

XV SIMPÓSIO DE RECURSOS HÍDRICOS DO NORDESTE

ENTROPIA DE SHANNON NA ANÁLISE ESPAÇO-TEMPORAL DAS VAZÕES NA BACIA DO SÃO FRANCISCO

Larissa Zaira Rafael Rolim¹; Francisco de Assis de Souza Filho²; Renata Locarno Frota³ &

Gabriela de Azevedo Reis³

RESUMO – A variabilidade climática e as atividades antropogênicas levam a mudanças na variabilidade espaço-temporal das variáveis hidrológicas, influenciando o planejamento e o gerenciamento dos recursos hídricos. Esse problema é particularmente crítico para o planejamento do sistema hidroelétrico em razão da identificação de possíveis alterações na variabilidade sazonal das variáveis hidrológicas ser difícil devido às incertezas inerentes à alta variabilidade espacial e temporal do regime de vazões. A teoria da entropia pode fornecer uma estrutura adequada para analisar a variabilidade espaço-temporal em variáveis hidrológicas. Neste estudo, propomos usar a entropia de Shannon para avaliar a variabilidade espaço-temporal das vazões sazonais na bacia do São Francisco, usar krigagem para descrever a variabilidade espacial de variáveis sazonais e análises de detecção de tendências para avaliar a significância da variabilidade temporal. Os resultados indicam que existe um padrão distinto entre as entropias de vazões em períodos úmidos e secos, com as entropias observadas nos períodos úmidos sendo superiores às observadas na estação seca. Na análise de tendência, as estações não apresentaram tendências estatisticamente significativas nas entropias. A entropia de Shannon produziu padrões espaciais que levaram a uma melhor compreensão das características das vazões na área de estudo.

ABSTRACT– Climatic variability and anthropogenic activities lead to changes in the spatial-temporal variability of hydrological variables, influencing the planning and management of water resources. This problem is particularly critical for the hydroelectric system's planning because the identification of possible changes in the seasonal variability of hydrological variables is difficult due to the uncertainties inherent in the high spatial and temporal variability of the streamflow regime. Entropy theory can provide an adequate framework for analyzing spatial-temporal variability in hydrological variables. In this study, we propose to use Shannon's entropy to assess the spatial-temporal variability of seasonal flows in the São Francisco basin, use kriging to describe the spatial variability of seasonal variables, and trend detection analyzes to assess the significance of temporal variability. The results indicate a distinct pattern between the entropies of streamflow in rainy and dry periods, with the entropies observed in the rainy periods are higher than those observed in the dry season. In the trend analysis, the stations did not show statistically significant trends in entropies.

¹) Doutorado em Eng. Civil – Recursos Hídricos (UFC) –larissazairarr@gmail.com

²) Professor do Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental, Universidade Federal do Ceará, Campus do Pici, Bloco 713, e-mail: assis@ufc.br

³) Doutorado em Eng. Civil – Recursos Hídricos (UFC) – renata.locarno@hotmail.com, gabrielareisazevedo@gmail.com

Shannon's entropy produced spatial patterns that led to a better understanding of the study area's streamflow characteristics.

Palavras-Chave – Incerteza, Vazão, São Francisco.

1. INTRODUÇÃO

A análise de variáveis hidrológicas desempenha um papel crítico no planejamento e gerenciamento dos recursos hídricos. As mudanças no ciclo hidrológico estão tendo graves impactos na quantidade e distribuição de variáveis hidrológicas, como precipitação, evaporação e escoamento, levando a mudanças na disponibilidade e qualidade da água. Eventos extremos são grande fonte de preocupação, pois podem causar impactos significativos nos recursos hídricos e ambientais, particularmente as secas (Mishra *et al.* 2009; Zheng *et al.* 2017).

