

## XXIII SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS

### COMPARAÇÃO DE MÉTODOS PARA ESTIMATIVA DA VAZÃO MÍNIMA ANUAL

*Miriam Rita Moro Mine<sup>1</sup>; Thiago Francisco de Godoy<sup>2</sup>; Adelita Ramaiana Bennemann  
Granemann<sup>3</sup> & Gabriel Gonçalves Moritz Rodrigues Leite<sup>4</sup>*

**RESUMO** – A análise de frequência de vazões mínimas é importante para que se consiga prever as estiagens e, com isso, gerir os recursos hídricos de maneira mais eficaz. A distribuição de Weibull (W2) foi usada neste trabalho por ser bastante recomendada na literatura especializada. Em pesquisas recentes, efetuadas pelos autores deste artigo e já publicadas, a distribuição log-normal de dois parâmetros (LN2) apresentou resultados satisfatórios para o estudo de vazões mínimas. O estudo de caso foi feito na bacia hidrográfica do rio Iguaçu em onze estações fluviométricas. O estudo comparou a W2 e a LN2 quando aplicadas no Método do Bloco (MB) e no Método do Limiar (ML) para vazões de 10 anos de período de retorno. No ML o limite superior, que corresponde ao valor máximo para a vazão mínima anual em cada estação, foi estimado pela Distribuição de Pareto Generalizada (GPD). As duas distribuições competiram, independente do método usado, apresentando bons resultados para a bacia hidrográfica do rio Iguaçu, mas concluiu-se que entre os dois métodos (MB e ML) é recomendável usar o ML para estimativa das vazões mínimas uma vez que o conjunto de dados MB é sensível a valores individuais de altos “outliers” apresentando maior variabilidade.

**ABSTRACT**– The frequency analysis of minimum flows is important to predict the droughts and, with this, to manage the water resources more efficiently. The Weibull distribution (W2) was used in this work because it is highly recommended in the specialized literature. In recent research, carried out by the authors of this paper and already published, the log-normal distribution of two parameters (LN2) presented satisfactory results for the study of minimum flows. The case study was done in the basin of the Iguaçu River in eleven fluviometric stations. The study compared W2 and LN2 when applied in Block Method (MB) and Threshold Method (ML) for 10-year return period flows. In ML the upper limit, which corresponds to the maximum value for the minimum annual flow in each station, was estimated by Generalized Pareto Distribution (GPD). The two distributions competed, regardless of the method used, presenting good results for the Iguaçu river basin, but it was concluded that between the two methods (MB and ML) it is recommended to use ML to estimate the minimum flows since the MB data set is sensitive to individual values of high outliers presenting greater variability.

**Palavras-Chave** – Vazões mínimas, Método do Bloco, Método do Limiar

<sup>1</sup> Universidade Federal do Paraná – UFPR/DHS, Caixa Postal 19011, Curitiba – PR, Fone: (41) 33613145, e-mail: mrmine.dhs@ufpr.br

<sup>2</sup> Universidade Federal do Paraná – UFPR/DHS, Caixa Postal 19011, Curitiba – PR; fone: (41) 984016548, e-mail: thiagodoy123@gmail.com

<sup>3</sup> Universidade do Vale do Itajaí – Univali/EMCT, Rua Uruguai, 458 – Itajaí, SC – CEP 88302-901; fone: (47) 3341-7876, e-mail: adelita@univali.br

<sup>4</sup> Universidade Federal do Paraná – UFPR/DHS, Caixa Postal 19011, Curitiba – PR; fone: (41) 996105225, e-mail: gabrielmoritz77@gmail.com

## INTRODUÇÃO

O estudo estatístico das vazões baixas, principalmente análise de frequência de vazões mínimas, é importante para que se consiga prever as estiagens e, com isso, planejar a gestão dos recursos hídricos de maneira a minimizar a falta de recursos básicos no abastecimento de água, diluição e tratamento de esgotos e geração de energia elétrica entre outros usos.

