

XXIII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS

ANÁLISE DA CORRELAÇÃO CHUVA–VAZÃO NA BACIA DO ALTO SÃO FRANCISCO UTILIZANDO A COERÊNCIA DA TRANSFORMADA WAVELET

Paula Karenina de Macedo Machado Freire¹ & Celso Augusto Guimarães Santos^{2}*

RESUMO – O principal objetivo deste estudo foi obter uma melhor compreensão da variabilidade temporal da precipitação e da vazão na bacia do Alto São Francisco, utilizando a coerência da transformada *wavelet*. Uma vez que o entendimento da distribuição de precipitações e vazões é essencial para o bom gerenciamento dos recursos hídricos e os efeitos da variabilidade temporal da precipitação na vazão são complexos. A bacia estudada cobre uma das regiões hidrológicas mais importantes do Brasil e inclui vários estados. A série de precipitação mensal foi obtida através do produto 3B42 do satélite TRMM, enquanto que vazão mensal foi obtida através do Operador Nacional do Sistema e refere-se à vazão média natural mensal. O período estudado foi de janeiro de 1998 a dezembro de 2015. Concluiu-se que existe uma alta coerência na faixa de periodicidade de 8–16-meses e que a vazão no reservatório de Três Marias está avançada 1/8 do período com relação à precipitação média da bacia, obtida através da média de Thiessen.

Palavras-Chave – Análise *wavelet*, reservatório Três Marias, TRMM.

CORRELATION ANALYSIS OF RAINFALL-RUNOFF IN THE ALTO SÃO FRANCISCO BASIN USING THE WAVELET TRANSFORM COHERENCE

ABSTRACT– The main objective of this study is to obtain a better understanding of the time variability of rainfall-runoff in the Alto São Francisco River basin, using the wavelet transform coherence. Because the understanding of rainfall and runoff distribution is essential for the proper management of water resources, and the effects of time variability of rainfall on runoff are complex. The studied basin covers one of the most important hydrological regions in Brazil and includes several states. The monthly rainfall time series was obtained by the 3B42 TRMM satellite product, while monthly runoff was obtained from the National System Operator and refers to the monthly average natural streamflow. The period studied was from January 1998 to December 2015. It was concluded that there is a high coherence in the 8–16-month periodicity band and that the inflow to Três Marias reservoir is advanced 1/8 of the period with respect to average precipitation of the basin, obtained through the Thiessen average.

Keywords – wavelet analysis, Três Marias reservoir, TRMM.

1) Universidade Federal da Paraíba, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, CT, João Pessoa – PB, pulkymm@gmail.com

2) Universidade Federal da Paraíba, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, CT, João Pessoa – PB, celso@ct.ufpb.br

* Autor Correspondente

INTRODUÇÃO

Informações sobre a distribuição de chuvas e vazões são essenciais para o bom gerenciamento dos recursos hídricos e para o projeto correto e econômico de muitas estruturas de engenharia, bem como nos estudos de previsão hidrológica e modelagem de bacias (Nobrega *et al.*, 2013; Santos *et al.*, 2014, 2019a). Fatores que afetam a precipitação e a distribuição da vazão incluem velocidade e direção do vento, temperatura do ar, área da bacia, umidade, pressão do ar, elevação, inclinação, barreiras topográficas e orientação, continentalidade e direção e frequência dos jatos. Muitos estudos têm lidado com os efeitos desses fatores na distribuição de chuvas (Rose *et al.*, 2009; Zhang *et al.*, 2011; Santos *et al.*, 2019b). Os efeitos da variabilidade temporal da precipitação na vazão são complexos e atualmente estão sendo investigados, inclusive, na Bacia do Alto São Francisco (Silva *et al.*, 2013; Santos *et al.*, 2018). Assim, o objetivo deste estudo foi ajudar na melhor compreensão da variabilidade temporal das chuvas e vazão de uma importante bacia hidrográfica brasileira, estratégica para o manejo dos recursos hídricos do país. Este estudo foi realizado através do uso da coerência da transformada *wavelet*, uma vez que este tipo de análise tem vantagem sobre as análises espectrais clássicas, por permitir a análise da periodicidade de eventos em diferentes escalas de variabilidade temporal e por não necessitar de uma série estacionária para tal análise (Santos *et al.*, 2013; Silva *et al.*, 2013).

MATERIAIS E MÉTODOS

Área de estudo

A área estudada corresponde à sub-bacia do Alto São Francisco até Três Marias, compreendida na bacia hidrográfica do Rio São Francisco, localizada entre as latitudes 7°00' e 21°00' S e longitudes 35°00' e 47°40' W. Abrange os estados de Minas Gerais, Distrito Federal, Goiás, Bahia, Sergipe, Alagoas e Pernambuco e representa a bacia mais importante da região do semiárido brasileiro.

