3. Para cada teste, foram calculadas as equações da curva de descarga e equações de regressão linear. Para os três testes, o tempo de viagem calculado entre as estações foi de aproximadamente 27h.

Figura 10 - Estações utilizadas para comparação com o modelo da ANA

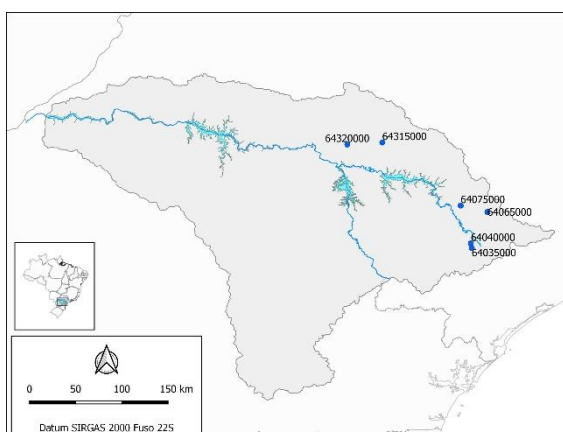


Tabela 3 - Estações utilizadas para cada teste e equações de regressão para cada teste

Teste	Estações	Equação
1	64035000 (P1) e 64040000 (P2)	$Q_t(P1) = 0,05 \times Q_t(P2) + 0,22 \times Q_{t+1}(P2)$
2	64065000 (P1) e 64075000 (P2)	$Q_t(P1) = 0,82 \times Q_t(P2) + 0,06 \times Q_{t+1}(P2) + 3,48$
3	64320000 (P1) e 64315000 (P2)	$Q_t(P1) = 0,82 \times Q_t(P2) + 0,06 \times Q_{t+1}(P2) + 3,48$

Todos os testes resultaram em um coeficiente de correlação (R) maior que 0,95 ao comparar as séries de vazões geradas pelos modelos propostos com o modelo da ANA, demonstrando que as metodologias geram resultados semelhantes.

Figura 11 - Teste 1, comparação com o modelo da ANA para a estação 64035000

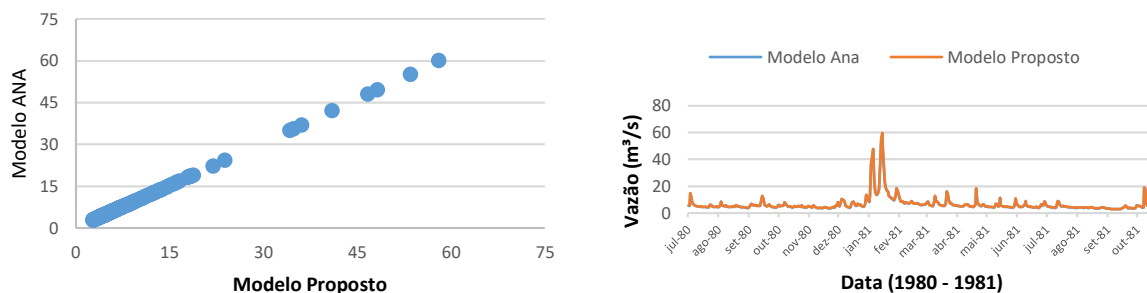


Figura 12 - Teste 2, comparação com o modelo da ANA para a estação 64065000

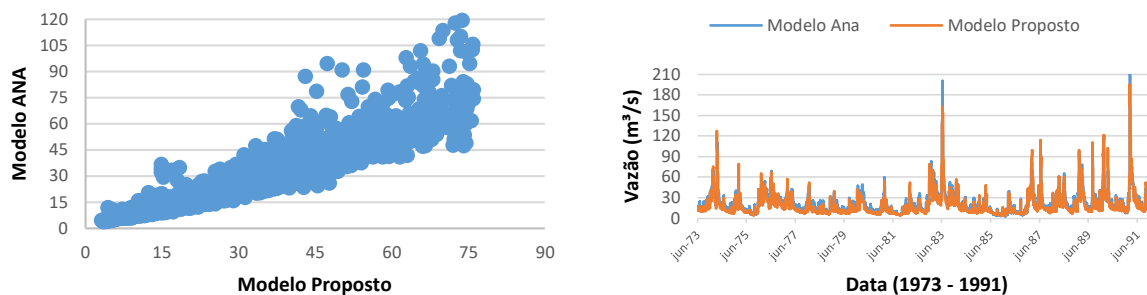
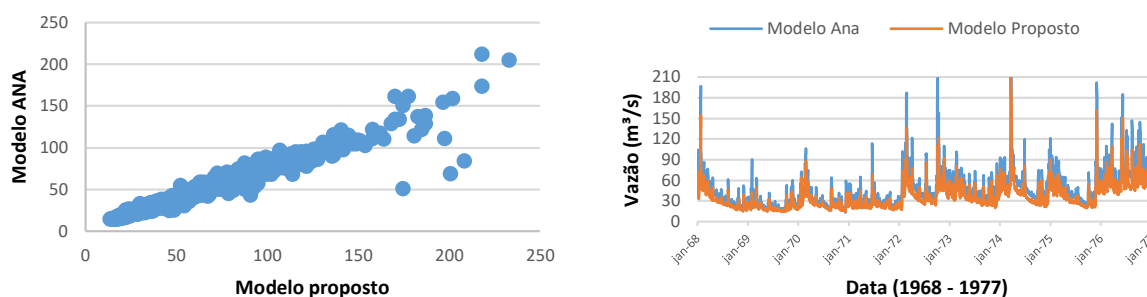