Dentre as distribuições utilizadas para estimar as vazões mínimas, observou-se na literatura especializada que para muitos autores a distribuição de Weibull (W2) apresentou melhor aderência para as vazões mínimas, tornando-a importante objeto de estudo (Kaviski, 1983; Clarke, 1993; Tomaz, 2013). Em pesquisas recentes, efetuadas no Mestrado em Engenharia de Recursos Hídricos e Ambiental da UFPR, a distribuição log-normal de dois parâmetros (LN2) também apresentou resultados satisfatórios nos testes de aderência utilizados: Qui-quadrado e Kolmogorov-Smirnov (Granemann, 2016; Granemann et al. 2018).

Os estudos foram realizados para a bacia hidrográfica do rio Iguaçu em onze estações fluviométricas, para as quais foi construída uma série de vazões mínimas anuais e estimado o limiar, pelo método dos momentos (MOM), da distribuição de Pareto Generalizada (GPD). Este limiar corresponde ao valor máximo que se pode ter para a vazão mínima anual em cada estação.

A literatura especializada (Smakhtin, 2001) recomenda que este limiar esteja abaixo da mediana da série de vazões médias diárias de cada estação,  $Q_{50}$ . Este limite  $Q_{50}$  pode ser visto como uma estimativa preliminar do limiar, uma vez que garante uma amostra suficientemente grande dentro da qual o mínimo extremo estará presente.

Comparando os limiares, obtidos da GPD de cada estação, com a mediana,  $Q_{50}$ , observou-se que de fato, os valores encontrados pela GPD ficaram abaixo dos encontrados para a mediana, fator que culminou na sua utilização para estimar os parâmetros das distribuições W2 e LN2. Para esta estimativa, para cada estação, vazões acima do limiar foram descartadas.

Neste trabalho, o limiar foi estimado pelo MOM. Encontrou-se, durante a revisão bibliográfica, um artigo que recomenda o uso do método dos mínimos quadrados (MMQ) para estimar parâmetros da GPD, logo, do limiar (Moharram et al., 1993). Os autores desse artigo citado mostram que o erro da estimativa, *bias*, diminui consideravelmente, assim sendo um ótimo estimador do limiar pela GPD.

Verificou-se que em uma das onze estações o resultado obtido para o limiar foi praticamente o mesmo, tanto por MOM como por MMQ, logo, optou-se por usar o MOM para todas as estações, pela facilidade do uso de *softwares* computacionais estatísticos disponíveis, os quais não tratam da estimação por MMQ.

Após a adequação das séries de vazões mínimas anuais, usou-se a LN2 e a W2 para estimar a vazão mínima anual para período de retorno de 10 anos. As duas distribuições competiram, apresentando bons resultados para a bacia hidrográfica do rio Iguaçu no local do estudo.

As vazões mínimas anuais obtidas neste estudo foram comparadas com as obtidas pelo MB já realizadas e publicadas anteriormente (Granemann et al., 2018). Concluiu-se que o método do limiar (ML) é recomendável, uma vez que o conjunto de dados MB é sensível a valores individuais de altos “outliers” apresentando maior coeficiente de variação para todas as estações.

## ESTUDO DE CASO E RESULTADOS

### Bacia hidrográfica em estudo

O ponto chave está na seleção do conjunto de dados MB e ML e na comparação de diferentes propriedades estatísticas das vazões mínimas em relação a esta seleção. As distribuições W2 e LN2 foram ajustadas aos dois conjuntos de dados para estimativa de quantis de período de retorno de 10 anos. Para estimativa do limiar da amostra ML foi ajustada a distribuição GPD.

A bacia hidrográfica estudada é praticamente influenciada por práticas de cultivo, sendo de características rurais. As variações dos fluviogramas mostram processos intermitentes com períodos de vazões altas (cheias) e recessões, quando os rios, perenes, são alimentados somente pelo lençol subterrâneo.

Os critérios para seleção das estações fluviométricas foi: estações que não são afetadas por reservatórios com alto nível de regularização, ou seja, estações no rio Iguaçu a montante de Porto Vitória e nos seus afluentes; período mínimo de observação de 30 anos; nível de consistência dos dados igual a 2 (ANA, 2014); sem falhas de anos consecutivos ou meses consecutivos por cada ano; estações que formem um conjunto com o máximo período de observações em anos comuns; preenchimento de falhas que apresente bons resultados com coerência na magnitude das vazões e boa distribuição espacial na bacia hidrográfica (Granemann, 2016).