O gerenciamento adequado dos recursos hídricos é bastante desafiador, particularmente devido às dificuldades associadas a modelagem da distribuição espaço-temporal de variáveis hidrológicas, como precipitação e vazão (Tongal e Sivakumar, 2019). Projeções climáticas futuras mostram grandes aumentos de temperatura e reduções de chuva causadas por mudanças climáticas e atividades humanas, tornando a tarefa de gerenciar recursos hídricos ainda mais complexa (Wu *et al.*, 2016; Marengo *et al.*, 2017; De Jong *et al.*, 2018).

Vários estudos mostraram que a entropia pode ser considerada uma medida confiável para quantificar o grau de complexidade e incerteza das variáveis hidrológicas (Mishra *et al.*, 2009; Da Silva *et al.*, 2015; Tongal e Sivakumar, 2019). Abordagens baseadas em métodos de entropia podem ajudar a definir e analisar informações intrínsecas a variáveis hidrológicas, pois fornecem informações sobre a incerteza em uma determinada escala. Assim, os métodos baseados em entropia podem caracterizar a variabilidade e incerteza inerentes à dinâmica das chuvas e das vazões. No contexto da hidrologia, métodos baseados em entropia foram utilizados para avaliar a variabilidade das chuvas (Mishra *et al.*, 2009; Zhang *et al.*, 2016), regionalização de bacias hidrográficas (Agarwal *et al.*, 2016; Tongal e Sivakumar 2018) e disponibilidade de recursos hídricos (Da Silva *et al.*, 2015).

O objetivo principal deste estudo é avaliar a variabilidade espaço-temporal das vazões, revelando os padrões de variabilidade espacial/incerteza das vazões sazonais e anuais na bacia do Rio São Francisco, e explorar as tendências e seu significado na região. Aplicamos a entropia de Shannon (Shannon, 1948) para analisar os padrões de variabilidade/incerteza das vazões na bacia do Rio São Francisco, localizado na região nordeste do Brasil. Avaliamos as tendências de longo prazo da entropia marginal das vazões sazonais usando o teste de Mann-Kendall e o método de estimativa da

declive de Sen (Kendall 1948; Mann 1945; Sen 1968). Empregamos o método da krigagem (Krige, 1966) para delinear a variabilidade espacial de entropias sazonais e anual das vazões.

2. METODOLOGIA

2.1. Base de dados

Os dados fluviométricos utilizados foram obtidos junto a Operados Nacional de Sistemas Elétrico (ONS). Os postos utilizados foram os das usinas hidroelétricas de Queimado, Retiro Baixo, Sobradinho e Três Marias (Figura 1). Utilizaram-se séries diárias entre janeiro de 1987 e dezembro de 2018. Neste estudo considera-se período úmido, os dados observados entre os meses de janeiro a junho, e período seco os dados entre julho e dezembro.

