

XXIII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HIDRÍCOS

ANÁLISE DE CURVA MESTRA DE RECESSÃO DE UMA BACIA DE MATA ATLÂNTICA NA LAGOA DO PERI, FLORIANÓPOLIS-SC

Tomas Carlotto¹; Camyla Innocente dos Santos²; Nadia Bernardi Bonumá³ & Pedro Luiz Borges Chaffe⁴

RESUMO – Análises de curvas de recessão são utilizadas para o estudo do comportamento das vazões em rios durante períodos de estiagem sendo importantes para a gestão e outorga de recursos hídricos. Neste trabalho realizamos as análises de recessão para dados de vazões diárias monitorados no exutório da bacia do rio Ribeirão Grande localizada no parque municipal da lagoa do Peri em Florianópolis/SC. As análises foram feitas por três maneiras: (i) usando expressões analíticas que descrevem as relações entre armazenamento e descarga de acordo com reservatórios lineares e não lineares e a solução analítica para a equação do fluxo de águas subterrâneas; (ii) métodos gráficos para determinação da curva mestra de recessão (MRC) usando o *matching strip method*; e (iii) parametrização baseada na relação entre as vazões (Q) e as taxas de declínio ($-dQ/dt$). Para identificar as diferenças entre os comportamentos das vazões altas e baixas fizemos as análises das MRCs para diferentes classes de vazões. Os resultados indicam que é importante combinar múltiplas abordagens de análise para identificar diferenças no comportamento de faixas de vazões.

ABSTRACT– Recession curve analyses are used to study the flow behavior in rivers during periods of drought being important for the management of water resources. In this work, we performed the recession analyses for daily flow data monitored in the river basin of the Ribeirão Grande located in the Peri lagoon municipal park in Florianópolis / SC. The analyses were done in three ways: (i) using analytical expressions that describe the relationships between storage and discharge according to linear and nonlinear reservoirs and the analytical solution for the groundwater flow equation; (ii) graphical methods for determining the master recession curve (MRC) using the matching strip method; and (iii) parameterization based on the relation between the flows (Q) and the rates of decline ($-dQ / dt$). To identify the differences between the behaviors of the high and low flows, we performed the analyses of the MRCs for different streamflow classes. The results indicate that it is important to combine multiple analysis approaches to identify the recession behavior of different flow ranges.

Palavras-Chave – MRC, curva de recessão, bacia hidrográfica.

1) Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC. thomas.carl@hotmail.com

2) Programa de Pós-Graduação em Engenharia Ambiental, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC. camyla.innocente@gmail.com

3) Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC. nadia.bonuma@ufsc.br

4) Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC. pedro.chaffe@ufsc.br

INTRODUÇÃO

Análises de curvas de recessão são utilizadas para o estudo do comportamento das vazões em rios durante períodos de estiagem sendo importantes para a gestão de recursos hídricos e caracterização dos escoamentos de base (Toebe e Strang (1964); Tallaksen (1995)). Elas geralmente são abordadas de três maneiras: (i) expressões analíticas para análise de recessão (Boussinesq (1904); Maillet (1905); Coutagne (1948); Tallaksen (1995); Wittenberg (1999)); (ii) métodos gráficos para determinação da curva mestra de recessão (MRC) (Snyder (1939); Toebe e Strang (1964); Toebe *et al.* (1969); Sujono *et al.* (2004)) e (iii) parametrização baseada na relação entre as vazões (Q) e as taxas de declínio ($-dQ/dt$) (Brutsaert e Nieber (1977); Kirchner (2009); Stewart (2015)).

A recessão é geralmente descrita com analogias com a relação ao armazenamento e descarga em um reservatório linear (Maillet (1905)) ou não linear (Coutagne (1948); Wittenberg (1999)) e em soluções analíticas da equação do fluxo subterrâneo (Boussinesq (1904)). Para lidar com o problema da variabilidade entre as curvas de recessão pode-se utilizar a análise da MRC, uma vez que esta considera várias curvas extraídas de uma série longa de vazões. O *matching strip method* é a forma mais usual para a criação de MRC (Snyder (1939); Toebe *et al.* (1969); Nathan e McMahon (1990); Lamb e Beven (1997); Posavec *et al.* (2006); Posavec *et al.* (2010)) e trata-se de um método gráfico baseado na sobreposição de curvas. Nesse método, os segmentos de recessão individuais são plotados e ajustados por deslocamento horizontal para formar uma única curva de recessão representativa da série de dados (Snyder (1939)). A análise baseada na relação entre $\log(Q)$ e $\log(-dQ/dt)$ também considera a variabilidade das vazões e tem sido aplicada diretamente a todos os dados das curvas de recessão ou para conjuntos de dados de vazões médias (BINs) com ajuste de parâmetros por regressão linear (Brutsaert e Nieber (1977); Kirchner (2009)).