As estações principais são: Porto Amazonas (PA), São Mateus do Sul (SM), Rio Negro (RN), Rio da Várzea dos Lima (VL), São Bento (SB), União da Vitória (UV), Jangada do Sul (JS), Fazenda Maracanã (FM), Santa Clara (SC), Ponte do Vitorino (PV) e Águas do Verê (AV). O período comum de observação é de 48 anos de 1957 a 2004. Foram usadas cinco estações secundárias para o preenchimento de falhas. A Figura 1 apresenta o mapa da bacia do rio Iguaçu com a localização das estações principais e secundárias.

## Estatísticas do MB e ML para extremos mínimos

A seleção de valores mínimos de acordo com MB é direta, isto é, escolhe-se o menor valor em cada bloco de um ano, resultando em onze séries de vazões mínimas anuais de tamanho 48.

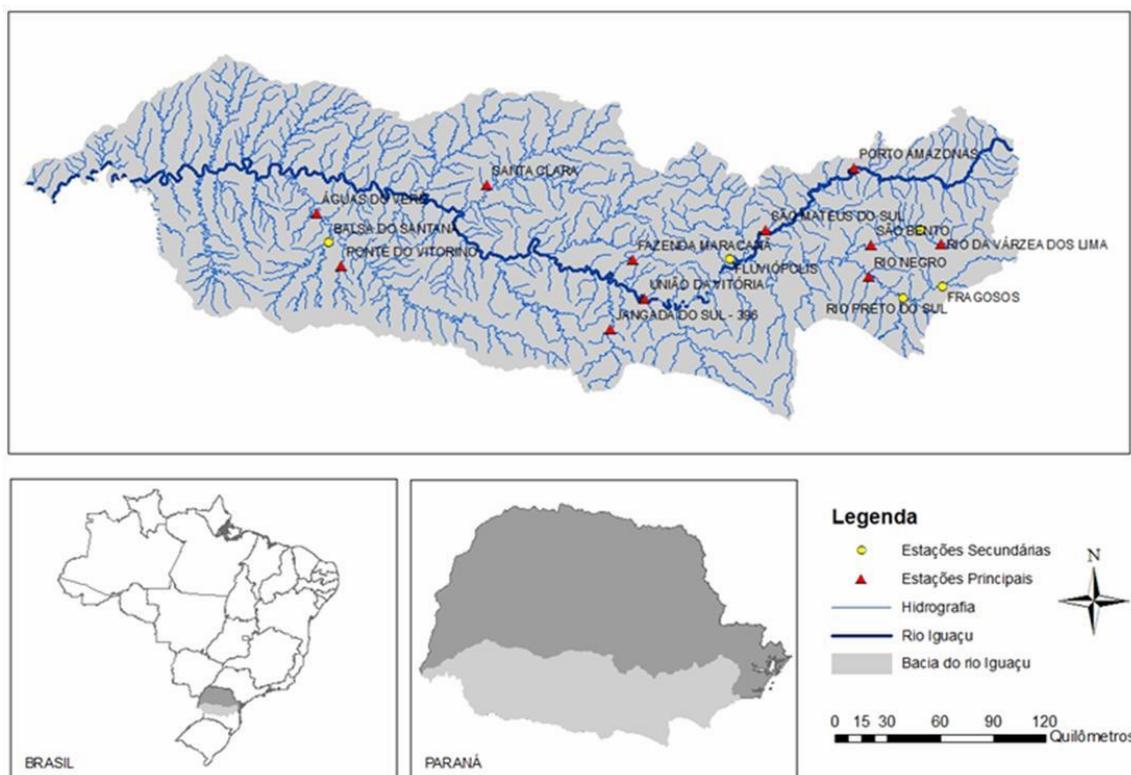


Figura 1 – Bacia hidrográfica do rio Iguaçu e estações fluviométricas do estudo

Valores ML são mais trabalhosos de definir porque envolvem um nível limite ou limiar. Por outro lado, com uma seleção apropriada desse limiar assegura-se que as amostras contenham extremos reais, enquanto isto pode não ser verdade no caso de amostras MB. O limite é comumente definido da curva de duração de vazões diárias ou distribuição acumulada empírica (FDA). Smakhtin (2001) definiu o trecho de vazões baixas de um hidrograma como a parte da FDA abaixo da mediana ( $Q_{50}$ ). Esta parte da curva pode ser interpretada como um índice de contribuição subterrânea e/ou subsuperficial lenta para o rio.