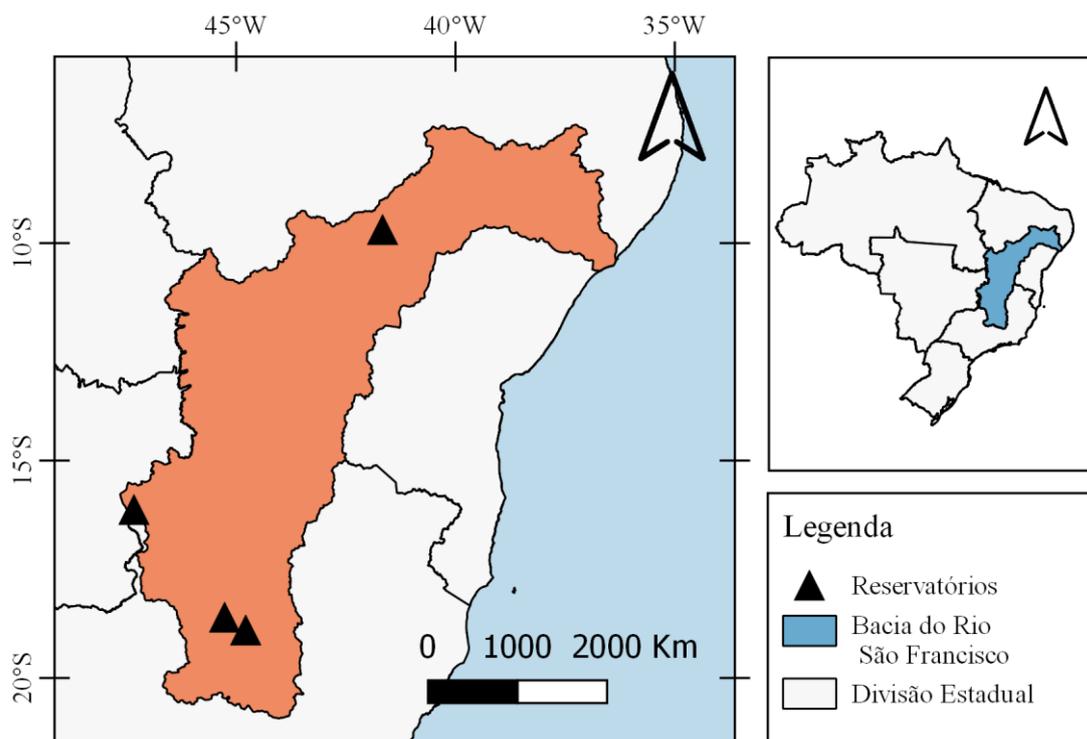


Figura 1 - Mapa da bacia do São Francisco com a localização das quatro estações consideradas no estudo.

2.2. Entropia de Shannon

Entropia é uma medida de dispersão, incerteza e desordem (Mishra *et al.*, 2009). A entropia $H(x)$ também é chamada entropia marginal de uma única variável x . A entropia de Shannon (1948) de forma discreta pode ser expressa como:

$$H = - \sum_{k=1}^K p(x_k) \log(p(x_k)) \quad (1)$$

onde H é uma medida da informação associada ao processo subjacente, k indica um intervalo discreto e $p(x_k)$ é a função de densidade de probabilidade da variável x. A unidade de H pode ser bits quando a função de log é considerada log2 e também pode ser expressa em 'nats' nos quais a função de log é considerada como ln. Neste estudo, usamos a função log2 para os cálculos.

Entropia marginal é uma medida de incerteza ou ignorância sobre o estado do sistema e pode ser definida como o conteúdo médio de informações de um processo aleatório (Mishra *et al.*, 2009, Da Silva *et al.*, 2015).

2.3. Teste de tendência

O teste de Mann-Kendall (Kendall 1948; Mann 1945) é um teste não-paramétrico amplamente utilizado em séries temporais ambientais e hidrológicas e é usado neste estudo para detectar tendências na entropia da vazão. O teste de Mann-Kendall é calculado de acordo com:

$$S = \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n \text{sgn}(X_j - X_k) \quad (2)$$

Com

$$Z = \begin{cases} \frac{S-1}{\sigma} & \text{if } S > 0 \\ 0 & \text{if } S = 0 \\ \frac{S+1}{\sigma} & \text{if } S < 0 \end{cases} \quad (3)$$

A hipótese nula empregada no teste assume que os dados vieram de uma população com realizações independentes e identicamente distribuídas (IID). Um valor Z positivo indica uma tendência crescente, enquanto um negativo indica uma tendência decrescente. Para testar a tendência monotônica crescente ou decrescente, a hipótese nula foi rejeitada se p-valor fosse maior que os níveis de significância de 0,05.