Embora possa haver diferenças significativas entre os diferentes métodos de análise de recessão, existem poucos estudos que comparam e avaliam como cada abordagem influencia na descrição do comportamento das vazões em bacias hidrográficas (Stoelzle *et al.* (2013); Posavec *et al.* (2006); Arciniega-Esparza *et al.* (2017)). O objetivo deste trabalho foi implementar diferentes métodos de análise de recessão e realizar avaliações das características das vazões em períodos de recessão de forma automatizada. Realizou-se a aplicação na bacia do rio Ribeirão Grande pertencente à bacia hidrográfica da lagoa do Peri, um dos principais mananciais de água doce da cidade de Florianópolis/SC. As implementações computacionais desenvolvidas neste trabalho são facilmente aplicadas para outras bacias por meio de uma interface gráfica de usuário cuja descrição detalhada do funcionamento é apresentada por Carlotto e Chaffe (2019). A ferramenta está disponível para download no link: https://github.com/T-Carlotto/MRCPtool/raw/master/MRCPtool_update_2019_03_06.rar.

ÁREA DE ESTUDO

A bacia hidrográfica da lagoa do Peri tem área de 20 km² e está localizada no sul da Ilha de Santa Catarina (Figura 1), sendo esta região uma transição entre os climas tropical e temperado, verão quente e sem estação seca. A lagoa tem uma área superficial de 5,7 km² (Fontes *et al.* (2013)). A maior sub-bacia de contribuição da lagoa do Peri é a bacia do Rio Ribeirão Grande. Na bacia do Rio Ribeirão Grande há monitoramento automático de nível no exutório (Figura 1). Esta bacia hidrográfica possui 5,30 km² e é de quarta ordem.

Em relação à cobertura vegetal, cerca de 25% da área é coberta por Mata Atlântica em estágio inicial e 75% é coberto por Mata Atlântica em estágios médio e avançado, segundo o levantamento realizado pela Prefeitura Municipal de Florianópolis. Quanto a formação geológica, cerca de 80% da área é de granito e 20% é formada por diques. Os diques podem fazer com que a quantidade de água que aflore do lençol não tenha relação dependente apenas com a área da bacia, uma vez que facilita que haja comunicação de água subterrânea entre as bacias hidrográficas (Egusa *et al.* (2016)).