O limiar  $Q_{50}$  foi determinado para as onze estações fluviométricas estudadas com base nas vazões médias diárias de cada estação. Os valores estão apresentados na Tabela 1. Esses valores correspondem a uma primeira estimativa do limiar para seleção da amostra ML. Como era esperado, corresponde a um limite superior abaixo do qual a amostra é selecionada. Observa-se da Tabela 1 que os valores  $Q_{50}$  são superiores à máxima vazão mínima anual de cada estação, mas representam um percentual alto do seu valor que pode chegar a 62% (estação AV) quando estimados pelo MB. Isto sugere a busca de uma amostra mais realista de vazões mínimas anuais.

Tabela 1 - Comparação entre  $Q_{50}$  e a máxima mínima observada ( $Q_{MMIN}$ ) pelo MB

Estação	PA	UV	SC	SB	AV	SM	PV	RN	VL	JS	FM
$Q_{50}$	52,7	366,1	76,8	27,7	124,2	83,0	10,1	53,5	9,3	15,6	5,8
$Q_{MMIN}$	41,4	254,7	47,9	27,5	76,6	66,7	7,3	47,1	8,4	10,3	4,0

$Q_{MMIN}$  – vazão máxima mínima observada pelo MB

O próximo passo foi estimar o limiar para todas as onze estações ajustando-se à distribuição GPD, a qual as fórmulas, teorias e definições podem ser encontradas nas referências de Godoy e Mine (2018) e Naghettini e Pinto (2007). O limiar encontra-se na Tabela 2 juntamente com os parâmetros da GPD estimados pelo método dos momentos. Observa-se desta tabela que os limiares estimados pela GPD são menores que pela  $Q_{50}$ , o que era esperado, uma vez que a  $Q_{50}$  apenas garante uma amostra de dados dentro da qual a vazão mínima está contida.

Tabela 2 – Parâmetros da GPD e comparação dos limiares

Estação	Parâmetros da GPD				$Q_{50}$
	$K$	$\alpha$	$\xi$	*	
PA	3,4	109,3	-9,8	22,3	52,70
UV	4,4	759,4	-28,7	142,1	366,13
SC	2,1	68,6	0,6	32,8	76,75
SB	3,5	60,7	-1,1	16,4	27,68
AV	1,9	93,9	0,9	51,2	124,18
SM	5,1	242,3	-12,6	35,2	83,00
PV	2,1	9,4	-0,1	4,4	10,14
RN	3,1	97,1	0,1	31,7	53,46
VL	3,4	18,7	0,1	5,7	9,28
JS	3,6	31,8	-1,9	6,9	15,64
FM	3,2	10,7	-0,6	2,8	5,83

\*  $\xi$  é o limiar,  $K$  é o parâmetro de forma,  $\alpha$  é o parâmetro de escala e  $m = \xi + \frac{\alpha}{K}$

Com base nesses resultados construiu-se a amostra ML considerando somente as vazões mínimas anuais abaixo do limiar estabelecido pela GPD. Considerando o exposto em Granemann et al. (2018) ajustou-se à amostra ML de estações do rio Iguaçu as distribuições LN2 e a W2, cujas teorias e equações podem ser encontradas em livros de estatística como “*Hidrologia Estatística*” de Naghettini e Pinto (2007). Essas mesmas distribuições já haviam sido ajustadas por Granemann (2016) em sua dissertação de mestrado para amostras MB. A Tabela 3 apresenta os quantis para períodos de retorno de 10 anos obtidos pelas distribuições LN2 e W2 para os dois conjuntos de dados MB e ML.