O Rio São Francisco, principal rio da região nordestina, possui uma bacia hidrográfica da ordem de 630.000 km², sendo dividida em quatro regiões fisiográficas: Alto, Médio, Submédio e Baixo São Francisco. O Alto São Francisco corresponde a 16% de sua área total e vai desde a sua nascente principal na Serra da Canastra até o encontro com o rio Jequitáí, e possui um clima tropical úmido e temperado de altitude (MMA, 2006; CBHSF, 2015).

Essa sub-bacia é uma área estratégica para a gestão de recursos hídricos no Brasil. Localiza-se na parte superior da bacia do rio São Francisco, tem uma área de 49.574 km² e duas estações distintas: uma estação chuvosa (outubro a março) e uma estação seca (abril até setembro).



Figura 1 - Localização da sub-bacia do Alto São Francisco.

Dados de precipitação

Os dados de precipitação, no período janeiro 1998 a dezembro de 2015, foram adquiridos do produto 3B42 do satélite *Tropical Rainfall Measuring Mission* (TRMM), uma missão conjunta entre a agência espacial americana NASA e a agência espacial japonesa JAXA. O TRMM fornece informações muito necessárias sobre a precipitação, e tem sido muito útil para vários estudos, *e.g.* Plouffe *et al.* (2015) e Teng *et al.* (2016). Para uma malha espacial de 169 pontos, equidistantes $0,25^\circ$, localizada entre os paralelos $18,00^\circ$ e $21,00^\circ$ de latitude sul e os meridianos $43,75^\circ$ e $46,75^\circ$ de longitude oeste, constituindo uma área de aproximadamente 130.000 km^2 e cobrindo toda a sub-bacia do Alto do São Francisco. O hietograma mensal foi obtido através da média de Thiessen para os 169 pontos da bacia do reservatório de Três Marias e pode ser observado na Figura 2.

Dados de vazão

Os dados de vazão foram obtidos do Operador Nacional do Sistema Elétrico – disponível em: <www.ons.org.br>, e se referem à série histórica de vazões naturais médias mensais afluentes ao reservatório de Três Marias no período de janeiro de 1998 a dezembro de 2015 (Figura 3).