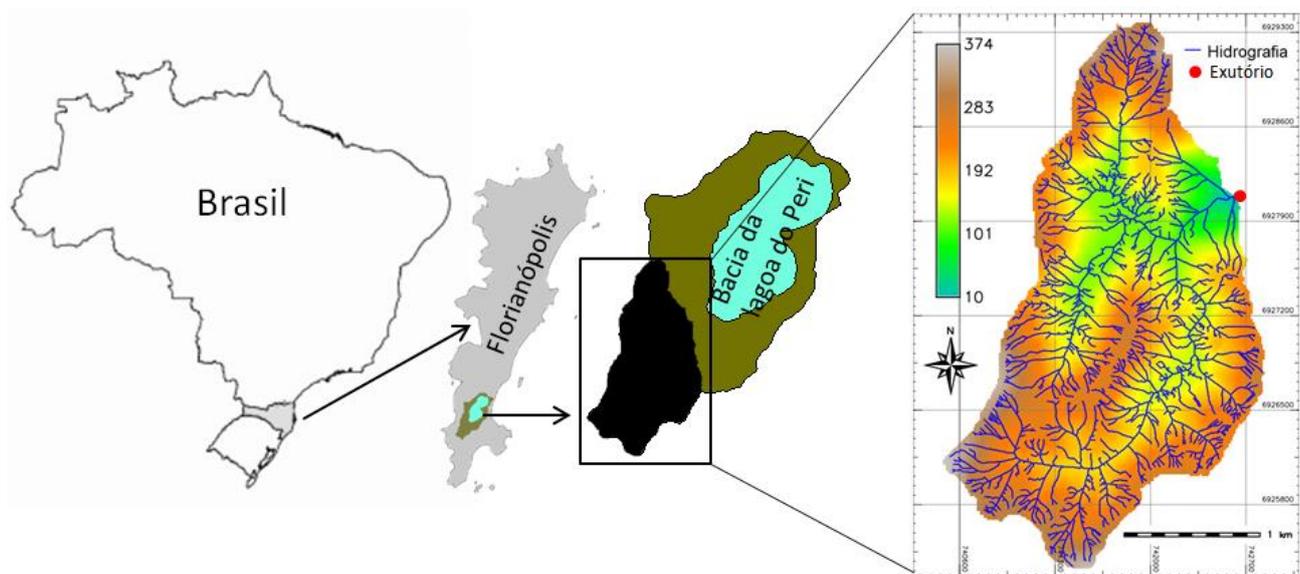


Figura 1 – Área de estudo. Em destaque (retângulo preto) está a bacia do Rio Ribeirão Grande pertencente à bacia hidrográfica da lagoa do Peri, Florianópolis/SC. A escala de cores representa as elevações do terreno.

MATERIAIS E MÉTODOS

Neste trabalho foram desenvolvidos um conjunto de recursos automatizados utilizando o software MATLAB para aplicação de métodos gráficos de análise de recessão baseados em MRC com ajuste de parâmetros por diferentes expressões analíticas incluindo o modelo exponencial de um reservatório linear (Maillet (1905)) e modelos não lineares (Boussinesq (1904); Coutagne (1948); Wittenberg (1999)). Também implementou-se uma forma de aplicação de regressão linear para análises da relação entre $\log(Q)$ e $\log(-dQ/dt)$ para três tipos de agrupamento dos dados: (i)

considerando apenas os dados da MRC, (ii) o conjunto completo de dados e (iii) as vazões médias pertencentes aos BINs.

As análises de recessão foram realizadas para uma série de dados horários de vazão para um período que inicia às 11h do dia 12/12/2015 até 11h do dia 07/07/2017 monitorados pela Companhia Catarinense de Águas e Saneamento (CASAN) no exutório da bacia do rio Ribeirão Grande (Figura 1). Para aplicação dos métodos de análise de recessão utilizamos as vazões do fluxo base obtidas com o uso do filtro numérico de separação de hidrogramas proposto por Lyne e Hollick (1979) de acordo com a seguinte equação:

$$B_i = \alpha B_{i-1} + \frac{(1-\alpha)}{2}(Q_i + Q_{i-1}), \quad (1)$$

em que: B_i é o fluxo de base no tempo i , α é o parâmetro do filtro que pode ser determinado por $e^{-\frac{\Delta t}{k}}$ em que k é a constante de recessão e Δt é o intervalo de tempo entre i e $i + 1$ e Q_i é a vazão total. Neste trabalho utilizamos $\alpha = 0,992$ como sugerido por Li *et al.* (2013) para solo franco arenoso.

Os métodos de análise de recessão são baseados em expressões analíticas que procuram descrever o comportamento das recessões ao longo do tempo, fornecendo parâmetros para caracterizar a relação entre armazenamento e vazão na bacia hidrográfica. Neste trabalho usou-se as seguintes expressões analíticas:

1. Método de Maillet: pressupõe uma relação linear entre armazenamento e descarga ($S = kQ$) (Maillet (1905)):

$$Q_t = Q_0 e^{-at}, \quad (2)$$

onde Q_t é a vazão no tempo t ; Q_0 é a vazão inicial e a é o parâmetro a ser ajustado.

2. Método de Boussinesq: solução analítica da equação diferencial do fluxo subterrâneo assumindo um modelo de Deputit-Boussinesq (Boussinesq (1904)):

$$Q_t = Q_0(1 + nt)^{-2}, \quad (3)$$

onde n é o parâmetro a ser ajustado.

3. Método de Coutagne: assume que $dQ / dt = -aQ^b$, cuja solução analítica quando $b \neq 1$ é expressa por Coutagne (1948):

$$Q_t = [Q_0^{1-b} - (1-b)at]^{1/(1-b)}, \quad (4)$$

onde Q_t é a vazão no tempo t ; Q_0 é a vazão inicial; a e b são os parâmetros a serem ajustados. Quando $b = 1$, a Equação 4 assume a forma da Equação 2.