A Figura 2 apresenta as diferenças entre quantis estimados pelas distribuições LN2 e W2 para as séries MB e ML. Observa-se que as maiores diferenças entre os quantis ocorreram quando ajustou-se a distribuição de Weibull. Para a estação de União Vitória, que possui a maior área de drenagem (24.000 km<sup>2</sup>) entre todas as estações, a diferença foi grande, de -14,50 m<sup>3</sup>/s quando o

quantil foi estimado pela W2. Segundo Granemann et al. (2018) a distribuição LN2 é mais adequada para a análise de frequência de vazões mínimas nesta região da bacia hidrográfica do rio Iguaçu. As diferenças são pequenas para estimativas dos quantis para ambas as amostras quando se usa a distribuição LN2, tendo-se obtido a máxima diferença igual a -1,64, também para a estação de União da Vitória.

Tabela 3 - Vazões mínimas para período de retorno de 10 anos

Estação	Distribuição/Amostra			
	LN2		W2	
	MB	ML	MB	ML
PA (1)	5,98	5,53	5,07	5,70
UV (2)	66,55	68,19	53,85	68,35
SC (3)	11,28	11,32	9,94	11,62
SB (4)	7,34	7,39	6,40	7,15
AV (5)	14,97	14,46	14,54	15,55
SM (6)	15,10	15,46	12,50	15,82
PV (7)	1,37	0,94	1,33	1,29
RN (8)	13,53	14,39	11,66	14,32
VL (9)	2,58	2,79	2,21	2,70
JS (10)	2,38	2,55	1,83	2,51
FM (11)	0,90	1,00	0,71	1,00

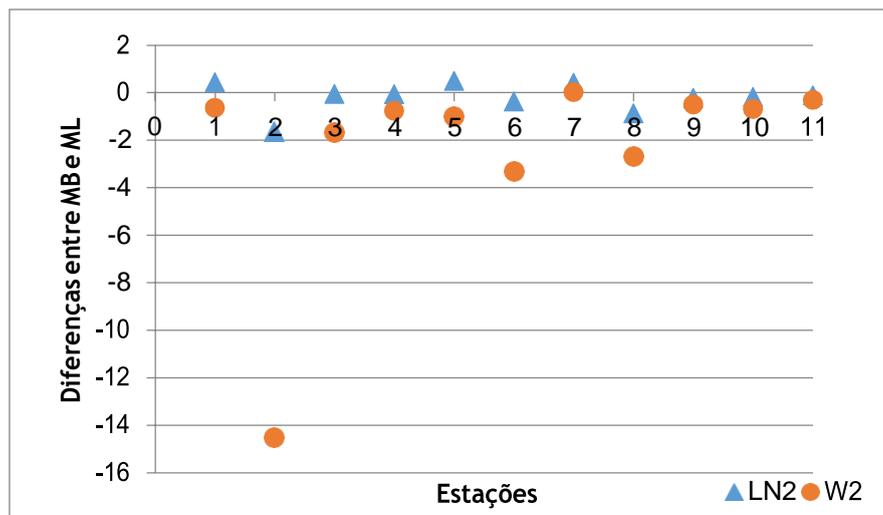
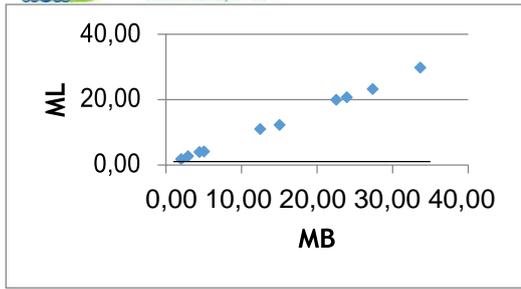


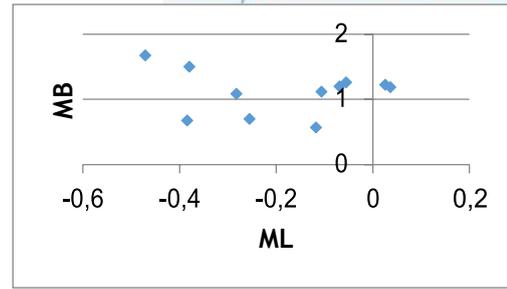
Figura 2 – Comparação entre quantis pelas distribuições LN2 e W2 para as séries MB e ML