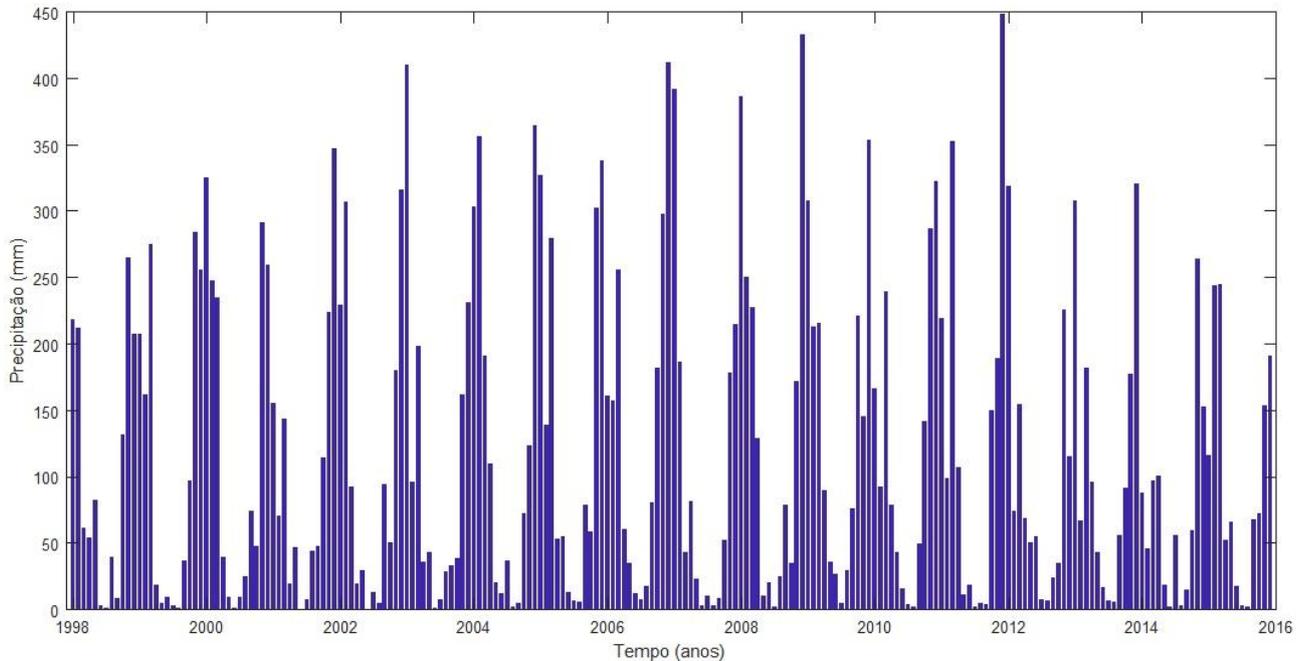


Figura 2 - Hietograma mensal obtido através da média de Thiessen dos 169 pontos que formam a bacia do reservatório de Três Marias (1998–2015).

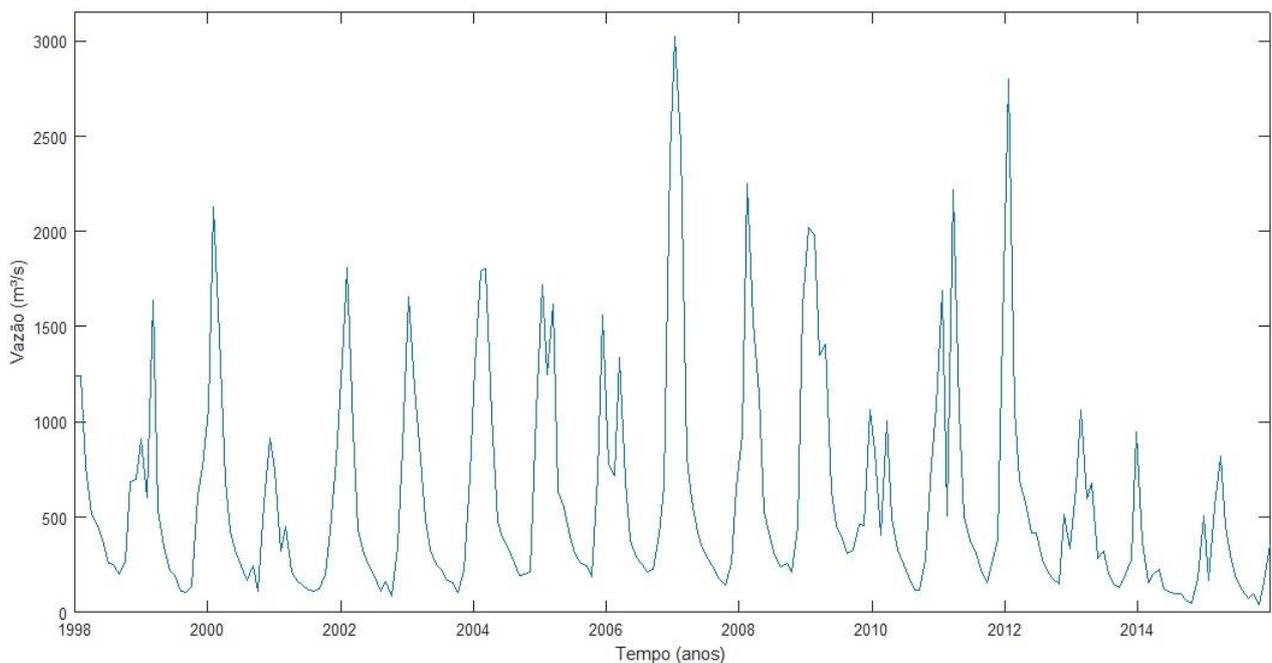


Figura 3 - Hidrograma das vazões naturais médias mensais afluentes ao reservatório de Três Marias (1998–2015).

Coerência da transformada *wavelet*

A coerência da transformada *wavelet* é um coeficiente de correlação usado para quantificar o grau de relação linear entre duas séries não estacionárias em domínios de tempo e frequência. Torrence e Webster (1999) definiram a coerência da transformada *wavelet* entre duas séries temporais como:

$$R_n^2 = \frac{|S(s^{-1}W_n^{XY}(s))|^2}{S(s^{-1}|W_n^X(s)|^2) \cdot S(s^{-1}|W_n^Y(s)|^2)} \quad (1)$$

onde, S é o operador de suavização. Nota-se que a Equação 1 é uma expressão semelhante ao tradicional coeficiente de correlação. Assim, a coerência da transformada *wavelet* é também a medida do coeficiente de correlação localizado no domínio tempo-frequência. A definição de S se dá da seguinte forma:

$$S(W) = S_{escala} (S_{tempo}(W_n(s))) \quad (2)$$

onde, S_{escala} denota a suavização ao longo da escala dos eixos das *wavelets* e S_{tempo} no tempo. De acordo com Torrence e Webster (1999), um operador de suavização para a *wavelet*-mãe de Morlet é dado por:

$$S_{tempo}(W)|_s = \left(W_n(s) \otimes c_1 \frac{-t^2}{2s^2} \right) \Big|_s \quad (3)$$

$$S_{tempo}(W)|_s = (W_n(s) \otimes c_2 \Pi(0.6s))|_n \quad (4)$$

onde c_1 e c_2 são as constantes de normalização e Π é a função retângulo. O fator 0,6 é determinado empiricamente para a *wavelet* de Morlet de acordo com Torrence e Compo (1998). Segundo Grinsted *et al.* (2004), ambas as convoluções são feitas discretamente e, portanto, os coeficientes de normalização são determinados numericamente. O nível de significância estatística da coerência da transformada *wavelet* é estimado usando o método de Monte Carlo ao nível de 95% de confiabilidade.

A Interpretação dos Vetores de Fase

Na coerência da transformada *wavelet*, pode-se ver a relação de fase entre as variáveis analisadas, através de vetores que determinam o atraso temporal de resposta de uma série em relação à outra, *i.e.*, a relação de fase entre ambas. Neste trabalho, estes vetores serão utilizados para quantificar a relação da série temporal de precipitação, obtida pela média de Thiessen e a série temporal de vazão.

O conhecimento da diferença de fase entre duas séries temporais é de grande importância para quantificar e qualificar a relação entre elas em termos da propagação de seus ciclos de

oscilação. Para isso, é necessário estimar a média e o intervalo de confiança da diferença de fase entre as séries, o que significa usar a média circular da fase sobre regiões com significância estatística maiores que 5% e que esteja fora do cone de influência, quantificando a relação de fase, média circular, ou ângulo médio, de um conjunto de ângulos (a_i , com i variando de 1 a n), que é definido de acordo com Zar (1999) da seguinte forma:

$$a_m = \arg(X, Y) \text{ com } X = \sum_{i=1}^n \cos(a_i) \text{ e } Y = \sum_{i=1}^n \sin(a_i), \quad (5)$$

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Análise dos dados ao longo do tempo

A Figura 4 mostra a potência (valor absoluto ao quadrado) da transformada *wavelet* para a precipitação mensal (Figura 4a) e a vazão mensal natural afluyente ao reservatório de Três Marias (Figura 4b), apresentados nas Figuras 2 e 3, respectivamente, em uma certa escala e em um certo tempo. A Figura 4 mostra as oscilações reais das *wavelets* individuais, ao invés de apenas a sua magnitude. Observando essa figura, é notório que há mais concentração de potência na banda 8–16-meses, o que mostra que essas séries temporais tem um sinal anual forte. A potência média na banda 8–16-meses também mostra os anos secos e úmidos; *i.e.*, quando a potência diminui consideravelmente nesta banda significa um ano seco e vice-versa; ou seja, quando a potência é máxima significa um ano úmido.

A área mais clara na Figura 4 é o cone de influência, onde o preenchimento com zeros reduziu a variância. Como se trata de séries temporais finitas, erros ocorrerão no início e no fim do espectro de potência *wavelet*. Uma solução seria preencher o final da série com zeros antes de aplicar a transformada *wavelet* e depois removê-los. Aqui as séries temporais foram preenchidas com zeros o suficiente para levar o seu comprimento até a próxima potência de 2, limitando o efeito de bordas e aumentando a velocidade do cálculo da transformada Fourier. Este preenchimento com zeros introduz descontinuidades no final e diminui a amplitude próxima às bordas à medida que vai para as escalas maiores, já que mais zeros entram na análise. O cone de influência é a região do espectro de potência da *wavelet* na qual o efeito de bordas se torna importante e é definido como o tempo de envelopamento (*e-folding time*) para a autocorrelação da potência da *wavelet* em cada escala. Santos *et al.* (2013) afirmam que os picos nestas regiões foram presumidamente reduzidos em sua magnitude devido ao preenchimento com zeros. Assim, não é claro se a diminuição em qualquer banda de potência nesta área mais clara é uma diminuição real na variância ou um artefato do preenchimento. O contorno em preto nas mesmas figuras é o nível de significância de 5%, usando um espectro de fundo do tipo ruído vermelho. Muitas séries temporais geofísicas podem ser modeladas como ruído branco ou ruído vermelho. Um modelo simples para ruído vermelho é um

processo autoregressivo univariado lag-1. O lag-1 é a correlação entre a série temporal e ela mesmo, mas deslocada de uma unidade de tempo. No presente caso, seria um deslocamento de um mês.