O estimador de declive de Sen calcula a inclinação de acordo com o método de Sen (Sen, 1968). As inclinações lineares são determinadas por:

$$d_k = \frac{X_j - X_i}{j - i} \quad (4)$$

A declividade de Sen's é calculada como sendo a mediana de todas as declividades e os interceptos são calculados para cada passo de tempo (t), como na equação:

$$a_t = X_t - bt \tag{5}$$

2.4. Método da Krigagem

O método de Kriging usa uma função de semi-variograma e covariância, que fornece autocorrelação entre pontos de amostra, para prever locais não medidos criando superfícies contínuas (Eldrandaly e Abu-Zaid, 2011). O variograma da amostra é calculado por meio de estimativas de $\gamma(h)$ para intervalos de distância, $h_i = [h_{i,0}, h_{i,1}]$:

$$\gamma(h_i) = \frac{1}{2N(h_i)} \sum_{j=1}^{N(h_i)} (z(s_i) - z(s_i - h'))^2, h_{i,0} \leq h' < h_{i,1} \tag{6}$$

sendo $N(h_i)$ o número de pares de amostras disponíveis para o intervalo de distância h_i . O semi-variograma empírico indica como a dissimilaridade entre $z(s_i)$ e $z(s_i - h')$ evolui com a distância h_i . Para obter previsões espaciais, uma função ou curva contínua deve ser ajustada ao semi-variograma empírico. Várias funções teóricas de semi-variograma estão disponíveis, como modelos esféricos, circulares, exponenciais e gaussianos.

A inferência espacial em um local sem dados (s_0) é calculada a partir de uma combinação linear dos valores e pesos observados. Os pesos são gerados a partir do ajuste do modelo de variograma que representa uma estrutura de correlação espacial dos dados para garantir que o estimador seja imparcial com variação mínima. Neste estudo, diferentes semi-variogramas teóricos, mencionados acima, são examinados e o melhor modelo foi selecionado.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

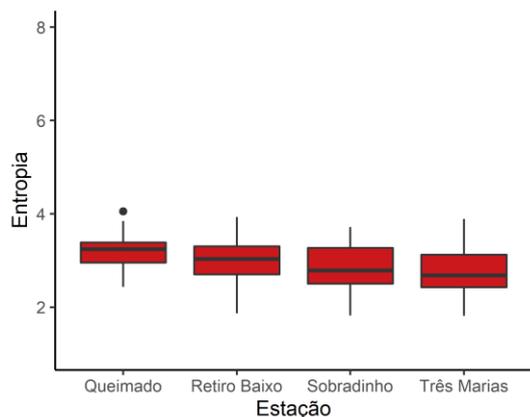
3.1. Variabilidade espaço-temporal da entropia em períodos úmidos, secos e anual

A Figura 2a-c ilustra as distribuições dos valores de entropia marginal para os períodos seco (J-D), úmido (J-J) e anual das estações consideradas neste estudo. O valor mediano mais alto da entropia marginal pertence a estação de Sobradinho para o período úmido e a Queimado para o período seco e anual. O menor valor de entropia marginal pertence a Retiro Baixo para o período úmido e a estação de Três Marias para o período seco e anual (Tabela 1). Na Tabela 1 os valores em negrito representam as entropias mais altas, enquanto os em *itálico* representam os valores mais baixos.

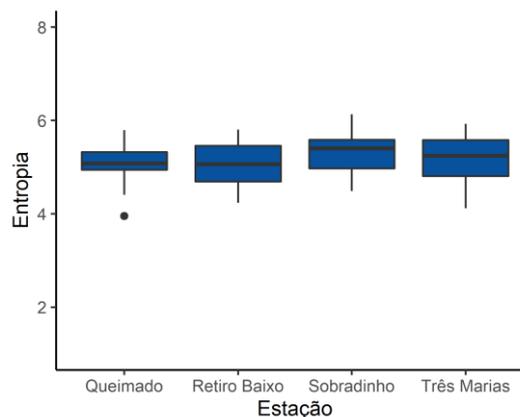
Tabela 1 – Valores medianos das entropias para as quatro estações de vazão na bacia do Rio São Francisco para o período de 1987–2018.