### Comparação entre amostras MB e ML

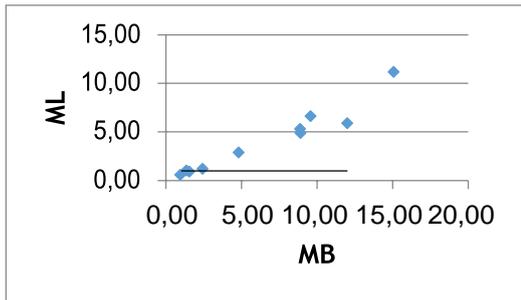
A seguir são apresentados diversos gráficos que comparam parâmetros estatísticos das amostras MB e ML usadas para estimar as vazões mínimas anuais. Essas estatísticas são: média, desvio padrão, coeficiente de assimetria, valores máximos mínimos anuais.



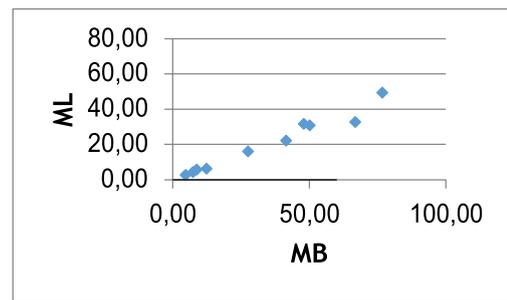
a) Médias



c) Coeficientes de assimetria



b) Desvios-padrões



d) Máximas vazões mínimas

Figura 3 - Comparação entre estatísticas das amostras MB e ML

Nos gráficos da Figura 3 as estatísticas da série de UV não foram grafadas, por ter área de drenagem muito maior que as demais estações; esses valores prejudicariam a clareza dos gráficos. Logo, os resultados de UV estão apresentados na Tabela 4. Da Figura 3 tiram-se as seguintes observações: i) Figura 3a - as médias da amostra MB sempre foram maiores que as da ML; quanto maior a contribuição hídrica das bacias hidrográficas maiores as diferenças para as onze estações estudadas; ii) Figura 3b - Observa-se uma grande variabilidade em relação à média da amostra MB; aqui também observa-se que quanto maior a contribuição hídrica das bacias hidrográficas maiores as diferenças para as estações estudadas; iii) Figura 3c - entre os coeficientes de assimetria para vazões MB e ML observa-se que amostras ML apresentam nove entre onze coeficientes de assimetria negativos ao contrário de todos as demais assimetrias positivas das amostras MB; para vazões mínimas espera-se assimetria negativa dos dados; iv) Figura 4d - as vazões máximas mínimas anuais para dados MB são sempre maiores que para dados ML, o que era esperado tendo em vista o limiar considerado para dados ML; v) evidentemente, os valores mínimos das vazões mínimas anuais são os mesmos para as duas amostras de dados.

Tabela 4 – Comparação das estatísticas de MB e ML para a estação de UV

Estatística	MB	ML
Média (m <sup>3</sup> /s)	110,7	95,2
Desvio padrão (m <sup>3</sup> /s)	44,3	21,1
Coefficiente de variação	40,0	22,1
Coefficiente de assimetria	1,5	-0,38
Valores máximos (m <sup>3</sup> /s)	254,3	136,4

Da tabela 4, referente somente à estação de UV, é possível fazer as seguintes observações dos dados ML e MB relevantes para o estudo de frequência de vazões mínimas anuais: i) ML apresenta uma média menor, o que era de se esperar em virtude do estabelecimento de um limite superior para as vazões mínimas anuais; ii) o desvio padrão e o coeficiente de variação foram respectivamente, da ordem de 52% e 45% menores para dados ML, mostrando uma menor variabilidade em torno da média; iii) coeficiente de assimetria negativo para amostra ML, o que de fato se espera para vazões mínimas anuais, ao contrário de um alto coeficiente de assimetria positivo (1,5) para amostra de dados MB; iv) a vazão máxima mínima observada foi da ordem de 86,4 % maior nos dados MB que nos dados ML. Isto pode retratar um *outlier*, em que neste ano a vazão máxima mínima anual observada não estava de fato na curva de recessão do rio.