A hipótese nula é definida para o espectro de potência da *wavelet* como assumindo que a série temporal tem um espectro de potência médio; se um pico no espectro de potência da *wavelet* estiver significativamente acima deste espectro de fundo, então pode ser assumido que seja uma característica verdadeira com certo percentual de confiança. Por definição, “nível de significância de 5%” é equivalente a “nível de confiança de 95%”, e implica em um teste contra certo nível de fundo, enquanto o “intervalo de confiança de 95%” refere à abrangência de confiança em cima do valor dado. A confiança de 95% implica que 5% da potência da *wavelet* devem estar acima deste nível.

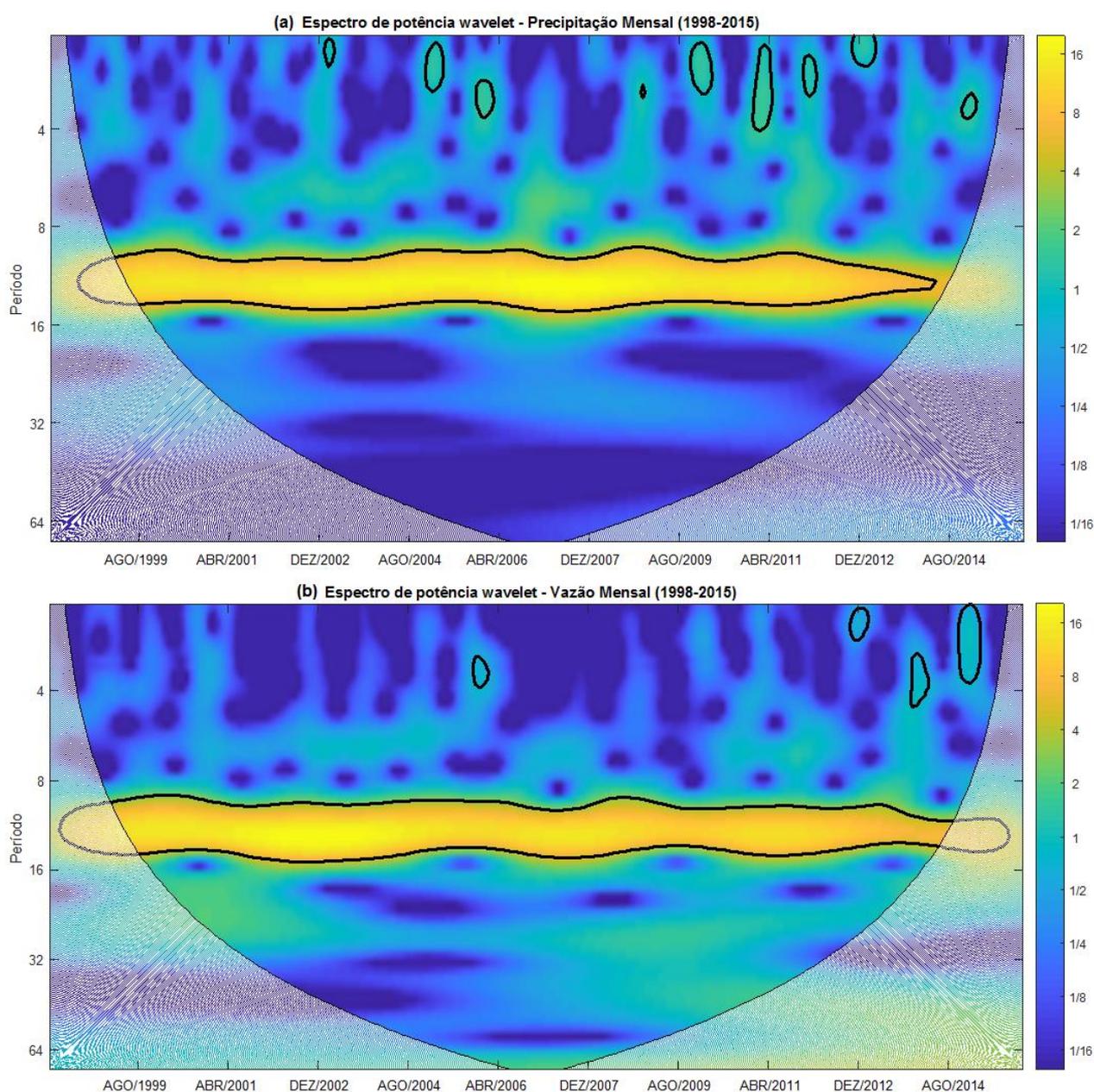


Figura 4 – O espectro de potência usando a *wavelet*-mãe Morlet para (a) precipitação mensal e (b) vazão mensal natural no reservatório de Três Marias.