Estação	J-J	J-D	Anual
Queimado	<i>5,07</i>	3,23	8.30

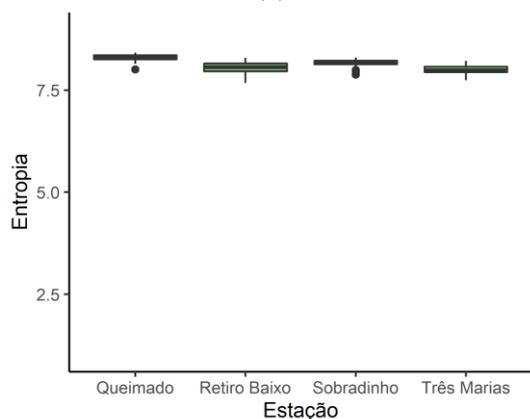
Retiro Baixo	5,03	3,02	8.06
Sobradinho	5,39	2,77	8.19
Três Marias	5,23	2,67	7.98
Média	5,18	2,92	8.14



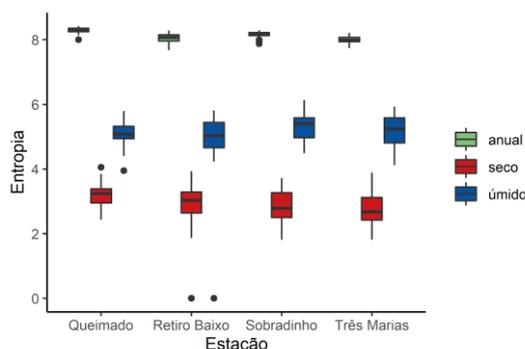
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 2 - Box-plots das entropias para as quatro estações de vazão na bacia do Rio São Francisco para o período de 1987–2018. As linhas mais grossas dentro da caixa representam a mediana. (a) período seco, (b) período úmido, (c) período anual (d) comparação entre os períodos para as estações avaliadas.

A faixa mais estreita de distribuição de entropia no período seco e anual é observada na estação de Queimado (Figura 2), enquanto para o período úmido é observado na estação de Sobradinho. Isto indica que as series de vazão dessas estações mostram uma menor variabilidade na incerteza nos respectivos períodos.

A Figura 2d mostra a variação de entropia para cada uma das estações através dos períodos avaliados. A figura ilustra que existe um padrão discernível entre entropias de vazão dos períodos, sendo a mediana dos valores do período seco abaixo da mediana do período úmido, e a anual possui valor bem acima dos demais. Quando comparado as medianas dos períodos seco e úmido, a maior

redução ocorre na estação Sobradinho e é de 49%. Assim, pode-se concluir que, o período úmido contribui principalmente para a variabilidade anual na incerteza das vazões.

A Figura 3a-c ilustra a interpolação com o método de kriging para a bacia de acordo com o valor mediano das entropias para os períodos avaliados. Como visto, o valor de maior entropia se encontra na região da estação de Queimado e a de menor na região de Três Marias e Retiro Baixo. Apesar de estar sendo avaliados períodos do ano diferentes, a distribuição espacial é semelhante. A precipitação média no alto São Francisco onde se encontra a estação de Queimado é superior a precipitação da área onde encontram-se as estações de Três Marias e Retiro Baixo, assim como foi observado com o valor de entropia. Entretanto, para o baixo São Francisco onde a média de precipitação é de 500-600 mm e onde encontra-se a estação de Sobradinho a entropia apresentou um valor médio.