4. Método de Wittenberg: assume um reservatório não linear ($S = aQ^b$) quando $b \neq 1$ (Wittenberg (1999)):

$$Q_t = Q_0 \left[1 + \frac{(1-b)Q_0^{(1-b)}}{a \cdot b} t \right]^{1/(b-1)}, \quad (5)$$

onde Q_t é a vazão no tempo t ; Q_0 é a vazão inicial; a e b são os parâmetros a serem ajustados. Quando $b = 1$, a Equação 5 assume a forma da Equação 2.

5. A expressão $dQ / dt = -aQ^b$ também pode ser escrita na forma linearizada por meio da transformação logarítmica da seguinte forma:

$$\log\left(-\frac{dQ}{dt}\right) = \log(a) + b \cdot \log(Q), \quad (6)$$

onde os parâmetros a e b podem ser determinados por regressão linear usando o $\log(-dQ/dt)$ vs. $\log(Q)$.

A identificação das curvas de recessão foi feita usando um método automatizado que avalia toda a série de dados com a utilização de diferenciação numérica. Os ruídos contidos na série de dados de vazão foram retirados com uma média móvel de 3 pontos aplicada duas vezes. Neste método assume-se que um período de recessão ocorre sempre que as taxas variação entre duas vazões consecutivas são menores que zero ($dQ / dt < 0$). Portanto, para identificar as curvas de recessão uma duração mínima é informada para evitar a identificação de períodos muito curtos ocasionados por ruídos. A duração mínima de 8 horas foi adotada com base na observação do comportamento das vazões e das variáveis meteorológicas específicas para a bacia em estudo.

As curvas mestras de recessão (MRC) foram criadas com o *Matching Strip Method*, ele consiste na realização da sobreposição das curvas individuais de recessão para criar uma única curva que representa o comportamento geral das recessões de séries de dados de vazão. Um método automatizado foi implementado e executa o processo de sobreposição de curvas de recessão por meio das seguintes etapas: (i) classificação as curvas de recessão em ordem crescente dos valores mínimos e (ii) movimentação horizontal das curvas de recessão até que a posição do valor mínimo de cada recessão coincida com a posição do valor correspondente na curva imediatamente inferior.

Utilizou-se um método de separação de MRC que usa a curva de permanência como forma de permitir a visualização dos dados e a escolha dos intervalos das classes para a montagem das MRCs (Posavec *et al.* (2010)). A análise foi feita considerando as curvas de recessão pertencentes às vazões altas e baixas em classe 1 (> 36 L/s) com probabilidade de excedência $< 30\%$ e classe 2 (< 36 L/s) com probabilidade de excedência $\geq 30\%$ respectivamente (Figura 3a).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 2a apresenta a MRC obtida com o *matching strip method* e os ajustes pelas expressões analíticas dadas pelas Equações 2, 3, 4 e 5 cujos parâmetros são apresentados na Tabela

1. Percebe-se que os métodos de Coutagne e Wittenberg descreveram o comportamento das vazões de forma similar ao ajuste pelo método de Maillet que assume um reservatório linear. O método de Boussinesq ajustou-se melhor para as vazões mais altas. Todas as expressões analíticas ajustaram-se melhor nas vazões maiores que 36 L/s, mas não ajustaram muito bem as vazões menores.

As vazões baixas tem uma pequena influência sobre o ajuste dos parâmetros considerando a forma linearizada dada pela Equação 6 por meio do ajuste por regressão linear para a relação entre $\log(-dQ/dt)$ vs. $\log(Q)$ (Figura 2b). Os parâmetros ajustados são apresentados na Tabela 2. O ajuste dos dados pertencentes aos BINs (linha preta tracejada) apresentou semelhança com o ajuste considerando o conjunto completo de dados (linha cinza).