## CONCLUSÕES

A GPD forneceu um limite superior menor que a para todas as estações analisadas, o que era esperado, uma vez que a  $Q_{50}$  apenas assegura uma amostra suficientemente grande para garantir a estimação correta do limiar.

As estimativas das vazões mínimas para períodos de retorno de 10 anos através da distribuição  $W_2$  apresentaram maiores diferenças quando do uso de amostras MB ou ML quando comparados com as mesmas estimativas feitas pela LN2.

Observou-se que apenas duas estações do rio Iguaçu estudadas apresentaram coeficientes de assimetria positivos para dados ML e ainda muito próximos de zero (0,03 e 0,04). Para dados MB todas as assimetrias foram positivas, quando se esperava que fossem negativas, permitindo postular distribuições de probabilidade do tipo Weibull para análise de frequência de vazões mínimas anuais.

A grande variabilidade apresentada pelas amostras MB em comparação com as amostras ML permite, juntamente com coeficientes de assimetria negativos dessas últimas, concluir que trabalhar com amostras ML, onde o limiar é determinado pela GPD, é melhor do que com amostras MB.

No conjunto de dados MB, onde a série anual é construída escolhendo-se a vazão mínima de cada ano entre os 365 dias do ano, esta vazão pode, em anos mais chuvosos, não estar na curva de recessão do rio, dentro da amostra compreendida abaixo da mediana, podendo, portanto, ser considerada um *outlier*.

## AGRADECIMENTOS

O segundo e o quarto autor, alunos do Curso de Engenharia Civil, agradecem a Universidade Federal do Paraná pela Bolsa de Iniciação Científica.

## REFERÊNCIAS

- ANA – Agência Nacional de Águas. “*HidroWeb – Sistemas de Informações Hidrológicas*”. Disponível em: <http://hidroweb.ana.gov.br/> Acesso em: 30 ago 2014.
- CLARKE, R. T. “*Hidrologia Estatística*”. In: TUCCI, C. E. M. *Hidrologia Ciência e Aplicação*. Porto Alegre: Editora da UFRGS. Livro da Coleção ABRH, 1993.
- GOTTSCHALK, L.; YU, K.; LEBLOIS, E.; XIONG, L. “*Statistics of Low Flow: Theoretical derivation of the distribution of minimum streamflow series*”. *J. Hydrol*, v. 401, p. 204-219, 2013.
- GODOY, T. F. de .; MINE, M. R. M. “*Aplicação de método do limiar para análise de vazões mínimas*”. 2018 (Relatório de pesquisa).
- GRANEMANN, A. R. B. *Análise de Frequência de Vazões Mínimas*, Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba, 2016.
- GRANEMANN, A. R. B, MINE, M. R. M.; KAVISKI, E. “*Frequency analysis of minimum flows*”. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 23, p. 1/14-14/14, 2018.
- KAVISKI, E. “*Vazões de estiagem em pequenas bacias hidrográficas do Estado de Santa Catarina*”. In: Anais do Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos. **Anais**. Florianópolis: ABRH, 1983, p. 43-67.
- MOHARRAM, S. H.; GOSAIN, A. K.; KAPOOR, P. N. “*A comparative study for the estimators of the Generalized Pareto distribution*”. New Delhi-110 016, Índia, Set.,1992. *J. Hydrol*,150, 1993, p. 169-185.
- NAGHETTINI, M.; PINTO, E. J. A. *Hidrologia Estatística*. Belo Horizonte: CPRM, 2007.
- SMAKHTIN, V. U. “*Low flow hydrology: a review*”. *J. Hydrol*. 240, 147 – 186, 2001.
- TOMAZ, P. *Vazão mínima com Weibull*. Apostila do Curso de Manejo de Águas Pluviais, Capítulo 133. Documento não publicado, 2013.