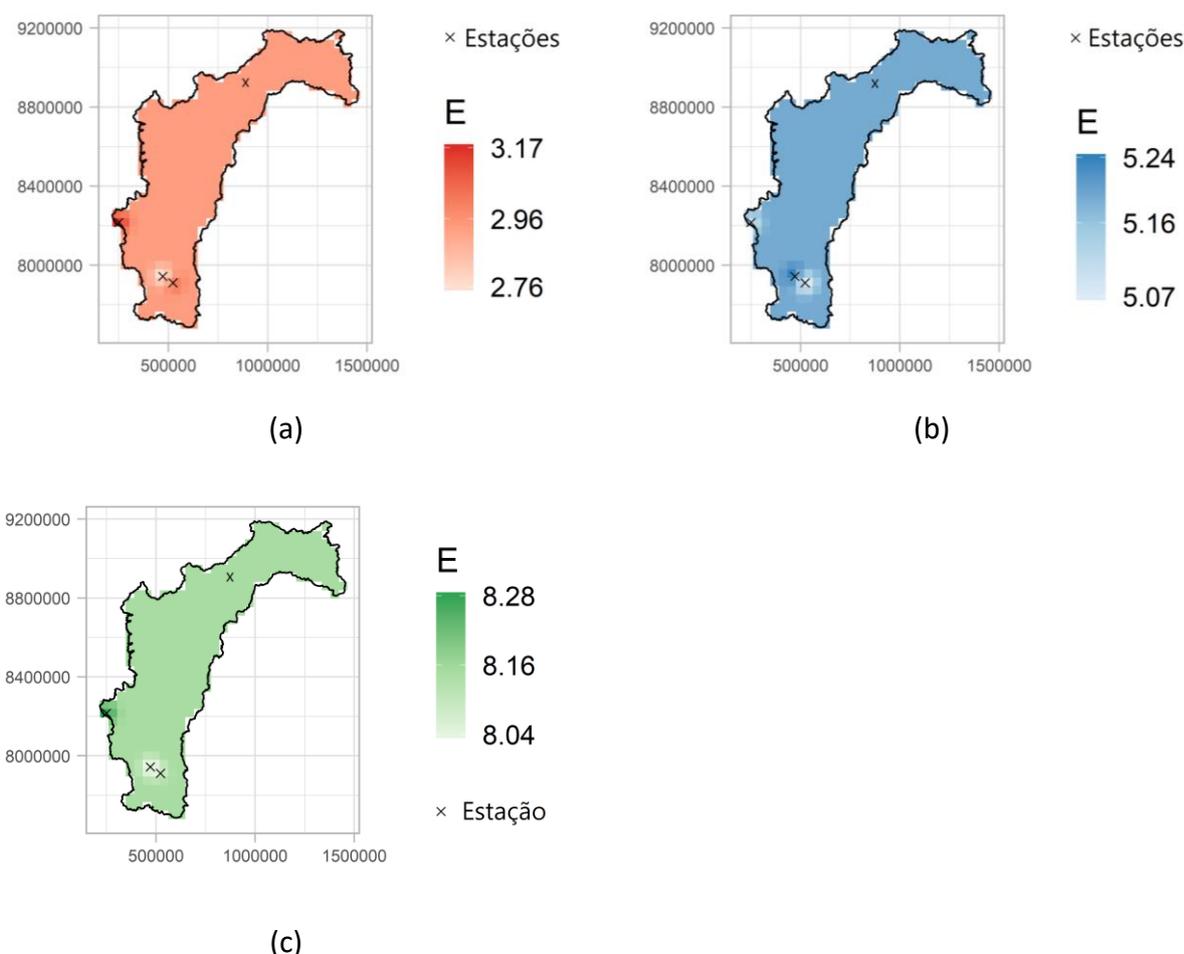


Figura 3 - Distribuição espacial das entropias das vazões sazonais para o período de 1987 a 2018 (a) seco, (b) úmido e (c) anual.

O estudo de Da Silva *et al.* (2015), mostra resultados diferentes para os dados de vazão onde o período seco mostrou uma heterogeneidade maior em relação ao período úmido. Também foram

observados padrões espaciais distintos dos valores de entropia, dependendo da disponibilidade dos dados de precipitação. Esta diferença pode estar relacionada com a séries de diferentes estações e de diferentes tamanhos.