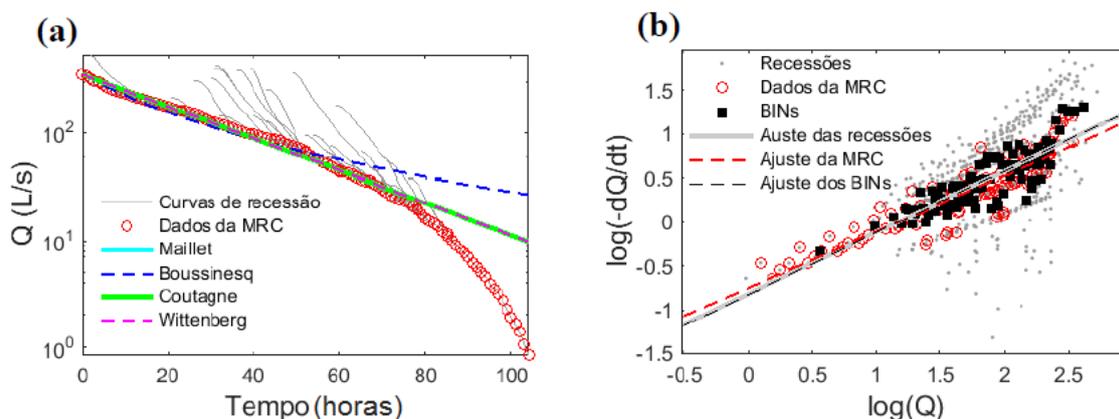


Figura 2 – Curva mestra de recessão (MRC) e $\log(-dQ/dt)$ vs. $\log(Q)$. a) MRC obtida pelo *matching strip method* com ajustes pelas expressões analíticas de Maillet, Boussinesq, Coutagne e Wittenberg. b) Ajuste de dados por regressão linear usando a relação $\log(-dQ/dt)$ vs. $\log(Q)$ para as curvas de recessões (todos os dados), MRC (apenas os dados que pertencem a MRC) e para os BINs (Kirchner (2009)).

Tabela 1 – Parâmetros ajustados para a curva mestra de recessão (MRC) usando as expressões analíticas de Maillet, Boussinesq, Coutagne e Wittenberg.

Métodos	a	IC _{a,95%}	b	IC _{b,95%}	RMSE	R ²
Maillet	0,034	(0,034; 0,035)	-	-	7,475	0,991
Boussinesq	0,025	(0,024; 0,026)	-	-	16,942	0,955
Coutagne	0,034	(0,034; 0,035)	1,000	(0,999; 1,001)	7,475	0,991
Wittenberg	29,319	(28,970; 29,670)	0,999	(0,998; 1,000)	7,479	0,991

Tabela 2 – Parâmetros ajustados por regressão linear para $\log(-dQ/dt)$ vs. $\log(Q)$.

Dados	a	IC _{a,95%}	b	IC _{b,95%}	RMSE	R ²
Recessões	0,153	(0,123; 0,189)	0,700	(0,651; 0,749)	0,332	0,416
BINs	0,149	(0,103; 0,215)	0,706	(0,622; 0,790)	0,164	0,741
MRC	0,178	(0,138; 0,229)	0,639	(0,578; 0,701)	0,192	0,808

Na Tabela 1 observamos que os métodos de Coutagne e Wittenberg apresentam parâmetro $b \cong 1$, portanto, são considerados iguais a forma analítica usada no método de Maillet (analogia com um reservatório linear). Visto que as expressões analíticas não apresentaram bom ajuste para às vazões baixas (< 36 L/s) ocorre uma diferença significativa em relação aos parâmetros ajustados pelo método de regressão linear (Tabela 2) devido à influência das vazões baixas. Neste caso, para

avaliar as vazões altas e baixas separadamente, as montagens das MRCs foram realizadas usando o método de separação de MRC com base na curva de permanência (Figura 3a) onde foram selecionados os intervalos desejados para cada classe.

A MRC para a classe 1 teve bons ajustes pelas expressões analíticas, mostrando que nesta faixa de valores as vazões variam de acordo com uma relação exponencial (Figura 3b). Na Figura 3c observa-se que os ajustes por regressão linear para as curvas de recessão (todos os dados), para os dados pertencentes à MRC e para os dados dos BINs são praticamente iguais com 95% de confiança.