Figura 13 - Teste 3, comparação com o modelo da ANA para a estação 64320000



CONCLUSÃO

A regionalização de vazões é uma ferramenta muito importante para a hidrologia, auxiliando estudos da área que seriam mais complexos sem a utilização da mesma. Desta forma, o estudo neste trabalho demonstra este objetivo, além de utilizar o modelo proposto para comparações com outros métodos, visto que foi abordado o método para regionalização utilizando curvas de descarga e grande parte dos estudos da regionalização tem como foco a curva de permanência. Observou-se que: (i) é possível utilizar o modelo para gerar séries temporais de vazões; (ii) A extrapolação da curva de descarga obteve resultados próximos aos observados; (iii) É possível utilizar dados de estações próximas com características semelhantes, sem que elas estejam no mesmo rio; (iv) É importante considerar o tempo de viagem de partículas entre as estações; (v) Métodos de regressão linear são adequados para estudos regionais; (vi) Comparando com outros métodos, o modelo apresentou alto coeficiente de correlação (R), demonstrando que o modelo proposto pode ser utilizado como ferramenta simplificada de regionalização; (vii) Ainda que o estudo tenha se mostrado eficiente, o mesmo depende da quantidade de dados contínuos de nível e vazão para um período comum entre as estações.

Recomendações futuras incluem estudar o método em outros softwares disponíveis para comparação, além de analisar se é possível estender as séries de vazões para um período maior do que o estipulado no estudo. Além disso, sugere-se avaliar se o método é eficiente em uma bacia hidrográfica completa, com a presença de características heterogêneas de uso do solo reservatórios, por exemplo.

REFERÊNCIAS

- ABHA. URGH Paranapanema. Disponível em: <<http://paranapanema.org/ugrh/>>. Acesso em: 19 de março de 2020.
- ANA - AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. Nota Técnica n°028: Estudos hidrológicos para definição das disponibilidades hídricas da UGRH Paranapanema. 2014.

ANA – AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. Plano integrado de recursos hídricos da unidade de gestão de recursos hídricos Paranapanema. Brasília, 2016

ANA – AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. Brasília, 2020. Disponível em: <<http://www.snirh.gov.br/hidroweb/>>. Acesso em: 12 de agosto de 2020.

BRUNNER, M.I.; FURRER, R.; SIKORSKA, A.E.; VIVIROLI, D.; SEIBERT, J.; FAVRE, A. (2018). “*Synthetic design hydrographs for ungauged catchments: a comparison of regionalization methods*”. *Stoch Environ Res Risk Assess* 32, pp. 1993 – 2023.

DAEE – DEPARTAMENTO DE ÁGUAS E ENERGIA ELÉTRICA. São Paulo, 2020. Disponível em: <<http://www.hidrologia.dae.sp.gov.br/>>. Acesso em: 12 de agosto de 2020.

DAEE – DEPARTAMENTO DE ÁGUAS E ENERGIA ELÉTRICA. Programa de regionalização Hidrológica. São Paulo, 2020. Disponível em: <http://www.dae.sp.gov.br/index.php?option=com_content&id=1455:programa>. Acesso em: 12 de agosto de 2020.

HIDROTEC – UFV. Software de regionalização de vazões para o estado de Minas Gerais. Disponível em: <http://www.hidrotec.ufv.br/o_hidrotec/programa_computacional_de_regionalizacao_hidrologica_rh_versao_4_0_breve_historico_e_aplicabilidade.html>. Acesso em: 10 de abril de 2020.

KIM, D.; JUNG, I.; CHUN, J.A. (2016). “*A comparison between parameter regionalization and model calibration with flow duration curves for prediction in ungauged catchments*”. *Hydrol. Earth Syst. Sci. Discuss.*

JACCON, G.; CUDO, K. J. (1989). “*Curva chave: Análise e traçado.*” Brasília: DNAEE.

KAVISKI, E.; GONÇALVES, L. F.A. (1997). “*Análise hidrográfica e matemática de operação de reservatório: modelagem hidrológica da bacia do rio Iguaçu entre Salto Osório e Salto Caxias*”. Relatório n. 01. HG – 51.

MELATI, M.D; MARCUZZO, F.F.N. (2015). “*Regionalização da Q7,10 na bacia do Taquari-Antas (RS) usando regressão simples e robusta: o problema da variável explicativa precipitação*”. XXI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos.

SABOIA, J. P. J.; LOPARDO, N. (2015). “*Software para cálculo de regionalização de parâmetros hidrológicos em bacias do estado do Paraná*”. XXI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, Brasília.

TUCCI, C. E. M. (2002). “*Regionalização de Vazões.*” 1ª Edição. Editora da Universidade/UFRGS.

ULIANA, E.M.; SOUZA, L.G.S.; SILVA, D.D.; SOUZA, A.P.; ALMEIDA, F.T.; ARAUJO, H.B.; (2016). “*Regionalização de vazões para o médio e alto Rio Teles Pires – MT*”. *Revista de Ciências Agrárias*, v.59, n.4, pp. 333 – 338.

WESTERBERG, I.K.; GONG, L.; BEVEN, K.J.; SEIBERT, J.; SEMEDO, A.; XU, C.-Y, HALLDIN, S. (2014). “*Regional water balance modelling using flow-duration curves with observational uncertainties.*” *Hydrol. Earth Syst. Sci. Discuss.*

WOLFF, W.; DUARTE, S.N.; MINGOTI, R. (2014). “*Nova metodologia de regionalização de vazões, estudo de caso para o Estado de São Paulo*”. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 19, n.4, pp. 21 – 33.

AGRADECIMENTOS – O estudo apresentado está inserido no projeto de auxílio ao Enquadramento dos Rios Paranapanema e Itararé, estabelecido em parceria entre a Agência Nacional de Águas (ANA) e a Universidade Federal do Paraná (UFPR). Os autores agradecem a ANA e a UFPR pelo suporte, assim como todos os pesquisadores e colaboradores envolvidos no estudo.