Análise da correlação dos dados ao longo do tempo

A fim de se analisar a correlação da precipitação no reservatório de Três Marias com a vazão nesse reservatório, utilizou-se a transformada *wavelet* cruzada, pois mostra a covariabilidade da energia entre duas séries temporais e revela informações sobre a relação entre as fases das mesmas. A Figura 5 indica a covariância entre os espectros de potência da precipitação e da vazão no Alto São Francisco. Os sinais variam de modo contínuo apresentando um ciclo de anual, ao longo da série. É possível observar nessa figura, no ciclo anual, que a vazão está avançada 45° da precipitação, *i.e.*, a precipitação responde em aproximadamente 1/8 do período ao longo de toda a série (1998–2015).

É possível notar que existe uma forte coerência entre a precipitação e a vazão no reservatório de Três Marias na faixa de periodicidade de 1 ano, o que pode ser confirmado nos espectros de coerência apresentados na Figura 6. Nessa figura, a coerência varia de 0, representada pela faixa azul escura, até 1, representada pela faixa amarela, representando uma forte coerência. As setas apresentadas nessa figura representam as fases entre os sinais conforme já foram explicados anteriormente para a Figura 5. É possível notar na Figura 6 que uma alta coerência de periodicidade se encontra na banda 4–32-meses (coerência superior a 0,8); entretanto, as maiores altas de coerência (coerência superior a 0,9) se encontram exatamente na banda 8–16-meses, o que corresponde à periodicidade anual.

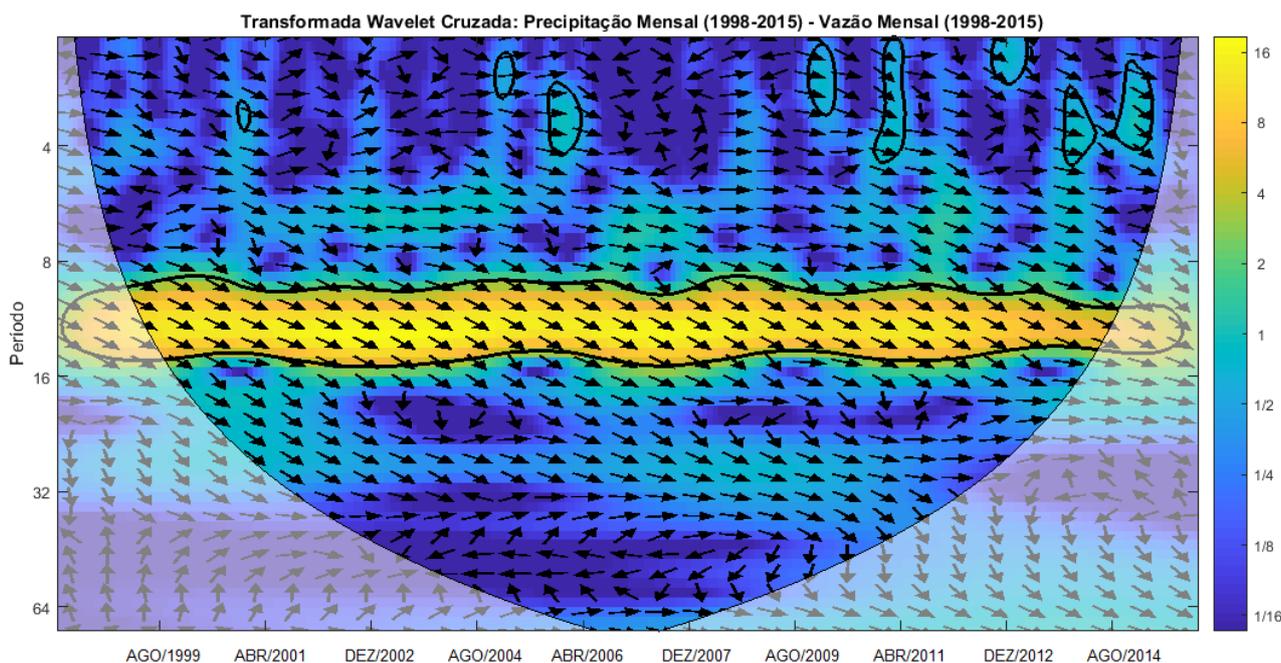


Figura 5 – Espectro da transformada *wavelet* cruzada entre as séries de precipitação mensal e vazão mensal natural no reservatório de Três Marias (1998 – 2015).