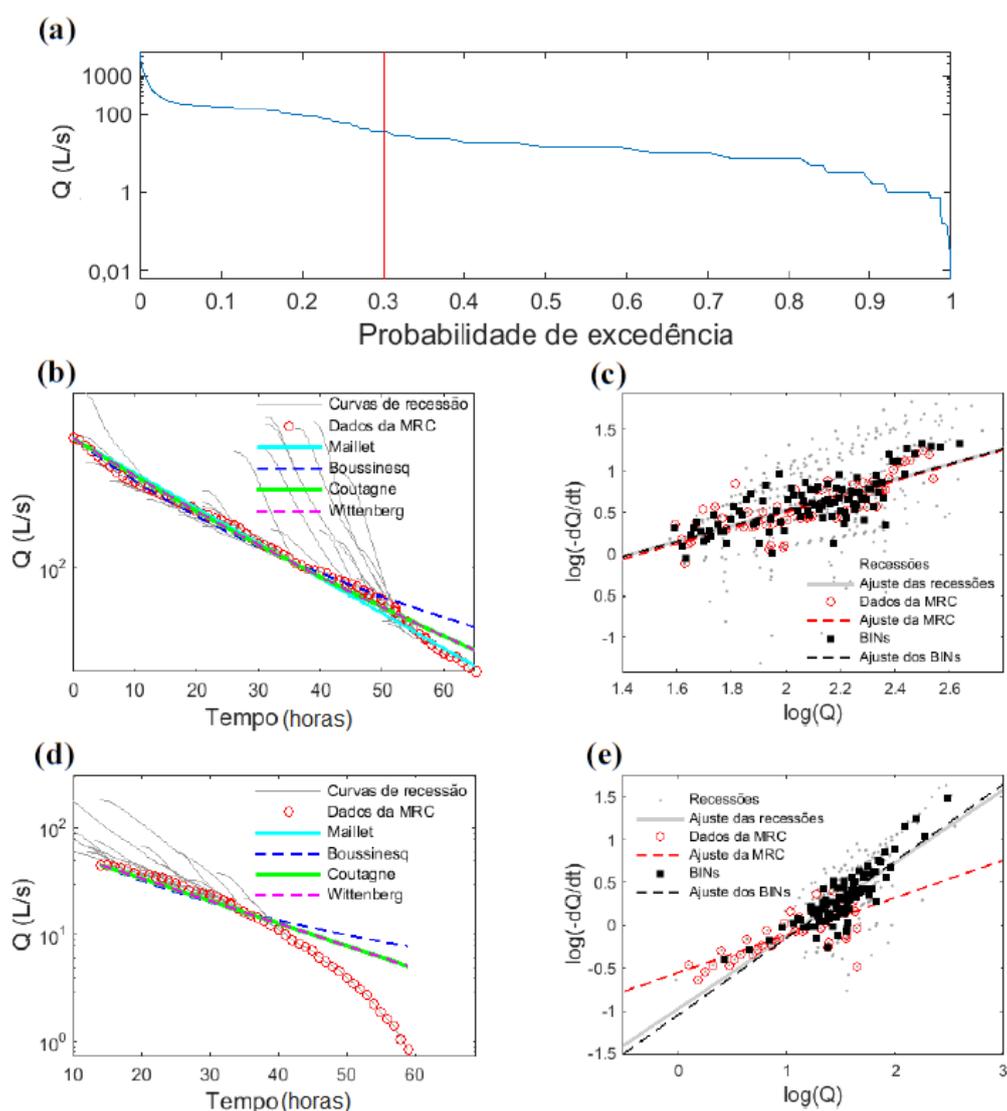


Figura 3 – Curvas mestras de recessões (MRC) e análise de $\log(-dQ/dt)$ vs. $\log(Q)$. a) Curva de permanência usada para selecionar os intervalos de vazão que compõe as classes 1 e 2. b) e d) MRCs para as classe 1 e 2 respectivamente, com ajustes pelas expressões analíticas de Maillet, Boussinesq, Coutagne e Wittenberg. c) e e) Ajustes de dados por regressão linear usando a relação $\log(-dQ/dt)$ vs. $\log(Q)$ para as curvas de recessão (todos os dados), para os dados pertencentes as MRCs e para os dados dos BINs (Kirchner (2009)) nas classes 1 e 2 respectivamente.

Os parâmetros ajustados com as expressões analíticas (Tabela 3) conseguem representar mais de 98% dos dados da MRC para e os parâmetros ajustados por regressão linear (Tabela 4) em média representam 62% dos dados da MRC.

Tabela 3 – Parâmetros ajustados para a curva mestra de recessão (MRC) da classe 1 usando as expressões analíticas de Maillet, Boussinesq, Coutagne e Wittenberg.

Métodos	a	IC _{a,95%}	b	IC _{b,95%}	RMSE	R ²
Maillet	0,034	(0,033; 0,034)	-	-	7,838	0,990
Boussinesq	0,023	(0,022; 0,024)	-	-	10,002	0,982
Coutagne	0,014	(0,011; 0,018)	1,165	(1,116; 1,214)	6,616	0,992
Wittenberg	84,33	(57,615; 111,045)	0,835	(0,786; 0,884)	6,615	0,992

Tabela 4 – Parâmetros ajustados por regressão linear para $\log(-dQ/dt)$ vs. $\log(Q)$ para a classe 1.