3.2. Tendência da entropia em períodos úmidos, secos e anual

A análise de tendência por meio do teste de Mann-Kendall com um nível de significância de 5% é aplicada a entropias de vazões das quatro estações, e os resultados são apresentados na Tabela 2. Os resultados indicam que não há tendência estatisticamente significativa para os períodos analisados. Apesar de não apresentar uma tendência significativa para as estações, a declividade das estações de Sobradinho apresenta uma declividade negativa em todos os períodos analisados (seco, úmido e anual) e a estação de Três Marias e Retiro Baixo apresenta uma declividade positiva no período seco. A maioria dos cenários analisados apresentam uma declividade decrescente (Figura 4), assim existe uma redução na incerteza das vazões.

Tabela 2 – Tendência calculada pelo teste de Mann-Kendall e estimativa da inclinação de Sen para entropias sazonais nas quatro estações na bacia do São Francisco no período 1987-2018

Estação	Período	Teste de Mann-Kendall			Teste de declividade de Sen		
		T	Z	P-valor	Declividade	M1	M2
Queimado	Seco	-0,17	-1,41	0,15	-0,008	-0,023	0,004
	Úmido	0,14	1,11	0,26	0,008	-0,006	0,021
	Anual	0,04	0,30	0,75	0,000	-0,002	0,004
Retiro Baixo	Seco	0,18	1,44	0,14	0,015	-0,005	0,034
	Úmido	-0,08	-0,69	0,48	-0,009	-0,027	0,014
	Anual	-0,19	-1,54	0,12	-0,005	-0,011	0,001
Sobradinho	Seco	-0,02	-0,21	0,83	-0,000	-0,018	0,017
	Úmido	-0,01	-0,08	0,93	-0,000	-0,018	0,014
	Anual	-0,21	-1,67	0,09	-0,002	-0,005	0,000
Três Marias	Seco	0,04	0,37	0,71	0,003	-0,021	0,027
	Úmido	-0,07	-0,53	0,59	-0,008	-0,027	0,012
	Anual	-0,23	-1,86	0,06	-0,004	-0,008	0,000

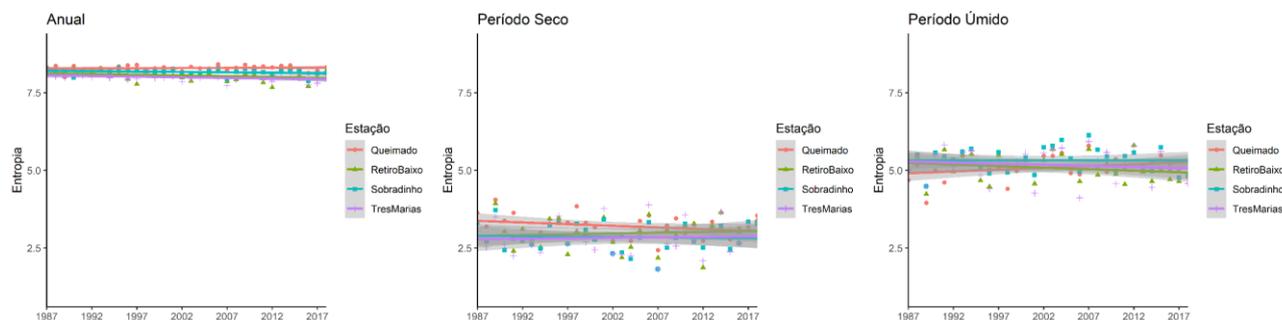


Figura 4 - Mudança temporal das entropias de vazões (a) anual, no (b) período seco e no (c) período úmido durante o período 1987-2018.

4. CONCLUSÕES

Os métodos baseados em entropia fornecem uma base para a análise de risco dos sistemas de recursos hídricos, levando assim a um melhor entendimento da estrutura espaço-temporal das vazões na bacia do São Francisco. Os resultados mostraram que existe uma diferença entre as entropias de vazões nas diferentes estações do ano. As distribuições espaciais de entropias foram semelhantes nos diferentes períodos analisados.