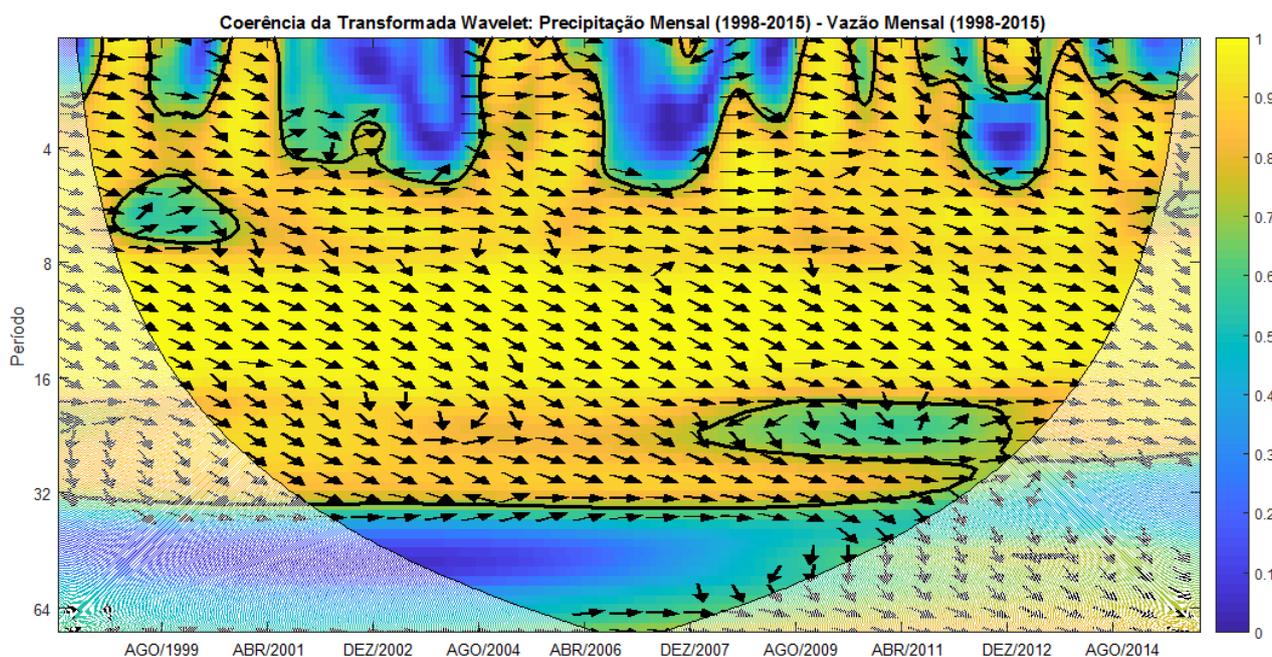


Figura 6 – Espectro da coerência da transformada *wavelet* entre as séries de precipitação mensal e vazão mensal natural no reservatório de Três Marias (1998 – 2015).

CONCLUSÃO

A fim de estudar a variabilidade das séries mensais de precipitação e vazão na bacia do Alto São Francisco, a análise *wavelet* foi aplicada. Os espectros de potência *wavelet* mostram uma concentração de potência maior entre a banda de 8–16-meses, revelando uma periodicidade anual das séries mensais de precipitação e vazão. A utilização de produtos de satélites mostrou ser uma boa alternativa para composição de séries temporais de precipitação. Quanto à correlação entre as séries de precipitação e vazão, verificou-se que existe uma defasagem entre elas, *i.e.*, a vazão não responde de maneira imediata aos eventos de precipitação. Através da transformada *wavelet* cruzada e a coerência da transformada *wavelet*, foi possível observar que a vazão afluente ao reservatório de Três Marias está avançada 1/8 do período com relação à precipitação média da bacia (obtida através da média de Thiessen).