Dados	a	IC _{a,95%}	b	IC _{b,95%}	RMSE	R ²
Recessões	0,046	(0,028; 0,078)	0,928	(0,821; 1,036)	0,355	0,292
BINs	0,046	(0,021; 0,102)	0,930	(0,767; 1,094)	0,199	0,568
MRC	0,041	(0,017; 0,100)	0,945	(0,759; 1,132)	0,192	0,624

Na Figura 3d é apresentada a MRC para a classe 2 em que os ajustes pelas expressões analíticas capturam melhor a faixa de valores que estão na extremidade superior da MRC, mostrando que na classe 2 as vazões menores não são bem ajustadas pelas expressões analíticas. Os ajustes por regressão linear para as curvas de recessão (todos os dados), para a MRC e os BINs apresentam diferenças significativas demonstrando que na classe 2 a MRC proporciona um melhor ajuste das vazões baixas, mas por outro lado, os ajustes considerando todos os dados ou os BINs ainda são influenciados pelas vazões maiores. Os parâmetros ajustados com as expressões analíticas (Tabela 5) conseguiram representar mais de 94% dos dados da MRC para a classe 2 com exceção do método de Boussinesq com $R^2 = 0,883$. Os parâmetros ajustados por regressão linear (Tabela 6) em representam 54% dos dados da MRC para a classe 2.

Tabela 5 – Parâmetros ajustados para a curva mestra de recessão (MRC) da classe 2 usando as expressões analíticas de Maillet, Boussinesq, Coutagne e Wittenberg.

Métodos	a	IC _{a,95%}	b	IC _{b,95%}	RMSE	R ²
Maillet	0,048	(0,046; 0,051)	-	-	2,758	0,947
Boussinesq	0,031	(0,029; 0,034)	-	-	4,094	0,883
Coutagne	0,048	(0,023; 0,074)	1,000	(0,848; 1,152)	2,778	0,947
Wittenberg	20,770	(19,846; 21,694)	0,999	(1,00; 1,001)	2,761	0,947

Tabela 6 – Parâmetros ajustados por regressão linear para $\log(-dQ/dt)$ vs. $\log(Q)$ para a classe 2.

Dados	a	IC _{a,95%}	b	IC _{b,95%}	RMSE	R ²
Recessões	0,106	(0,080; 0,139)	0,854	(0,776; 0,932)	0,261	0,541
BINs	0,089	(0,061; 0,130)	0,900	(0,793; 1,008)	0,162	0,742
MRC	0,279	(0,199; 0,393)	0,438	(0,312; 0,564)	0,186	0,539

CONCLUSÃO

Neste trabalho desenvolvemos um conjunto de recursos computacionais para a análise de recessões em software MATLAB que proporcionam a aplicação dos diferentes métodos de análise de recessão de forma automatizada. Testou-se em uma pequena bacia coberta por mata atlântica. Os resultados da aplicação dos diferentes métodos indicam que é importante combinar múltiplas

abordagens de análise para identificar diferenças no comportamento dos dados avaliando diferentes faixas de vazões por meio de curvas mestras de recessão.

O uso de MRCs juntamente com abordagens baseadas na relação $\log(-dQ/dt)$ vs. $\log(Q)$ foi útil para caracterizar as vazões dessa pequena bacia em períodos de recessão. Com esta abordagem percebe-se que na bacia hidrográfica do rio Ribeirão Grande as vazões > 36 L/s variam de acordo com uma lei exponencial de reservatório linear e as vazões < 36 L/s são mais bem ajustadas por regressão linear por meio da relação $\log(-dQ/dt)$ vs. $\log(Q)$ aplicada à MRC.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao CNPq pela bolsa de estudos (doutorado) do primeiro autor sob o número 168003 / 2018-0 e pelo financiamento recebido do projeto universal do MCTIC/CNPq/Universal-2014. Também agradecemos a CAPES pela bolsa de estudos (mestrado) do segundo autor. Agradecemos a Companhia Catarinense de Águas e Saneamento (CASAN) pelos dados utilizados neste trabalho.