O teste de análise de tendências sugere que existem algumas estações na bacia em que há um aumento na incerteza verificada pelo aumento da inclinação no teste de análise de tendência significativa. No entanto, a grande maioria das estações apresenta uma redução na incerteza. Nenhuma das estações apresentou uma tendência significativa. Os resultados deste estudo oferecem mais evidências quanto à utilidade dos métodos baseados em entropia para entender a variabilidade espaço-temporal de variáveis hidrológicas, como chuvas e vazões. Assim, investigar isso pode ser útil para os formuladores de políticas, especialmente para manter uma capacidade sustentável de geração de energia hidrelétrica no futuro.

AGRADECIMENTOS - O presente trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - Brasil (CNPq) e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES)

REFERENCIAS

AGARWAL, A., MAHESWARAN, R., SEHGAL, V., KHOSA, R., SIVAKUMAR, B., & BERNHOFER, C. (2016). "Hydrologic regionalization using wavelet-based multiscale entropy method". *Journal of Hydrology*, 538, 22-32.

DA SILVA, V. D. P. R., BELO FILHO, A. F., ALMEIDA, R. S. R., DE HOLANDA, R. M., & DA CUNHA CAMPOS, J. H. B. (2016). "Shannon information entropy for assessing space-time

variability of rainfall and streamflow in semiarid region”. *Science of The Total Environment*, 544, 330-338.

DE JONG, P., TANAJURA, C. A. S., SÁNCHEZ, A. S., DARGAVILLE, R., KIPERSTOK, A., & TORRES, E. A. (2018). “Hydroelectric production from Brazil's São Francisco River could cease due to climate change and inter-annual variability”. *Science of the Total Environment*, 634, 1540-1553.

ELDRANDALY, K. A., ABU-ZAID, M. S. (2011). “Comparison of Six GIS-Based Spatial Interpolation Methods for Estimating Air Temperature in Western Saudi Arabia”. *Journal of Environmental informatics*, 18(1).

KENDALL, M. G. (1948) “Rank correlation methods”. C. Griffin, London

KRIGE, D. G. (1966). “Two-dimensional weighted moving average trend surfaces for ore-evaluation”. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 66, 13-38.

MANN, H. B. (1945). “Nonparametric tests against trend”. *Econometrica: Journal of the econometric society*, 245-259.

MARENGO, J. A., TORRES, R. R., & ALVES, L. M. (2017). “Drought in Northeast Brazil—past, present, and future”. *Theoretical and Applied Climatology*, 129(3-4), 1189-1200.

MISHRA, A. K.; ÖZGER, M.; SINGH, V. P. (2009) “An entropy-based investigation into the variability of precipitation”. *Journal of Hydrology*, v. 370, n. 1-4, p. 139-154.

SEN, P. K. (1968). “Estimates of the regression coefficient based on Kendall's tau”. *Journal of the American statistical association*, 63(324), 1379-1389.

SHANNON, C. E. (1948). “A mathematical theory of communication”. *The Bell system technical journal*, 27(3), 379-423.

TONGAL, H.; SIVAKUMAR, B. (2019). “Entropy analysis for spatiotemporal variability of seasonal, low, and high streamflows”. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, v. 33, n. 1, p. 303-320.

WU, Y., LIU, S., YAN, W., XIA, J., XIANG, W., WANG, K., ... & YUAN, W. (2016). “Climate change and consequences on the water cycle in the humid Xiangjiang River Basin, China.” *Stochastic environmental research and risk assessment*, 30(1), 225-235.

ZHANG, Q., ZHENG, Y., SINGH, V. P., XIAO, M., & LIU, L. (2016). “Entropy-based spatiotemporal patterns of precipitation regimes in the Huai River basin, China”. *International Journal of Climatology*, 36(5), 2335-2344.

ZHENG, Y., HE, Y., & CHEN, X. (2017). “Spatiotemporal pattern of precipitation concentration and its possible causes in the Pearl River basin, China”. *Journal of Cleaner Production*, 161, 1020-1031.