REFERÊNCIAS

- CBHSF, COMITÊ DA BACIA HIDROGRÁFICA DO RIO SÃO FRANCISCO. (2015). “*Diagnóstico da Dimensão Técnica e Institucional Volume 2: Caracterização da Bacia Hidrográfica – 2ª Parte*”. Plano de Recursos Hídricos da Bacia Hidrográfica do Rio São Francisco 2016–2025.
- GRINSTED, A.; MOORE, J.C.; JEVREJEVA, S. (2004). “*Application of the cross wavelet transform and wavelet coherence to geophysical time series*”. *Nonlinear Processes in Geophysics*, 11(5/6), 561-566. doi: 10.5194/npg-11-561-2004

- MMA, MINISTÉRIO DO MEIO AMBIENTE. (2005). “*Caderno da Região Hidrográfica do São Francisco*”. Plano Nacional de Recursos Hídricos.
- NÓBREGA, R.L.B.; GUZHA, A.; FREIRE, P.K.M.M.; SANTOS, C.A.G.; GERO, G. (2013). “*Understanding the relationship between rainfall and river discharge: trends in an Amazonian watershed*”. In: EGU General Assembly 2013, Vienna. Proc. EGU General Assembly 2013. Vienna: EGU, 2013. v. 15. p. EGU2013-949-3.
- PLOUFFE, C.C.F.; ROBERTSON, C.; CHANDRAPALA, L. (2015). “*Comparing interpolation techniques for monthly rainfall mapping using multiple evaluation criteria and auxiliary data sources: A case study of Sri Lanka*”. *Environmental Modelling & Software*, 67, 57-71. doi: 10.1016/j.envsoft.2015.01.011
- ROSE, S. (2009). “*Rainfall–runoff trends in the south-eastern USA: 1938–2005*”. *Hydrol. Processes* 23(8), 1105–1118. doi: 10.1002/hyp.7177.
- SANTOS, C.A.G.; BRASIL NETO, R.M.; SILVA, R.M.; COSTA, S.G.F. (2019b). “*Cluster Analysis Applied to Spatiotemporal Variability of Monthly Precipitation over Paraíba State Using Tropical Rainfall Measuring Mission (TRMM) Data*”. *Remote Sensing*, v. 11, p. 637.
- SANTOS, C.A.G.; BRASIL NETO, R.M.; SILVA, R.M.; PASSOS, J.S. A. (2018). “*Integrated spatiotemporal trends using TRMM 3B42 data for the Upper São Francisco River basin, Brazil*”. *Environmental Monitoring and Assessment*, v. 190, p. 175.
- SANTOS, C.A.G.; FREIRE, P.K.M.M.; SILVA, G.B.L.; SILVA, R.M. (2014). “*Discrete wavelet transform coupled with ANN for daily discharge forecasting into Três Marias reservoir*”. *Proceedings of the International Association of Hydrological Sciences*, v. 364, p. 100-105.
- SANTOS, C.A.G.; FREIRE, P.K.M.M.; SILVA, R. M.; AKRAMI, S.A. (2019a). “*Hybrid Wavelet Neural Network Approach for Daily Inflow Forecasting Using Tropical Rainfall Measuring Mission Data*”. *Journal of Hydrologic Engineering*, v. 24, p. 04018062.
- SANTOS, C.A.G.; FREIRE, P.K.M.M.; TORRENCE, C. (2013). “*A Transformada Wavelet e sua Aplicação na Análise de Séries Hidrológicas*”. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, 18(3), 271–280. doi: <http://dx.doi.org/10.21168/rbrh.v18n3.p271-280>
- SILVA, R.M.; SANTOS, C.A.G.; MACÊDO, M.L.A.; SILVA, L.P.; FREIRE, P.K.M.M. (2013). “*Space-time variability of rainfall and hydrological trends in the Alto São Francisco River basin*”. *IAHS-AISH Publication*, v. 359, p. 52-58.
- TENG, H.; ROSSEL, R.A.V.; SHI, Z.; BEHRENS, T.; CHAPPELL, A.; BUI, E. (2016). “*Assimilating satellite imagery and visible–near infrared spectroscopy to model and map soil loss by water erosion in Australia*”. *Environmental Modelling & Software*, 77, 156-167. doi: 10.1016/j.envsoft.2015.11.024
- TORRENCE, C.; COMPO, G.P. (1998). “*A practical guide to wavelet analysis*”. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 79(1), 61–78.
- TORRENCE, C.; WEBSTER, P. (1999). “*Interdecadal Changes in the ENSO-Monsoon System*”, *Journal of Climate*, 12(8), 2679–2690. doi:10.1175/1520-0442(1999)012<2679:ICITEM>2.0.CO;2
- ZHANG, Y.; SHAO, Q.; XIA, J.; BUNN, S.E.; ZUO, Q. (2011). “*Changes of flow regimes and precipitation in Huai River Basin in the last half century*”. *Hydrol. Processes* 25(2), 246–257. doi:10.1002/hyp.7853.