REFERÊNCIAS

- ARCINIEGA-ESPARZA, S.; BREÑA-NARANJO, J. A.; PEDROZO-ACUÑA, A.; APPENDINI, C. M. (2015). *HYDRORECESSION: A Matlab toolbox for streamflow recession analysis*. Computers and Geosciences, v. 98, n. Nov. 2015, p. 87–92.
- BOUSSINESQ, J. (1904). *Recherches théoriques sur l'écoulement des nappes d'eau infiltrées dans le sol et sur le débit des sources*. Journal de mathématiques pures et appliquées, p. 5–78.
- BRUTSAERT, W.; NIEBER, J. L. (1977). *Regionalized drought flow hydrographs from a mature glaciated plateau*. Water Resources Research, v. 13, n. 3, p. 637–643.
- CARLOTTO, T.; CHAFFE, P. L. B. (2019). *Master Recession Curve Parameterization Tool (MRCptool): Different approaches to recession curve analysis*. Computers and Geosciences, v. 132, n. July, p. 1–8.
- COUTAGNE, A. (1948). *Meteorologie et hydrologie. (1948) Etude générale des variations de débit en fonction des facteurs qui les conditionnent. 2 partie: les variations de débit en période non influencée par les précipitations. Le debit d'infiltration (corrélations fluviales internes)*. La Houille Blanche, n. 5, p. 416–436.
- EGUSA, T.; OHTE, N.; ODA, T.; SUZUKI, M. (2016). *Quantifying aggregation and change in runoff source in accordance with catchment area increase in a forested headwater catchment*. Hydrological Processes, v. 30, n. 22, p. 4125–4138.
- FONTES, M. L. S.; TONETTA, D.; DALPAZ, L.; ANTÔNIO, R. V.; PETRUCIO, M. M. (2013). *Dynamics of planktonic prokaryotes and dissolved carbon in a subtropical coastal lake*. Frontiers in Microbiology, v. 4, p. 1–9.
- KIRCHNER, J. W. (2009). *Catchments as simple dynamical systems: Catchment characterization, rainfall-runoff modeling, and doing hydrology backward*. Water Resources Research, v. 45, n. 2, p. 1–34.

- LAMB, R.; BEVEN, K. J. (1997). *Using interactive recession curve analysis to specify a general catchment storage model*. Hydrology and Earth System Sciences, v. 1, p. 101–113.
- LI, L.; MAIER, H. R.; LAMBERT, M. F.; SIMMONS, C. T.; PARTINGTON, D. (2013). *Framework for assessing and improving the performance of recursive digital filters for base flow estimation with application to the Lyne and Hollick filter*. Environmental Modelling & Software, v. 41, p. 163–175.
- LYNE, V.; HOLLICK, M. (1979). *Stochastic time-variable rainfall-runoff modelling*. p.89–93. Perth: Institute of Engineers Australia.
- MAILLET, E. (1905). *Essais d'Hydraulique souterraine et fluviale*. Nature.
- NATHAN, R. J.; MCMAHON, T. A. (1990). *Evaluation of automated techniques for base flow and recession analyses*. Water Resources Research, v. 26, n. 7, p. 1465–1473.
- POSAVEC, K.; BAČANI, A.; NAKIĆ, Z. (2006). *A visual basic spreadsheet macro for recession curve analysis*. Ground Water, v. 44, n. 5, p. 764–767.
- POSAVEC, K.; PARLOV, J.; NAKI, Z. (2010). *Fully Automated Objective-Based Method for Master Recession Curve Separation*. Ground water, v. 48, n. 4, p. 598–603.
- SNYDER, F. F. (1939). *A conception of runoff-phenomena*. Eos, Transactions American Geophysical Union, v. 20, n. 4, p. 725–738.
- STEWART, M. K. (2015). *Promising new baseflow separation and recession analysis methods applied to streamflow at Glendhu Catchment, New Zealand*. Hydrology and Earth System Sciences, v. 19, n. 6, p. 2587–2603.
- STOELZLE, M.; STAHL, K.; WEILER, M. (2013). *Are streamflow recession characteristics really characteristic?* Hydrology and Earth System Sciences, v. 17, n. 2, p. 817–828.
- SUJONO, J.; SHIKASHO, S.; HIRAMATSU, K. (2004). *A comparison of techniques for hydrograph recession analysis*. Hydrological Processes, v. 18, p. 403–413.
- TALLAKSEN, L. M. (1995). *A review of baseflow recession analysis*. Journal of Hydrology, v. 165, p. 349–370.
- TOEBES, C.; MORRISEY, W. .; SHORTER, R.; HENDY, M. (1969). *Base - flow recession curves*.
- TOEBES, C.; STRANG, D. D. (1964). *On Recession Curves I - Recession Equations*. Journal of Hydrology, p. 2–15.
- WITTENBERG, H. (1999). *Baseflow recession and recharge as nonlinear storage processes*. Hydrological Processes, v. 13, n. 5, p. 715–726.